hpt

| (11) | 2 8 1 |
|---|---|
| **Na** | |
| Natrium 22.989770 | |

| (74) | 2 8 18 32 12 2 |
|---|---|
| **W** | |
| Wolfram 183.84 | |

| (53) | 2 8 18 18 7 |
|---|---|
| **I** | |
| Iod 126.90447 | |

FERTL
MATZNER

# 3

# NATURWISSENSCHAFTEN FÜR HTL

NEU+

BILDUNGSSTANDARDS

KOMPETENZORIENTIERT

Walter FERTL
Veronika MATZNER

(11) 2 8 1
Na
Natrium
22.989770

(74) 2 8 18 32 12 2
W
Wolfram
183.84

(53) 2 8 18 18 7
I
Iod
126.90447

3

# NATURWISSENSCHAFTEN FÜR HTL

Bewegungsgleichungen | Schwingungs- und Wellenphänomene in Mechanik, Optik und Elektromagnetismus | elektrische und magnetische Felder | aktuelle Gesellschaftliche Themen | Ökologie und Gesellschaft

Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH
www.hpt.at

Mit Bescheid des Bundesministeriums für Unterricht, Kunst und Kultur mit GZ 5.034/0065-B/8/2013 vom 13. Dezember 2013 gemäß den derzeit geltenden Lehrplänen als für den Unterrichtsgebrauch für den III. – IV. Jahrgang an Höheren technischen und gewerblichen Lehranstalten im Unterrichtsgegenstand Naturwissenschaften geeignet erklärt.

**Schulbuchnummer: 165.014**

**Kopierverbot:**
Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist. § 42 Absatz 6 Urheberrechtsgesetz: „ … Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind."

Die Autoren und der Verlag bitten, alle Anregungen und Vorschläge, die dieses Lehrbuch betreffen, an folgende Adresse zu senden:
Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH
1090 Wien, Frankgasse 4
E-Mail: service@hpt.at

**Bildquellen:**
S. 5 Brian Jackson – Fotolia.com; 8.1 Robert Angermayr – Fotolia.com; 9.1 Antonio Gravante – Fotolia.com; 9.2 Maxisport – Fotolia.com; 16.1 AGcuesta – Fotolia.com; 16.2 raweenuttapong – Fotolia.com; 16.3 Wikimedia Commons; 17.3 honeyflavour – Fotolia.com; S. 18 EpicStockMedia – Fotolia.com; 20.2 L. Menze – Fotolia.com; 23.2 Günter Ciupka – Fotolia.com; 24.1 links Bwag – Wikimedia Commons; 24.2 blas – Fotolia.com; 26.1 Wikimedia Commons; 26.2 Igor Shootov – Fotolia.com; 27.3 NASA; 29.1 Galyna Andrushko – Fotolia.com; 36.2 LIGO Laboratory; S. 37 Martin Kreutz – Fotolia.com; 42.1 aotearoa – Fotolia.com; 42.3 Willee Cole – Fotolia.com; 43.2 Wikimedia Commons; 43.3 Mit freundlicher Genehmigung der Technischen Fachhochschule Berlin, Fachgruppe für Physik, Labor für Laseranwendungen und Optoelektronik; 43.5 links nahariyani100 – Fotolia.com; 46.2 Miyuki Shishido, APA; 48.2 DirkR – Fotolia.com; 49.1 apttone – Fotolia.com; 50.1 theogott – Fotolia.com; 50.4 K.Simony, Kulturgeschichte der Physik, Seite 282; 52.1 Pellinni – Fotolia.com; 52.3 denovyi – Fotolia.com; 57.1 foto76 – Fotolia.com; 58.3 Wikimedia Commons; 63.4 Monkey Business – Fotolia.com; 65.1 Stefan Körber – Fotolia.com; 65.3 nigdaw – Fotolia; 66.1 suns07butterfly – Fotolia.com; 66.2 michaelsim – Fotolia.com; S. 68 sharpshutter22 – Fotolia.com; 70.1 Wikimedia Commons; 71.1 detailblick – Fotolia.com ; 74.1 Michael Rosskothen – Fotolia.com; 75.2 Wikimedia Commons; 76.3 julien tromeur – Fotolia.com; 76.4 T. Michel – Fotolia.com; 78.4 Wikimedia Commons; 79.1 florisvis – Fotolia.com; 79.3 Mit freundlicher Genehmigung der Universität Ulm; 80.1 Wikimedia Commons; 80.3 Wikimedia Commons; 81.1 Wikimedia Commons; S. 83 lightpoet – Fotolia.com; 84.1 Mit freundlicher Genehmigung der Technischen Universität Berlin, Optisches Institut; 87.1 Wikimedia Commons; 87.3 dmitrimaruta – Fotolia.com; 88.3 Nikol – Fotolia.com; 90.4 Wikimedia Commons; 92.4 James W. Herbert, Universität Michigan; 92.5 Wikimedia Commons; 94.4 Mit freundlicher Genehmigung der FH Aalen, Studiengang Augenoptik und Hörakustik; 96.1 wwwebmeister – Fotolia.com; 98.4 Goery Delacôte: Savoir apprendre – les nouvelles méthodes, Odile Jacob editions; 99.2 Wikimedia Commons; 100.2 Wikimedia Commons; 101.1 Mit freundlicher Genehmigung, Fa. Zeiss; 101.3 ThKatz – Fotolia.com; 101.5 Bild der Wissenschaft 12/1986; 102.1 Wikimedia Commons; 103.3 Wikimedia Commons; 104.1 Mit freundlicher Genehmigung, Fa. Zeiss; 105.2 ESO München; 105.4 ESO München; 106.2 ESO München; 106.3 ESO München; 106.4 ESO München; 107.1 ESO München; 107.2 ESO München; 107.3 ESO München; 109.1 Wikimedia Commons; 109.3 Mit freundlicher Genehmigung, Fa. Zeiss; 110.1 Katalog; 110.2 Katalog Monroe Gallery, Santa Fe; S. 113 DWP – Fotolia.com; 115.2 Wikimedia commons; S. 123 Silverpics – Fotolia.com; 125.3 Wikimedia Commons; 127.1 NASA; 127.3 NASA; 131.1 stockWERK – Fotolia.com; 131.3 Volker Witt – Fotolia.com; S. 133 Gabriele Rohde – Fotolia.com; 134.1 Wikimedia Commons; 134.2 Wikimedia Commons; 136.2 Sebastian Gauert – Fotolia.com; 137.2 Wikimedia Commons; 140.2 Wikimedia Commons; 144.1 sergojpg – Fotolia.com; 144.3 Wikimedia Commons; 147.1 Wikimedia Commons; 147.2 PhotographyByMK – Fotolia.com; 151.3 www.ironing.de; 154.7 Witold Krasowski – Fotolia.com; 155.1 Deutsches Museum München; 155.3 DoraZett – Fotolia.com; 157.5 Wikimedia Commons; 160.2 Wikimedia Commons; 163.1 Wikimedia Commons; 163.2 Wikimedia Commons; 172.1 Wikimedia Commons; 174.1 westfotos.de – Fotolia.com

Alle nicht näher bezeichneten Abbildungen stammen von Verlag und Autoren.

Schulbuchvergütung/Bildrechte © VBK, Wien 2014
1. Auflage, 2014 (1,00)
© Verlag Hölder-Pichler-Tempsky GmbH, Wien 2014
Alle Rechte vorbehalten. Jede Vervielfältigung – auch auszugsweise – gesetzlich verboten.

Satz: Nicole Böhm, Exakta GmbH, Wien
Technische Zeichnungen: Dr. Herbert Löffler
Illustrationen: Andreas Slama, Ursula Matzner
Druck und Bindung: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf
ISBN 978-3-230-03538-7

**Liebe Schülerin! Lieber Schüler!**

Dieses Buch soll eine Lern- und Unterrichtshilfe für den Naturwissenschaftsunterricht vor allem an technischen Schulen sein. Wir haben versucht, das Buch so zu konzipieren, dass es auch fächerübergreifend genutzt werden kann. Für eine Wissenserweiterung im Fachenglisch kann das Buch aufgrund der zahlreichen englischen Ausdrücke und Beispiele ebenfalls wertvolle Hilfe leisten.

## Merk & Würdig

Unter **Merk&Würdig** findest du das Wichtigste des jeweiligen Abschnitts auf einen Blick. Zusammen mit den orange unterlegten Merksätzen und Formeln soll dir diese Zusammenstellung das Lernen erleichtern.

## Übungen

**Übungen** helfen dir zu überprüfen, ob du die unterschiedlichen Kompetenzen (Analysieren, Abschätzen, Darstellen, Berechnen etc.) bereits erworben hast. Hier findest du Testfragen zum Ankreuzen, Lückentexte und weitere Übungen. Sie machen, wie sich zeigt, beim Lösen durchaus Spaß. Natürlich ist bei einer technischen Ausbildung das Ermitteln von Ergebnissen mit Hilfe der Mathematik notwendig. Unter den zahlreichen anwendungsorientierten Rechenübungen entdeckst du bestimmt Aufgaben zu einer Thematik, die dich besonders interessiert.
**TIPP:** Am Ende des Buches findest du einen Lösungsteil!

## Thema & Gesellschaft

Unter **Thema&Gesellschaft** findest du Themen, die dich zum Nachdenken über gesellschaftliche und wirtschaftliche Probleme anregen sollen, sodass du dir leichter eine politische Meinung bilden kannst. Sie „dürfen" auch in anderen Gegenständen, z. B. Religion, diskutiert werden …

## Ergänzung & Ausblick

**Ergänzung und Ausblick:** Unter diesem Logo werden Vertiefungen und Erweiterungen gebracht, die nicht als Lernstoff für den Regelunterricht gedacht sind. Da findet sich Interessantes für Neugierige oder auch Brauchbares zur Vorbereitung von Referaten.

## Experiment

**Experimente** stehen im Zentrum der naturwissenschaftlichen Methode. Unter dem Logo mit dem Papierflieger findest du

- historische Experimente,
- Experimente, die deine Nawi-Lehrerin oder dein Nawi-Lehrer vorzeigen kann,
- Experimente, die du selber durchführen kannst.

## Beispiel

Das Buch enthält unter dieser Rubrik zahlreiche ausführlich ausgeführte **Musterbeispiele**. Hier bekommst du Hilfe und gute Tipps!

In diesem Buch findest du kaum Hinweise auf Internetseiten. Da sich Webadressen häufig ändern, kommst du mit Suchmaschinen oft schneller zum Ziel. Verwende für eine Suche Stichworte (auch in englischer Sprache) aus dem Buch.
Viel Erfolg wünschen die Autorin und der Autor!

**TIPP:** Bewahre das Buch für spätere Jahre zum Nachschlagen auf!

Die Autorin und der Autor danken Ursula Matzner (Illustrationen)

# Inhalt

# 1 Schwingungen

In diesem Kapitel geht es um

- Pendel
- Schwingungen
- Resonanz

## 1.1 Mechanische Schwingungen

In Band 1 wurden bereits einige Grundbegriffe für periodische Bewegungen geklärt. Eine für die Naturwissenschaften (insbesondere für die Physik) wichtige periodische Bewegung ist die eines **Federpendels** (Abb. 6.1).

An eine unbelastete Feder (Abb. 6.2 a) wird eine Pendelmasse m gehängt. Dadurch wird die Feder gedehnt – die Feder befindet sich im Gleichgewicht, da die Zugkraft F der Feder und die Gewichtskraft $F_G$ der Pendelmasse einander das Gleichgewicht halten (Abb. 6.2 b). Wir versetzen die Pendelmasse nun in Schwingungen, indem wird die Pendelmasse z. B. nach unten ziehen und loslassen (Abb. 6.2 c). Auf die schwingende Pendelmasse wirkt die Federkraft, die proportional zur momentanen Auslenkung y(t)[1] – der so genannten **Elongation** – ist. Diesen Zusammenhang nennt man das **Hooke´sche Gesetz: $F = -k \cdot \Delta y$**. Es besteht eine **direkte Proportionalität** zwischen der Zugkraft F und der Längenänderung $\Delta y$ der Feder.

Der Faktor k ist dabei die **Federkonstante** mit [k] = N/m.

**Abb. 6.1** *Darstellung eines Federpendels*

**Abb. 6.2** *In der Ruhelage sind die Federkraft F und die Gewichtskraft $F_G$ im Gleichgewicht. Eine Auslenkung um die Strecke $y_0$ führt zu einer Schwingung.*

**Abb. 6.3** *In einem Kraft-Weg-Diagramm erkennt man die lineare Beziehung zwischen der Zugkraft F und der Längenänderung $\Delta y$ im Hooke´schen Gesetz.*

Schwingungen mit einer linearen Kraft-Weg-Beziehung nennt man **harmonisch**.

Die Federkonstante k beeinflusst die Periodendauer T des Federpendels. Je härter die Feder ist, desto kleiner ist die Periodendauer. Allgemein gilt für die Periodendauer T die Gleichung in der Außenspalte.

**Merk & Würdig**

**Periodendauer T eines Federpendels**

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

m … Masse, [m] = kg
k … Federkonstante, [k] = N/m
f … Frequenz, [f] = Hz

**Wichtige Begriffe sind:**

**Amplitude** (*amplitude of the oscillation*) $\mathbf{y_0}$: die maximale Auslenkung der Pendelmasse aus der Ruhe- bzw. Gleichgewichtslage.

**Elongation** (*displacement*) **y(t)**: die momentane Auslenkung der Pendelmasse aus der Gleichgewichtslage zu einem beliebigen Zeitpunkt t.

**Frequenz** (*frequency*) **f**: der Kehrwert der Periodendauer; gibt die Anzahl der Schwingungen des Pendels in einer Sekunde an. Die Einheit Hertz (abgek. Hz) ist nach **Heinrich Hertz**[2] benannt.

Außerdem gilt: $f = \frac{1}{T}$

[1] y(t): gesprochen „y von t"; damit meint man, dass der Weg y (hier die Elongation) von der Zeit abhängig ist.

[2] HEINRICH HERTZ, (1857 Hamburg – 1894 Bonn), deutscher Physiker. Er bestätigte experimentell die Vermutung von Maxwell und Faraday, dass Licht eine elektromagnetische Welle ist. Zudem erzeugte er elektromagnetische Wellen, die die Grundlage für drahtlose Telefonie und Radiotechnik geworden sind.

**Abb. 7.1** *Gleichgewichtslage und Amplitude sind wichtige Begriffe für die Wellenlehre.*

## Beispiel 1.1

Im naturwissenschaftlichen Unterricht hängt Frau Professor Schwingmüller an eine Feder (k = 1 N/cm) eine Pendelmasse m = 10 dag.
Wie groß ist die zu erwartende Periodendauer?

Wir setzen in die Gleichung $\boldsymbol{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$ die gegebenen Größen in SI-Einheiten ein:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0{,}1\ kg}{100\ N/m}} = 0{,}199\ \mathrm{s}$$

Die Periodendauer beträgt etwa **0,2 s**.

## Beispiel 1.2

Eine Schraubenfeder dehnt sich um 1 m, wenn eine Kraft von 30 N wirkt.
Welche Masse muss an der Feder befestigt werden, damit sie in einer Minute 30-mal schwingt?

Wir formen die Gleichung $\boldsymbol{T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}}$

um auf $m = \frac{k\,T^2}{4\,\pi^2}$ und setzen für T = 2 s ein.

$$\mathrm{m} = \frac{k \cdot T^2}{4\,\pi^2} = \frac{30\ \frac{N}{m} \cdot (2s)^2}{4\,\pi^2} = 3{,}04\ \mathrm{kg}.$$

Man muss die Feder mit **3 kg** belasten.

## Beispiel 1.3

Die Periodendauer eines Federpendels sei T.
Wie groß ist T für ein Federpendel mit doppelter, vierfacher, halber Pendelmasse?

Doppelte Masse: Periodendauer T wird um das **$\sqrt{2}$-fache größer**.
Vierfache Masse: T wird **verdoppelt**.

Halbe Masse: T wird um $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **kleiner**.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Federpendel, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 1.1** Eine Feder (k = 20 N/cm) wird mit 10 kg belastet. Wie groß ist die Periodendauer?

**Ü 1.2** Ein Insekt (m = 0,8 g) verfängt sich in einem Spinnennetz. Aus Beobachtungen kennt man die Frequenz f = 10 Hz. Wie groß ist die Federkonstante des Netzes?

**Ü 1.3** Wie groß ist die Federkonstante einer Feder, die nach dem Anhängen eines Massestücks m = 40 g in einer Minute 90 Schwingungen vollführt?

**Ü 1.4** Vergrößert man die Masse an einer Feder um 3 dag, so verdoppelt sich die Periodendauer. Wie groß war die ursprüngliche Masse?

**Ü 1.5** Phillip Zappel liest in einem Buch folgendes: „Jede Abweichung aus der Gleichgewichtslage, solange sie klein genug ist, führt bei einem Federpendel stets zu einer rücktreibenden Kraft $F_k$." Phillip hat ein Problem mit dem Nebensatz „so lange sie klein genug ist". Kannst du ihm helfen?

Abb. 8.1 *zu Ü 1.2*

**Ü 1.6** *A feather waves at the rate of 2,5 Hz, with a mass of 40 dag depending on it. What then is the frequency and the period at half the mass?*

**Ü 1.7** Welche der folgenden Größen beeinflussen die Periodendauer eines Federpendels?

**a)** Länge der Feder l **b)** Masse m **c)** Pendelauslenkung Δs
**d)** Fallbeschleunigung g **e)** Form der Pendelmasse



Abb. 8.2 *Darstellung eines Fadenpendels*

Die Bewegung eines **mathematischen Pendels** oder **Fadenpendels** (*simple pendulum*) zählt ebenfalls zu den mechanischen Schwingungen. Dabei hängt an einem (als masselos gedachten) Faden eine Pendelmasse m. Lenkt man sie aus, so beginnt die Pendelmasse zu schwingen. Die Pendellänge l ist jene Systemgröße, die die Periodendauer beeinflusst. Die Pendelmasse übt keinen Einfluss auf die Periodendauer aus. In einem „schmackhaften" Experiment überprüfen wir das.

## Experiment

Man befestigt zwei gleiche Äpfel wie in **Abb. 8.3** und versetzt sie in eine synchrone Pendelbewegung.

Während der Pendelbewegung isst man einen Apfel auf. Man beobachtet weiterhin eine synchrone Bewegung: die Periodendauern der beiden Äpfel sind gleich.



**Abb. 8.3**

## Merk & Würdig

**Periodendauer T eines mathematischen Pendels**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

T … Periodendauer, [T] = s
$l$ … Pendellänge, [$l$] = m
g … Erd(fall)beschleunigung, g = 9,81 m/s²

## Beispiel 1.4

Wie groß ist die Periodendauer für ein Fadenpendel mit der Fadenlänge l = 50 cm?

$l = 0{,}5$ m in $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$ einsetzen ergibt $T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}5\ m}{9{,}81\ m/s^2}}$

Somit beträgt die Periodendauer **T = 1,42 s**.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Fadenpendel, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 1.8** Die Frequenz eines Pendels ist f = 0,5 Hz. Wie groß ist die Pendellänge?

**Ü 1.9** Von zwei gleichen Pendeluhren mit der Pendellänge l = 0,4 m befindet sich eine am Nordpol (g = 9,83 m/s$^2$) und eine am Äquator (g = 9,78 m/s$^2$). Berechne den Unterschied der Schwingungsdauern nach 100 Schwingungen.

**Ü 1.10** Ein Geologe benützt ein Fadenpendel (Pendellänge l = 41,1 cm), um an einer bestimmten Stelle die Fallbeschleunigung zu bestimmen. Er stellt eine Frequenz von f = 0,778 Hz fest. Wie groß ist an dieser Stelle die Fallbeschleunigung?

**Ü 1.11** Ein Fadenpendel mit der Fadenlänge l = 2 m schwingt während eines Versuchs **a)** in einem Physiksaal, **b)** ein zweites (identisches) in einem frei fallenden Aufzug und **c)** ein drittes in einer Umlaufbahn um die Erde in einer Raumstation. Wie groß ist die jeweilige Periodendauer?

**Ü 1.12** *A pendulum swings 48 times per minute.*

**a)** *How long is the period?*

**b)** *What is the frequency?*

**c)** *How long is the pendulum?*

**Ü 1.13** Immer wieder werden bei Ausgrabungen versteinerte Spuren von Sauriern gefunden. Die Naturwissenschafter/innen berechnen daraus die Länge des Beins des Tiers. Sie nützen die Tatsache aus, dass man ein Bein als frei schwingendes Pendel der Pendellänge l auffassen kann.

Messungen ergeben für die Periodendauer $f = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot l}{3 \cdot g}}$.

Wie groß ist die Periodendauer für das menschliche Bein bei einer Beinlänge von 90 cm?

**Ü 1.14** Welche der folgenden Größen beeinflussen die Periodendauer eines mathematischen Pendels?

**a)** Pendellänge l

**b)** Pendelmasse m

**c)** Pendelauslenkung φ

**d)** Fallbeschleunigung g

**e)** Form der Pendelmasse

Überprüfe deine Voraussage mit einem einfachen Experiment:
Nimm ein Fadenpendel, ändere die obigen Größen und miss die Periodendauer. Trage die Werte in einer Tabelle ein. Vergleiche auch die gemessenen Werte mit den berechneten. Gibt es Unterschiede? Wenn ja, warum? Wiederhole zur Kontrolle das Experiment.

**Abb. 9.1** *zu Ü 1.9*

**Abb. 9.2** *zu Ü 1.13*

## 1.2 Schwingungsgleichung *(equation of a simple harmonic motion)*

Unter Schwingungen (*oscillations*) versteht man Vorgänge, bei denen sich eine physikalische Größe, z. B. Weg, Geschwindigkeit, etc., periodisch in Abhängigkeit der Zeit ändert. Eine Schwingung entsteht, wenn einem schwingungsfähigen System (einem so genannten **Oszillator**) Energie zugeführt wird. Es wird aus dem Gleichgewicht gebracht und versucht, seine ursprüngliche Lage wieder einzunehmen. Ihrem physikalischen Wesen nach können Schwingungen **mechanischer** aber auch **elektromagnetischer** Art sein.

| Mechanische Schwingung | Elektromagnetische Schwingung |
|---|---|
| Es müssen zwei Elemente zusammenwirken: eine Rückholkraft, die einen Körper in die Ruhelage zurückbringen will, und die Trägheit, die ihn über die Ruhelage hinaus bewegt. | Für ihre Entstehung sind sogenannte Schwingkreise notwendig. In ihnen wird periodisch ein elektrisches und ein magnetisches Feld auf- und abgebaut. |

**Merk & Würdig**

**Oszillator** = schwingungsfähiges System

**Oszillation** = Schwingung

Ein Oszillator (schwingendes System) ist einer der wichtigsten Begriffe der Physik. Beispiele dafür sind Pendel, Elektronen in der Quantenmechanik, elektrische Schwingkreise in der Elektrodynamik oder pulsierende Sterne.

Die nun betrachteten Schwingungen werden als frei schwingend bezeichnet. Sie schwingen nur unter dem Einfluss einer zurücktreibenden Kraft, sobald sie einmal von außen angeregt wurden. (Luftwiderstand oder Reibung werden als vernachlässigbar klein betrachtet.) Mit Hilfe der Kreisbewegung können wir die Bewegungsgesetze der harmonischen Schwingung kennen lernen **(Abb. 10.1)**.

Tatsächlich bewegt sich der Schatten eines rotierenden Teiles wie ein schwingender Massenpunkt. Für die Kreisbewegung haben wir die **Winkelgeschwindigkeit** ω folgendermaßen definiert (siehe **Band 1, Kapitel 3.6**):

$$\omega = \frac{\textit{voller Winkel}}{\textit{Dauer eine Umdrehung}} = \frac{2\pi}{T} = \mathbf{2 \cdot \pi \cdot f}$$

T … Umlaufzeit oder Periodendauer, [T] = s

f … Frequenz, [f] = Hz

ω … Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz, $[\omega] = s^{-1}$

Der Schatten des Stifts bewegt sich periodisch zwischen den Umkehrpunkten.
Schatten
Schirm
Lichteinfall

**Abb. 10.1** *Wir projizieren eine Kreisbewegung seitlich auf einen Schirm und beobachten die Bewegung des Schattenbilds des Stifts.*

Die Kreisfrequenz ω entspricht der Winkelgeschwindigkeit ω eines rotierenden Körpers.

In der Zeit t wird der Winkel $\varphi = \omega \cdot t$ überstrichen. Um die Bewegung eines Punktes auf einer Kreisbahn zu beschreiben, haben wir zusätzlich die Bahngeschwindigkeit $v = r \cdot \omega$ und die Zentripetalbeschleunigung $a = r \cdot \omega^2$ verwendet.

Wir untersuchen nun die Bewegung des Schattens, der die Projektion der Kreisbewegung auf den Schirm darstellt. Dabei geben wir seinen jeweilige Ort, seine Geschwindigkeit und seine Beschleunigung an.

Wir betrachten nun **Abb. 10.1** von oben:

Abb. 11.1

Abb. 11.2

Abb. 11.3

Wir projizieren die Bewegung des kreisenden Punktes seitlich auf einen Schirm und erhalten eine periodisch wechselnde Auslenkung aus der Mittellage.

$$\mathbf{y(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$

y … Auslenkung, [y] = m

r … Kreisradius, [r] = m

ω … Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz, $[\omega] = s^{-1}$

t … Zeit, [t] = s

Für die Geschwindigkeit des hin- und her schwingenden Schattens erhalten wir aus der Projektion eine periodisch schwankende Geschwindigkeit.

$$\mathbf{v(t) = r \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}$$ [1]

v … Geschwindigkeit, [v] = m/s

Da $r \cdot \omega = v_0$ => $v(t) = v_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$

Die Beschleunigung des Schattens ist der momentanen Auslenkung entgegengesetzt gerichtet (beachte das negative Vorzeichen!) und schwankt ebenfalls periodisch.

$$\mathbf{a(t) = -r \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)}$$ [1]

a … Beschleunigung, $[a] = m/s^2$

Da $r \cdot \omega^2 = a_0$ => $a(t) = -a_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Die Projektion der Kreisbewegung ergibt eine harmonische Bewegung. Schematisieren wir nun die Anordnung von **Abb.10.1**, so erhalten wir **Abb.11.4**.

**Abb. 11.4** *Der Zeiger OP rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω um O, daher bewegt sich sein Schatten auf einem Schirm zwischen B´ und D´ harmonisch auf und ab. Trägt man die Elongation des schwingenden Punktes P als Ordinate und die Zeit als Abszisse auf, so erhält man den zeitlichen Verlauf von P, sein y-t-Diagramm. Man erhält eine Sinuskurve.* ***Das Weg-Zeit-Diagramm einer harmonischen Bewegung ist stets eine Sinuskurve.*** *(Man spricht nie von einer Cosinus-Schwingung. Der „Cosinus ist ein phasenverschobener Sinus".)*

**Merk & Würdig**

**Die harmonische Bewegung**

$\mathbf{y = r \cdot \sin(\omega \cdot t)}$

$\mathbf{v = r \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)}$

$\mathbf{a = -r \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)}$

$\mathbf{v = r \cdot \omega}$

$\mathbf{a = r \cdot \omega^2}$

$\mathbf{w = 2\pi f}$

v … Bahngeschwindigkeit
a … Zentrifugalbeschleunigung
r … Radius

[1] Bei Kenntnis der Gesetze der Differentialrechnung lassen sich die Geschwindigkeit und die Beschleunigung mit $v = \frac{dy}{dt}$ und $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$ schnell und elegant berechnen.

Eine harmonische Bewegung mit dem Gesetz $y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ gilt nur unter der Annahme, dass die Bewegung des Massenpunkts tatsächlich in der Ruhelage beginnt und er sich zunächst nach oben bewegt. Andernfalls muss den Angaben entsprechend die Gleichung den Anfangsbedingungen angepasst und eine Phasenverschiebung berücksichtigt werden.
Beginnt also die Schwingung nicht zum Zeitpunkt t = 0, so wird ein Phasenwinkel $\varphi_0$ benötigt:

$$\mathbf{y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

Wie aus der Mathematik bekannt, gibt es zwei Möglichkeiten, den Betrag eines Winkels anzugeben: das Gradmaß und das Bogenmaß.

Grundsätzlich ist die Angabe des Phasenwinkels in beiden Arten möglich. In den Naturwissenschaften ist es jedoch üblich, den Phasenwinkel im Bogenmaß anzugeben.

**Abb. 12.1**

Loslassen eines ausgelenkten Pendelkörpers – zu Beginn der Schwingung beträgt der Phasenwinkel im Bogenmaß $\varphi_0 = \pi/2$.

$$y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/2)$$

**Abb. 12.2**

Anstoßen eines Pendelkörpers in der Ruhelage – zu Beginn der Schwingung beträgt der Phasenwinkel im Bogenmaß $\varphi_0 = 0$.

$$y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

**Abb. 12.3**

Auslenkung und Anstoßen eines Pendelkörpers – zu Beginn der Schwingung beträgt der Phasenwinkel z. B. im Bogenmaß $\varphi_0 = \pi/3$.

$$y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \pi/3)$$

**Vergleich Rotation – Schwingung**

| **Rotation** | | **Schwingung** |
|---|---|---|
| Umlaufzeit | T | Schwingungs-, Periodendauer |
| Radius | $r = y_0$ | Amplitude |
| Winkelweg | $\varphi$ | Phase(nwinkel) |
| Winkelgeschwindigkeit | $\omega$ | Kreisfrequenz |

**Schwingungsgleichung**

$$\mathbf{y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)}$$

$y$ … Elongation, $[y] = m$
$y_0$ … Amplitude, $[y_0] = m$
$\omega$ … Kreisfrequenz, $[\omega] = s^{-1}$
$t$ … Zeit, $[t] = s$
$\varphi_0$ … Phase(nverschiebung), $[\varphi_0] = 1$

## Beispiel 1.5

Ein Massepunkt schwingt nach dem Gesetz $y = 1{,}3 \sin(6t)$.

**a)** Wie groß ist die Frequenz f und die Periodendauer T?
**b)** Wie groß ist die Amplitude?
**c)** Wie groß ist die Elongation y(t), die Geschwindigkeit v(t) und die Beschleunigung a(t) 0,1 s nach Beginn der Bewegung?

**a)** Aus der Angabe liest man ab, dass $\omega = 6\ s^{-1}$ ist.
Mit $\omega = 2\pi f$ und $f = 1/T$ erhält man: **f = 0,95 Hz; T = 1,04 s**

**b)** $y_0 = y(t) =$ **1,3 cm.**

**c)** Man setzt in die Gleichungen $y = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$, $v(t) = y_0 \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$ und $a(t) = -y_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ ein.
$y(t) = 1{,}3 \cdot \sin(6 \cdot 0{,}1) =$ **0,73 cm**
$v(t) = 1{,}3 \cdot 6 \cdot \cos(6 \cdot 0{,}1) =$ **6,4 cm/s**
$a(t) = -1{,}3 \cdot 6^2 \cdot \sin(6 \cdot 0{,}1) =$ **–26,4 cm/s²**

## Beispiel 1.6

Eine Masse m = 1 kg hängt an einer Feder mit der Federkonstanten k = 10 N/m. Die Masse wird 50 cm aus der Gleichgewichtslage nach unten gezogen und dann losgelassen. Wie lautet die Gleichung, die die Bewegung des Körpers beschreibt?

Zunächst berechnen wir die Kreisfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}} = \sqrt{\frac{10\ N/m}{1\ kg}} = 3{,}16\ s^{-1}$$

Wir wählen das Koordinatensystem so, dass die Pendelmasse der belasteten Feder im Koordinatenursprung liegt.

Wir erhalten daher als Lösung **y = – (0,5 m) · sin(3,16 t – π/2)**.

Grafische Darstellung:



Abb. 13.2



Abb. 13.1

## Beispiel 1.7

Eine Pendelmasse bewegt sich nach dem Gesetz y = 2cos(3t – π/5).
Wie groß sind die Elongation, die Geschwindigkeit und die Beschleunigung t = 0,02 s nach dem Beginn der Schwingung?
Hinweis: [y] = cm

Wir differenzieren zunächst und setzen anschließend die Zeit ein:

$y = 2 \cdot \cos(3t - \pi/5) \Rightarrow y(0{,}02) = 2 \cdot \cos(3 \cdot 0{,}02 - \pi/5) =$ **1,69 cm**

$v = \dot{y} = -6 \cdot \sin(3t - \pi/5) \Rightarrow v(0{,}02) = -6 \cdot \sin(3 \cdot 0{,}02 - \pi/5) =$ **3,23 cm/s**

$a = \ddot{y} = -18 \cdot \cos(3t - \pi/5) = -18 \cdot \cos(3 \cdot 0{,}02 - \pi/5) =$ **–15,17 cm/s²**

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Schwingungen, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 1.15** Die Auslenkung eines schwingenden Körpers als Funktion der Zeit ist folgendermaßen gegeben: $y(t) = 0{,}3 \cdot \sin(5t)$. Wie groß sind die Amplitude sowie die Elongation y(t), die Geschwindigkeit v(t) und die Beschleunigung a(t) des Körpers 2 s nach Beginn der Bewegung?
[Zeit] = s, [Länge] = m

Hinweis: Benütze die Gesetze der Differentialrechnung.

**Ü 1.16** Wie groß ist die Elongation einer harmonischen Schwingung, wenn die Amplitude 10 cm und die Frequenz 20 Hz beträgt, **a)** 0,02 s, **b)** 0,03 s und **c)** 0,04 s nach Durchgang durch die Ruhelage?

**Ü 1.17** Nach welcher Zeit wird die Elongation einer harmonischen Schwingung (f = 40 Hz) mit der Amplitude 10 cm nur mehr 1 cm betragen?

**Ü 1.18** Eine harmonische Schwingung schwingt 20-mal in der Minute. Wann ist die Elongation halb so groß wie die Amplitude?

**Ü 1.19** Richtige oder falsche Aussage? Kreuze an:

| | Richtig | Falsch |
|---|---|---|
| **a)** Wenn das Hooke´sche Gesetz gilt, so ist die Schwingung harmonisch. | | |
| **b)** Die Periodendauer einer Schwingung hängt von der Amplitude ab. | | |
| **c)** Schwingungen eines Fadenpendels treten nur auf der Erde auf. | | |
| **d)** Das gemeinsame aller Schwingungen ist die zeitliche Periodizität. | | |
| **e)** Die Phasenverschiebung beeinflusst die Amplitude. | | |
| **f)** Die Geschwindigkeit einer Pendelmasse bei einem Federpendel ist konstant. | | |
| **g)** Die Elongation kann nie größer als die Amplitude werden. | | |

**Ü 1.20** Abb. 14.1 zeigt die Aufzeichnung zweier Signale auf dem Schirm eines Oszilloskops.

**a)** Bestimme die Frequenz der Signale

**b)** Um wie viel bleibt das Signal $Y_1$ hinter dem Signal $Y_2$ zurück?



**Abb. 14.1**



**Abb. 14.2**

## Merk & Würdig

**Erreger = Oszillator**

**Mitschwinger = Resonator**

## 1.3 Resonanz *(resonance)*

Bisher haben wir den Idealfall betrachtet, dass bei Schwingungen Reibung und Luftwiderstand vernachlässigbar sind. Tatsächlich gibt ein Pendelkörper während des Schwingens Energie ab, z. B. durch Reibung und bei Luftwiderstand. Ist die Anfangsenergie verbraucht, so kommt die Schwingung zum Erliegen. Die Amplitude wird immer kleiner, bis sie null wird.

Man spricht von einer **gedämpften Schwingung**.

Will man trotz der Dämpfung eine ständige Schwingung aufrecht erhalten, so muss die verlorengegangene Schwingungsenergie laufend zugeführt werden. Dies kann etwa bei einem Federpendel dadurch geschehen, dass der Pendelkörper bei jeder Schwingung angeregt wird.

Diesen Vorgang nennt man **erzwungene Schwingung**.

## Experiment

Mithilfe eines Elektromotors, an dem ein Exzenter ein Federpendel auf und ab bewegt, kann es zum Schwingen „gezwungen" werden **(Abb. 15.1 bis 15.3)**. Wir steigern allmählich die Drehzahl (= Frequenz des Anregers f) und beobachten das Schwingungsverhalten des Pendels (= Frequenz des Resonators).

Motor mit Exzenter

**Abb. 15.1** *Ist die Anregungsfrequenz* ***viel kleiner*** *als die Eigenfrequenz des Pendels, so schwingt das Pendel im* ***Gleichtakt*** *des Motors.*

**Abb. 15.2** *Ist die Anregungsfrequenz etwa* ***gleich groß*** *der Eigenfrequenz des Pendels, so schwingt das Pendel mit* ***großer*** *Amplitude.*

**Abb. 15.3** *Ist die Anregungsfrequenz* ***deutlich größer*** *als die Eigenfrequenz des Pendels, so schwingt das Pendel* ***gegensinnig mit kleiner*** *Amplitude.*

Das Pendel schwingt in den Fällen 1 und 3 also nicht mit seiner Eigenfrequenz $f_0$. Ihm wird gewissermaßen eine Frequenz „aufgezwungen". Wir erhalten daher eine erzwungene Schwingung. (Im Fall 2 schwingt das Pendel sehr wohl mit seiner Eigenfrequenz $f_0$.)

Wie das obige Experiment gezeigt hat, hängt die Amplitude von der Frequenz des anregenden Oszillators ab:

**1. Fall:** $f << f_0$ Die Amplitude des Resonators ist etwa so groß wie die Amplitude des Oszillators.

**2. Fall:** $f \approx f_0$ Die Amplitude kann sehr groß werden.
$f = f_0$ Resonanz

**3. Fall:** $f >> f_0$ Der Resonator schwingt mit einer sehr kleinen Amplitude.

Trägt man die Amplitude der Schwingung als Funktion der Oszillatorfrequenz in einem Diagramm ein, so erhält man die sogenannte **Resonanzkurve (Abb. 15.4)**.



**Abb. 15.4** *Resonanzkurven der erzwungenen Schwingungen*

Aus ihr kann abgelesen werden, wie groß die Amplitude des schwingenden Federpendels bei verschiedenen Oszillatorfrequenzen ist. Die Form der Resonanzkurve hängt von der Dämpfung des Federpendels ab. Bei großer Dämpfung sind die Amplituden gering – die Resonanzkurve zeigt einen breiten Verlauf. Die Resonanzkurve ist umso schmäler und zeigt umso größere Amplituden, je geringer die Dämpfung des Schwingers ist. Bei geringer Dämpfung kann das Pendel im Resonanzfall zerstört werden („**Resonanzkatastrophe**").

## Experiment

Ein einfaches Instrument zur Demonstration der Resonanz ist die Stimmgabel. Mit ihr können die wesentlichen Eigenschaften der Resonanz hörbar gemacht werden. Zwei Experimente mit jeweils zwei gleichen Stimmgabeln zeigen das deutlich:



**Abb. 15.5**

Deckt man die Öffnung einer schwingenden Stimmgabel ab, so wird der Ton deutlich leiser.



**Abb. 15.6**

Der Ton der linken schwingenden Stimmgabel wird durch Resonanz auf die rechte Stimmgabel übertragen.

## Ergänzung & Ausblick

Jeder Körper besitzt grundsätzlich eine Eigenfrequenz $f_0$. Somit kann er auch in Resonanz geraten. Manchesmal sind diese Resonanzen erwünscht, manchesmal dagegen ausgesprochen störend, wie folgende Beispiele zeigen:

- **Resonanz in der Akustik**

  Damit der Ton von Saiteninstrumenten „voller" klingt, befestigt man die Saiten auf einen so genannten **Resonanzkörper**[1]. Es ist dies ein Hohlkörper, der die erzeugten Töne „verstärkt", d. h. gut an die umgebenden Luftmoleküle abgeben kann.

- **Das Schwingungsverhalten von Stoßdämpfern**

  Die Stoßdämpfer bei Motorrädern und Autos (Abb. 16.2) ermöglichen eine gute Bodenhaftung der Reifen auf dem Straßenbelag nur dann, wenn sie die Schwingungen des Fahrzeugs möglichst gut dämpfen. Defekte Stoßdämpfer führen zu unpräzisem Lenkverhalten, zu längeren Bremsstrecken und der Reifen nützt sich schneller (einseitig) ab.

  Stoßdämpfer müssten eigentlich Schwingungsdämpfer heißen, da sie Schwingungen und keine Stöße dämpfen.

- **Gebäudeschwingungen**

  Gebäude werden von Erdbebenstößen und von Windstößen zu Schwingungen angeregt. Die Bewegung von hohen Schornsteinen oder Türmen wird durch ihre Bauweise so stark gedämpft, dass normalerweise zu erwartende Anregungen zu keinen nennenswertenAmplituden der Gebäude führen. Österreich wird laut ÖNORM B4015 in vier Erdbebenzonen eingeteilt, und die dort zu erwartenden Kräfte auf Gebäude(fundamente) werden durch entsprechende Faktoren in den Berechnungen der Statik berücksichtigt.

- **Hängebrücken** sind aufgrund ihrer Konstruktion in gewissen Grenzen frei beweglich. Bereits geringe Windstärken können derartige Brücken in Schwingungen versetzen.

  Trotzdem darf die „Beweglichkeit" nicht soweit wie bei der Brücke über die Tacoma-Bucht (Bundesstaat Washington, USA, Abb. 16.3) gehen. Sie erhielt wegen ihres Verhaltens den Namen »Galloping Gertie«. Nach dem Einsturz wurde sie so aufgebaut, dass die Eigenfrequenz der Brückensegmente verändert wurde. Seit damals wird jede Brücke bzw. das Brückenmodell einem Windkanaltest unterzogen.

**Abb. 16.1** *Der Resonanzkörper ist so gestaltet, dass er möglichst viele Frequenzen verstärken kann. Der Resonanzkörper schwingt dann bei allen mit dem Instrument erzeugten Tönen gut mit.*

**Abb. 16.2**

**Abb. 16.3** *Zunächst führte die Brücke Transversalschwingungen (f ≈ 36 Hz) aus. Erst die Torsionsschwingungen (f ≈ 14 Hz) brachten die Brücke am 7. 11. 1940 zum Einsturz. Die Amplitude überstieg wegen Resonanz die Belastungsgrenze der Brücke.*

Kopfschmerzen
13 - 20 Hz

Brustschmerzen
5 - 6 Hz

Bauchschmerzen
4,5 - 10 Hz

**Abb. 16.4** *Auswirkungen unterschiedlicher Schwingungen*

- In der **Medizin** ist es bekannt, dass Organe auf mechanische Schwingungen reagieren, die von außen auf den Körper einwirken. Abb. 16.4 zeigt ausgewählte Körperregionen. Schwingungen mit typischen Frequenzen erzeugen schwingungsbedingt Beschwerden. Wegen der starken Dämpfung sind diese Beschwerden individuell verschieden stark ausgeprägt

[1] Zusätzlich soll bei Saiteninstrumenten vor allem der akustische Kurzschluss verhindert werden; das ist die destruktive Interferenz zwischen der Welle von der Vorderseite und der Welle von der Hinterseite der Saite (siehe auch Kapitel 3.1.2, Ergänzung & Ausblick).

## Beispiel 1.8

Man betrachte einen Pkw als Federpendel mit $m = 1\,000$ kg und $k = 10^8$ N/m. Bei welcher Fahrgeschwindigkeit tritt auf dem skizzierten Kopfsteinpflaster ($d = 20$ cm) Resonanz auf?

Zunächst berechnet man die Periodendauer T der PKW-Federung:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\,000\ kg}{10^8\ N/m}} = 0{,}02\ \text{s}$$

Dies ist auch genau die Zeit, die der Pkw braucht, um die Strecke d zurückzulegen. Bewegt sich der PKW gleichförmig, so erhalten wir für die Geschwindigkeit

$$v = \frac{d}{T} = \frac{0{,}2\ \text{m}}{0{,}02\ \text{s}} = 10\ \text{m/s}$$

Der Pkw sollte sich nicht lange mit **36 km/h** bewegen. Warum?

d

**Abb. 17.1**

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Resonanz, indem du die folgenden Übungen durchführst:

**Ü 1.21** Ein Federpendel ist an einem Elektromotor **(Abb. 17.2)** angeschlossen. Bei welcher Winkelgeschwindigkeit des Elektromotors kommt es zur Resonanz des Federpendels ($k = 1{,}7$ N/m), wenn die Pendelmasse $m = 15$ dag beträgt?

**Abb. 17.2** *zu Übung 1.21*

**Ü 1.22** Ein einachsiger Anhänger ($m = 250$ kg) kann mit maximal 750 kg beladen werden. Seine Federung wird bei voller Beladung um 7 cm zusammengedrückt.

Mit welcher Geschwindigkeit sollte der Fahrer nicht fahren, damit es nicht wegen regelmäßiger Fahrbahnunebenheiten (Dehnfugen auf der Autobahn, $d = 10$ m) zu unliebsamen Schwingungen des Anhängers kommt?

**Ü 1.23** Richtige oder falsche Aussage? Kreuze an:

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Jede Brücke besitzt eine charakteristische Eigenfrequenz. Personengruppen dürfen daher nicht im Gleichschritt über die Brücke gehen | | |
| **b)** Stoßdämpfer von Fahrzeugen verhindern gefährliche Schwingungen. | | |
| **c)** Mit Hilfe der Resonanz kann man die „gute" Akustik von Konzertsälen erklären. | | |
| **d)** Mit Resonanz kann man die Amplituden vergrößern. | | |

**Ü 1.24** Du wurdest zur Erkundung eines Planeten vom Raumschiff *Fermat 1* auf den Planeten gebeamt. Leider hast du entscheidende Messgeräte vergessen. Wie könntest du die Fallbeschleunigung des Planeten bestimmen?

**Ü 1.25** Von Niels Bohr (einem großartigen Physiker) wird berichtet, dass er als Student die Höhe eines Hauses zu bestimmen hatte, ohne sie mit dem Maßband zu messen. Seine Vorschläge waren, den Architekten zu fragen bzw. mit Hilfe der Fallzeit eines Steins die Höhe zu bestimmen. Fällt dir noch eine Methode ein?

**Abb. 17.3** *zu Übung 1.24*

# 2 Wellenphänomene der Mechanik

**In diesem Kapitel geht es um**

- Entstehung von Wellen
- Gekoppelte Pendel
- Arten von Wellen
- Wellengleichung
- Interferenz

## 2.1 Eigenschaften von Wellen

Wir sprechen von **Wellen** (*waves*), wenn sich Schwingungen (allgemein: eine Störung) räumlich ausbreiten. Wellen treten in vielen Bereichen der Physik, der Technik und des Alltags auf. Deshalb ist die Wellenlehre ein sehr wichtiges Konzept in der Physik.

Man unterscheidet:

- mechanische Wellen wie Schall, Wasser- und Erdbebenwellen, die ein Medium benötigen, um sich fortzupflanzen, und
- elektromagnetische Wellen wie Radio- und Fernsehwellen, Mikrowellen, Wärmestrahlung, Licht und UV-Licht, Röntgen- und Gammastrahlen, die kein Medium benötigen und sich daher auch im Vakuum ausbreiten können.

Zuletzt sei noch auf das Phänomen des wellenartigen Verhaltens atomarer und subatomarer Teilchen hingewiesen. Dieses Verhalten und dessen (mathematische) Beschreibung bildet die Grundlage für unser Verständnis für den Aufbau der Materie.

Alle diese Wellen besitzen gemeinsame Vorschriften und Gesetze.

### Merk & Würdig

**Definition einer mechanischen Welle**

Eine Welle entsteht durch eine **Störung**, die durch Koppelung in einem **Medium** an die Nachbarteilchen weitergegeben wird. Dabei wird Energie transportiert, während jeder Oszillator an seinem Platz bleibt. **Es erfolgt kein Materietransport.**

*(The wave transports energy without particles.)*

**Entstehung einer Welle:**
Zwei gleiche Fadenpendel (mit der gleichen Periodendauer) werden wie in **Abb. 19.1** miteinander verbunden. Derartig verbundene Pendel nennt man **gekoppelte Pendel** (*coupled pendulum*). Wir lenken das linke Pendel aus und beobachten die auftretenden Schwingungen.



**Abb. 19.1** *Zwei Pendel sind durch eine Schraubenfeder miteinander verbunden (**gekoppelt**), so dass die Schwingung vom linken auf das rechte Pendel und wieder zurück übertragen wird.*



**Abb. 19.2** *Die Schraubenfedern übertragen die Schwingungsenergie schrittweise vom ersten Pendel auf alle weiteren Pendel.*



**Abb. 19.3** *y-t-Diagramm der gekoppelten Pendel von **Abb. 19.1***

Während das rechte Pendel zu schwingen beginnt, nimmt die Amplitude des linken Pendels ab. Nach einer bestimmten Zeit ruht das linke Pendel und das rechte schwingt mit maximaler Auslenkung: Die Schwingungsenergie wurde vom linken auf das rechte Pendel übertragen. Danach beginnt das Bewegungsmuster in die andere Richtung zurückzulaufen.

Bei einer stärkeren Schraubenfeder beobachtet man eine stärkere Kopplung und einen rascheren Energieübergang zwischen den Pendeln.

Befindet sich eine Reihe gleichartiger Pendel nebeneinander **(Abb. 19.2)**, so breitet sich die Schwingung aus. Es wird eine Welle erzeugt.

## Ergänzung & Ausblick

**Gekoppelte Pendel** sind nicht nur ein Phänomen der Physik. Sie treten auch in der Biologie und Medizin auf. Eine zunächst vollkommen unkoordinierte Bewegung vieler einzelner Oszillatoren beginnt durch scheinbare Absprache plötzlich mit einem gemeinsamen Rhythmus zu schwingen. Ein Beispiel dafür sind die Zellen des Sinusknoten im Herzen, die synchrone elektrische Impulse aussenden, die zur Kontraktion der Herzmuskel führen **(Abb. 20.1)**. Für die Entwicklung effizienter Herzschrittmacher ist die Kenntnis ihrer Wirkungsweise wesentlich.

**Abb. 20.1** *Der Sinusknoten kann nur elektrisch als der Bereich des Herzens erkannt werden, in dem die elektrische Erregung nachweisbar ist. [RV, RK, LV, LK: rechte/linke (Vor)kammer]*

**Abb. 20.2** *Schnurfüßer leben in der Streuschicht des Bodens und sind gute Humusproduzenten.*

Auch die Fortbewegung von Tieren, z. B. Pferden im Galopp und Tausendfüßer, folgt den Regeln gekoppelter Pendel.

Jedes Beinpaar eines Schnurfüßers bewegt sich in einem vorgegebenen Rhythmus. Die Beine sind abwechselnd eng beisammen und dann mit größerem Abstand, so dass der Eindruck einer Wellenbewegung entsteht.

Mechanische Wellen lassen sich durch geeignete Anregungen in Schwingungen versetzen.

**Abb. 20.3** *Entstehung einer Seilwelle*

**Abb. 20.4** *Entstehung einer Schallwelle*

*In beiden Fällen bewegt sich die Welle nach rechts. Man erkennt die unterschiedliche Bewegungsart und -richtung von Welle und Teilchen.*

Man vergleicht die Bewegungsrichtung der Teilchen, die die Welle bilden, mit der Ausbreitungsrichtung der Welle. Je nachdem, ob die Oszillatoren quer oder längs zur Ausbreitungsrichtung der Welle schwingen, unterscheidet man:

- **Transversalwellen** (*transversal waves*): Die Teilchen schwingen quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle **(Abb. 20.5)**.
- **Longitudinalwelle** (*longitudinal waves*): Die Teilchen schwingen parallel zur Bewegungsrichtung der Welle **(Abb. 20.6)**.

### Transversalwellen

**Abb. 20.5** *Das Weiterlaufen einer Transversalwelle kann anhand der Wellenberge und Wellentäler leicht beobachtet werden.*

### Longitudinalwelle

**Abb. 20.6** *Eine Longitudinalwelle läuft in Form von Verdichtung und Verdünnung durch das Wellenmedium.*

Um die Eigenschaften einer (Transversal)welle zu verstehen, betrachten wir ihr **Momentanbild** (Abb. 21.1).

Auslenkung $y$

Ort $x$

Bei der Welle schwingt jeder Oszillator um seine Mittellage.

**Abb. 21.1** *Eine Welle entsteht durch die Schwingungen vieler einzelner Oszillatoren.*

Wir sprechen von **harmonischen Wellen**, wenn jeder Oszillator der Welle harmonisch schwingt, und wenn zwischen benachbarten Oszillatoren stets der gleiche Phasenunterschied besteht. Alle Oszillatoren einer harmonischen Welle schwingen harmonisch mit der gleichen Periodendauer und – wenn keine Energie an die Umgebung abgegeben wird – mit gleicher Amplitude. Die **Amplitude $y_0$ der Welle** (*amplitude*) ist deshalb durch die Amplitude der Oszillatoren gegeben. Ebenso gilt: Die **Frequenz f der Welle** (*frequency*) ist durch die Frequenz der Oszillatoren festgelegt.

Betrachten wir nun Abb. 21.2:

Die Wellenlänge λ ist der Abstand zweier benachbarter Wellenberge.

Auslenkung $y$

λ

Wellenberg

Ort $x$

λ

Wellental

**Abb. 21.2** *Die Wellenlänge λ ist ein wichtiges Maß bei der Beschreibung von Wellen.*

Orte, an denen die Oszillatoren gerade den oberen Umkehrpunkt der Schwingung erreichen, bezeichnet man als **Wellenberge** (*wave crests*), und Orte, an denen die Oszillatoren gerade den unteren Umkehrpunkt der Schwingung erreichen, bezeichnet man als **Wellentäler** (*wave trouhgs*). Man sieht, dass der Abstand zwischen zwei räumlich gleichartigen Orten, etwa zwischen zwei Wellenbergen (oder zwischen zwei Wellentälern) stets gleich groß ist. Diesen Abstand bezeichnet man als **Wellenlänge λ** (*wave length*). Wellen sind also anders als Schwingungen nicht nur zeitlich, sondern auch räumlich periodisch.

Allgemein gilt: Zwei Oszillatoren im Abstand von einer Wellenlänge λ schwingen gleichphasig.

**Merk & Würdig**

Die **Wellenlänge** entspricht dem Abstand zwischen zwei benachbarten gleichphasig schwingenden Oszillatoren.

Während der Schwingungsdauer $T$ legt die Welle eine Strecke $\Delta x = \lambda$ zurück.

**Abb. 22.1** *Wir betrachten drei „Momentaufnahmen" einer Wellenbewegung zu den Zeitpunkten $t = 0$, $t = \frac{T}{2}$ und $t = T$.*

Die Wellenberge und Wellentäler wandern mit konstanter Geschwindigkeit, der Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Welle (*speed of the wave*), weiter. Aus **Abb. 22.1** lesen wir ab:

$c = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\lambda}{T}$ und mit $\frac{1}{T} = f$ erhält man die wichtige Gleichung $\mathbf{c = \lambda \cdot f}$.

## Merk & Würdig

**Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle**

$\mathbf{c = \lambda \cdot f}$

$\lambda$ … Wellenlänge, $[\lambda] = m$

f … Frequenz, $[f] = Hz$

Diese Gleichung gilt sowohl für Transversal- als auch für Longitudinalwellen.

- **Longitudinalwelle**
  Die Teilchen einer Longitudinalwelle schwingen parallel zur Bewegungsrichtung der Welle.
- **Transversalwelle**
  Die Teilchen einer Transversalwelle schwingen quer zur Bewegungsrichtung der Welle.
- Eine **mechanische Welle** kann Energie transportieren, ohne Materie zu transportieren.
- Bei einer Welle sind **zwei Geschwindigkeiten** zu beachten, die streng voneinander zu unterscheiden sind:
  **a)** Die **gleichförmige Bewegung** (*uniform motion*) der Welle mit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c.
  **b)** Die **harmonische Bewegung** (*harmonic motion*) der Teilchen mit der Geschwindigkeit $v = r \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$. Sie wird bei Schall als **Schallschnelle** (*particle velocity*) bezeichnet.
- Beachte den Unterschied der beiden folgenden Diagramme **Abb. 22.2** und **Abb. 22.3.**

**Abb. 22.2** *Diese Funktion stellt nicht das Bild einer schwingenden Saite dar. Es wird der Abstand eines Punkts von der Ruhelage in Abhängigkeit der Zeit gezeigt. Es ist daher ein y-t-Diagramm.*

**Abb. 22.3** *Diese Zeichnung stellt (einen Teil) einer Welle dar. Es kann als Momentanbild einer (transversalen) Welle aufgefasst werden.*

## Ergänzung & Ausblick

Es gibt weitere Möglichkeiten, Wellen einzuteilen:

**a) Wellenausbreitung getragen von:**

- Teilchen: Schall, Wasserwellen, Seilwellen
- Feldern: elektromagnetische Wellen, Gravitationswellen

**b) Dimension des Mediums**

- eindimensional: Seilwellen, Saiten, Stäbe
- zweidimensional: Wellen auf einer Wasseroberfläche, Membrane
- dreidimensional: Schall im Raum, Erdkörper bei Erdbebenwellen, Sonne im All

**c) Wellen im Sinne der Quantenphysik**

Es handelt sich dabei um Wellenfunktionen, die Vorgänge im (sub)atomaren Bereich erklären. Man bedient sich dabei der Anschaulichkeit von Wellen und ihrer (einfachen) mathematischen Handhabung. Die quantenmechanischen Wellenfunktionen sind so real wie elektromagnetische (Radio)wellen.

In Technik und Physik treten oft Wellen mit spezifischen Eigenschaften auf:

- Elektromagnetische Wellen (siehe Kapitel 8)
- Schallwellen (siehe Kapitel 4)
- Erdbebenwellen (seismische Wellen)

Unsere Kenntnisse über das Erdinnere stammen fast alle von **Erdbebenwellen** (*seismic waves*).
Man unterscheidet Longitudinalwellen (P-Wellen genannt) und transversale Scherwellen (S-Wellen genannt).

Die Stärke der Erdbebenwellen misst man in zwei verschiedenen Skalen.

**a) Mercalli-Sieberg-Skala**
Einteilung der Beben in 12 (nicht linear abgestuften) Stärkestufen.

**b) Skala nach Richter**
Beruht auf Berechnung der Stärke (gemessen in J oder Kilotonnen TNT) aufgrund der seismographischen Messung der freigesetzten Energie. Die Richter-Skala ist nach oben offen und eine logarithmische Skala. Das bedeutet, dass eine 10-fache Energiefreisetzung den Wert der Bebenstärke nur um 1 erhöht.

- **Wasserwellen**

Diese breiten sich auf der Wasseroberfläche aus. Man unterscheidet die Arten von Wasserwellen auf Grund der auf sie wirkenden Kräfte.

**a) Schwerewellen**

Die Schwerkraft ist die wesentliche rücktreibende Kraft. Ihre Wellenlänge liegt im Meterbereich. Die Bahnlinien sind Kreise, die bei abnehmender Wassertiefe zu Ellipsen entarten. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist deutlich langsamer als die von Kapillarwellen.

**b) Kapillarwellen**

Bei diesen Wellen muss der Einfluss der Oberflächenspannung berücksichtigt werden. Ihre Wellenlänge ist deutlich kleiner als die von Schwerewellen und liegt im Bereich von einigen Millimetern bis Zentimetern. Häufig kommt es zu einer Überlagerung durch Schwerewellen, sodass die Kapillarwellen nicht auffallen.

**c) Tsunamis**

Besondere Wasserwellen sind die so genannten Tsunamis. Diese Wellen entstehen z. B. durch unterseeische Erdbeben und legen große Entfernungen, häufig über ganze Meere, zurück. Obwohl diese Wellen bei einer Wellenlänge von etwa 200 km eine Höhe von meist nur etwa einem Meter haben und auf Schiffen oft nicht bemerkt werden, bewegen sie beträchtliche Wassermengen mit hoher Geschwindigkeit ($v \approx 720$ km/h). In Küstennähe bäumt sich eine solche Riesenwelle auf. Die höchsten beobachteten Tsunamis[1] erreichten Höhen von 30 bis 35 m. Verheerende Schäden für Küstengebiete sind die Folge.

**Mercalli-Sieberg-Skala (früher verwendet)**

| | | |
|---|---|---|
| I | Unmerklich | nur durch Messgeräte nachweisbar |
| II | Sehr leicht | nur in Ausnahmen fühlbar |
| III | Leicht | im Hausinnern teilweise fühlbar |
| IV | Mäßig | im Haus fühlbar |
| V | Ziemlich stark | meist im Freien fühlbar |
| VI | Stark | allgemein als Erdbeben empfunden |
| VII | Sehr stark | Zerstörungen an Häusern beginnen |
| VIII | Zerstörend | ca. ¼ aller Stein-häuser zerstört |
| IX | Verwüstend | ca. ½ aller Bauten zerstört |
| X | Vernichtend | ca. ¾ aller Bauten zerstört |
| XI | Katastrophe | Einsturz sämtlicher Bauten |
| XII | Große Katastrophe | Topographie wird verändert |

**Tabelle 23.1**

**Richter-Skala**

Von 0,4: kleinster messbarer Erdstoß (es wird ca. 3 GJ Energie frei gesetzt)

bis 8,5 – 9: schwerstes Erdbeben (bis zu 4 000 EJ)

**Tabelle 23.2**



**Abb. 23.1** *Bei Schwerewellen bewegen sich die Wasserteilchen auf kreisförmigen Bahnen. Die Form der Welle erscheint uns als Zykloide.*

**Abb. 23.2** *Steckt man einen Stift in langsam fließendes Wasser, so bilden sich stromaufwärts Kapillarwellen.*

[1] Japanisch „tsu“ = „Hafen“, „nami“ = „Welle“

## Beispiel 2.1

Welche Wellenlänge hat Ö3?

Bekanntlich beträgt die Frequenz von Ö3 99,9 MHz und „bewegt" sich mit Lichtgeschwindigkeit.

Aus $c = \lambda \cdot f$ folgt $\lambda = c/f$. Setzt man die gegebenen Werte ein, so erhält man für

$$\lambda = \frac{300\,000\,000\ m/s}{100 \cdot 10^6\ Hz} = \mathbf{3\ m}$$

Bemerkung: Das ist nicht der Grund, warum Ö3 so genannt wird.

**Abb. 24.1** *Am 23. September 1974 ging am Kahlenberg eine neue Sendeanlage mit einem 165 m hohen abgespannten Antennenmast in Betrieb und die Stephaniewarte konnte wieder ihrem ursprünglichen Zwecke zugeführt werden.*

## Beispiel 2.2

Die Gehbewegung kann man als Wellenbewegung ansehen. Ein Wanderer geht in einer Stunde 5 km und braucht dafür 8 400 Schritte. Wie groß sind Frequenz, Wellenlänge und Wellengeschwindigkeit?

Eine vollständige Schwingung besteht aus zwei Schritten (eine mit dem rechten und eine mit dem linken Bein).

Damit ergeben sich 4 200 Schwingungen pro Stunde, bzw. eine Frequenz von

$$f = \frac{4\,200}{3\,600} = 1{,}2\ \text{Hz}$$

Eine Schrittlänge beträgt $l = \frac{5\,000\ \text{m}}{8\,400} = \mathbf{0{,}6\ m}$

Somit ist die Wellenlänge (2 Schritte) $\lambda = 1{,}2$ m.

Die Wellengeschwindigkeit ist gleich der Geschwindigkeit der Bewegung, damit

$$c = \frac{5\,000\ \text{m}}{3\,600\ \text{s}} = \mathbf{1{,}4\ m/s}$$

Die Wellengeschwindigkeit hätte man auch aus $c = \lambda \cdot f = 1{,}2\ \text{m} \cdot 1{,}2\ \text{Hz} = 1{,}4\ \text{m/s}$ errechnen können.

**Abb. 24.2**

## Beispiel 2.3

Tsunamis bewegen sich mit etwa 720 km/h.

**a)** Wie lange braucht die Welle, um eine Wellenlänge zurückzulegen?

**b)** Wie groß ist die Bahngeschwindigkeit der Wasserteilchen in einer derartigen Welle?

Die Werte für λ und d entnehme man dem Text auf Seite 23 c), Tsunamis.

**a)** Wir benützen die von oben bekannten Daten.

$$c = \lambda \cdot f \Rightarrow c = \lambda \cdot \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{200\,000}{200\ \text{m/s}} = 1\,000\ \text{s} = \mathbf{17\ min}$$

**b)** Die Bahngeschwindigkeit **(Abb. 23.1)** ergibt sich als

$$r = \frac{\text{Kreisumfang}}{\text{Zeit}} = \frac{d \cdot \pi}{t} = \frac{1\ \text{m} \cdot \pi}{1\,000\ \text{s}} = \mathbf{3{,}14\ mm/s}$$

Die Wellenbewegung auf dem offenen Meer ist daher nicht wahrzunehmen.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Schwingungen, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 2.1** Welche Wellenlänge einer stürmischen See ist für ein Schiff der Länge L am gefährlichsten? (Überlege mit Hilfe einer Skizze.)

**Ü 2.2** Das sichtbare Licht liegt etwa im Wellenlängenbereich von 400 nm (blau) bis 800 nm (rot). Welchen Frequenzen entspricht dies?

**Ü 2.3** Welche Wellenlänge hat der technische Wechselstrom von 50 Hz?

**Ü 2.4** Berechne in nebenstehender Tabelle die zugehörigenWellenlängen. ($c_{Schall}$ = 330 m/s).

| f | | Note | Instrument |
|---|---|---|---|
| 16,5 | Hz | $C_2$ | tiefster Ton einer Orgel |
| 262 | Hz | c´ | tiefstes c der Geigen |
| 524 | Hz | c´´ | hohes c der Tenöre |
| 1 047 | Hz | c´´´ | hohes c der Soprane |
| 2 093 | Hz | $c^4$ | höchstes c der Geigen |
| 4 185 | Hz | $c^5$ | höchstes c der Piccolo-Flöte |

**Tabelle 25.1**

**Ü 2.5** Welche der folgende Aussagen sind zutreffend, welche nicht? Kreuze an:

| | zutreffend | nicht zutreffend |
|---|---|---|
| **a)** Die Gleichung $c = \lambda \cdot f$ gilt nur für den Schall. | | |
| **b)** Charakteristisch für eine Welle ist die Ausbreitung von Energie. | | |
| **c)** Bei einer Welle wird Masse von einem Ort A nach B transportiert. | | |
| **d)** Eine harmonische Welle entsteht, wenn die einzelnen Oszillatoren harmonisch schwingen. | | |
| **e)** Die Bewegung einer schwingenden Kinderschaukel ist eine Welle. | | |
| **f)** In der Luft treten auch Transversalwellen auf. | | |
| **g)** Jede Welle wird durch eine Störung erzeugt. | | |
| **h)** Wellen geben die Richtung des Energietransports an. | | |

**Ü 2.6** Welche der folgenden Aussagen treffen für Schwingungen bzw. für Wellen zu? Kreuze an:

| | Schwingungen | | Wellen | |
|---|---|---|---|---|
| | ja | nein | ja | nein |
| **a)** Potenzielle Energie $E_{pot}$ wird ständig in kinetische Energie $E_{kin}$ und wieder zurück umgewandelt. | | | | |
| **b)** Es genügt zur Beschreibung des Vorgangs eine unabhängige Variable. | | | | |
| **c)** Masse wird transportiert. | | | | |
| **d)** Energie wird transportiert. | | | | |
| **e)** Es liegen gekoppelte Systeme vor. | | | | |

## 2.2 Wellenmodell von Huygens *(Huygen´s principle)*

Im Laufe des 17. Jahrhunderts versuchte man zu ergründen, was Licht sei. Newton vertrat die Ansicht, Licht sei ein Strom bewegter Teilchen (Korpuskel).

Christian Huygens[1)] hingegen fasste das Licht als eine elastische Wellenbewegung auf. Damit konnte er Erscheinungen wie die Reflexion und die Brechung von Lichtstrahlen erklären. Mit einem nach ihm benannten Modell, das heute noch Verwendung findet, schuf er nicht nur die Grundlagen für die Theorie des Lichts, sondern auch gleichzeitig die Basis für die Wellenlehre schlechthin.

**Abb. 26.1** *CHRISTIAN HUYGENS*

**Merk & Würdig**

NEWTON vertrat die Korpuskulartheorie,

HUYGENS die Wellentheorie des Lichts.

### Das Huygens'sche Prinzip

Jeder Punkt, der von einer Welle erfasst wird, ist Ausgangspunkt einer **Elementarwelle** (*elementary wave*), die sich nach allen Richtungen (kreis- bzw. kugelförmig) ausbreitet. Alle Elementarwellen zusammen überlagern einander zur beobachteten Welle.

Eine Elementarwelle breitet sich in alle Richtungen des Mediums gleich schnell aus. Sie ist daher eine Kugel- oder Kreiswelle. Eine anschauliche Vorstellung einer Elementarwelle ist die Kreiswelle auf einer Wasseroberfläche.

**Abb. 26.2** *Ein Stein hat auf einer ruhigen Wasseroberfläche eine Elementarwelle erzeugt.*

**Abb. 26.4** *Symbolische Darstellung einer Elementarwelle. Üblicherweise werden Wellenberge durchgezogen, Wellentäler strichliert dargestellt.*

**Abb. 26.3** *Ideale (mathematische) graphische Darstellung einer elementaren Kreiswelle.*

[1)] CHRISTIAN HUYGENS (1629 Den Haag – 1695 Den Haag), bedeutender holländischer Physiker. Er begründete die Wellentheorie des Lichts, erfand die Pendeluhr, erkannte die Polarisation des Lichts, erklärte die Doppelbrechung des Kalkspats und baute aus selbstgeschliffenen Linsen Fernrohre, mit denen er z. B. die Ringe des Saturn und den Orionnebel entdeckte. Er war Ehrenmitglied der britischen Royal Society und lehrte an der Pariser Universität.

Die Wellenausbreitung (*propagation of water waves*) wird im Huygens´schen Prinzip modellhaft beschrieben. Dabei werden folgende Vereinbarungen getroffen:

1. Die Wellenausbreitung wird nur in einer Richtung (in der Fortpflanzungsrichtung) betrachtet.
2. Die Wellenausbreitung wird in Teilschritte zerlegt (tatsächlich ist der Vorgang kontinuierlich).
3. Im Modell ist die Einhüllende von Elementarwellen die Wellenfront (*wave front*).

**Abb. 27.1** *Von jedem Punkt der Welle W geht eine Elementarwelle aus. Die Welle W´ entsteht durch Überlagerung aller Elementarwellen, die sich von W aus in der Zeitspanne Δt mit dem Radius r = c · Δt ausbilden. Die Welle legt bei der Ausbreitung die Wegstrecke Δs = c · Δt gleichförmig zurück.*

## Experiment

Mit der Wellenwanne kann die Ausbreitung von Wasserwellen bei einer Wassertiefe von einigen cm besonders einfach beobachtet werden. Ein auf und ab schwingender Stift taucht in das Wasser und erregt konzentrische Kreise. Da sie alle von einem Punkt ausgehen, werden diese Wellen Elementarwellen (*wavelets*) genannt. Je höher die Wellenfrequenz ist, desto kleiner ist die Wellenlänge.

**Abb. 27.2** *Von jedem Punkt der Welle W geht eine Elementarwelle aus. Die Welle W´ entsteht durch Überlagerung aller Elementarwellen, die sich von W aus in der Zeitspanne Δt mit dem Radius r = c · Δt ausbilden. Die Welle legt bei der Ausbreitung die Wegstrecke Δs = c · Δt gleichförmig zurück.*

## Ergänzung & Ausblick

1994 stürzte der Komet Shoemaker-Levy in den Jupiter. Physiker vom MIT haben die Folgen des Einschlags auf seine Atmosphäre simuliert. Deutlich sieht man in **Abb. 27.3** die von der Einschlagstelle ausgehenden konzentrischen Kreiswellen. Man kann sie als Elementarwellen im Sinne des Huygens´schen Prinzips ansehen.

**Abb. 27.3**

## 2.3 Wellengleichung

Die momentane Auslenkung y(t) der Welle an einem Punkt wird durch die Schwingung des Oszillators beschrieben:

$y(t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Dabei ist $y_0$ … Amplitude der Welle; $[y_0] = m$
$\omega$ … Frequenz der Welle; $[\omega] = 1/s$
t … Zeit; $[t] = s$

Der obige Ausdruck spiegelt die zeitliche Periodizität der Welle (für jeden einzelnen Oszillator) wieder. Es muss noch berücksichtigt werden, dass die Amplitude auch vom Ort x abhängig ist.

**Abb. 28.1** *In der Zeit Δt legt die Welle mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c die Strecke Δx = c · Δt zurück.*

Dazu beachten wir in **Abb. 28.1**, dass die Auslenkung an der Stelle $x_0 + \Delta x$ die Amplitude um $\Delta t = \Delta x/c$ später erreicht wird. Wenn wir diese Überlegung in die obige Gleichung einsetzen, erhalten wir:

$y(x,t) = y_0 \cdot \sin[\omega \cdot (t - \Delta t)]$

$y(x,t) = y_0 \cdot \sin[\omega \cdot (t - \Delta x/c)]$

Soll die Periodizität der Welle vom Ursprung aus beschrieben werden, so setzen wir $\Delta x = x$. Wir erhalten damit die Beziehung

$y(x,t)$[1] $= y_0 \cdot \sin[\omega \cdot (t - x/c)]$

Der Quotient $K = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{2\pi}{\lambda}$ nennt man **Wellenzahl** (*wave number*).

Die Auslenkung y(x,t) der Oszillatoren der Welle lassen sich damit in einfacherer Form angeben:

$y(x,t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$

In der letzten Beziehung spiegelt die Kreisfrequenz ω die **zeitliche Periodizität** der Welle (das „Auf" und „Ab" der Oszillationen) wieder. Die **räumliche Periodizität** der Welle („Wellenberg" und „Wellental") kommt in der Wellenzahl k zum Ausdruck.

### Merk & Würdig

**Die Wellengleichung**

$$\mathbf{y(x,t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x);}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

beschreibt den Zustand einer Welle zu jedem Zeitpunkt t in jedem beliebigen Punkt x.

- y … Auslenkung (Elongation) eines Oszillators in der Entfernung x vom Ursprung aus, $[y] = m$
- ω … Kreisfrequenz, $[\omega] = s^{-1}$
- f … Frequenz, $[f] = Hz$
- $y_0$ … Amplitude, $[y_0] = m$
- t … Zeit, $[t] = s$
- x … Entfernung vom Koordinatenursprung, $[x] = m$
- c … Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle, $[c] = m/s$
- λ … Wellenlänge, $[\lambda] = m$
- k … Wellenzahl, $[k] = 1/m$

### Beispiel 2.4[2]

Die Gleichung einer harmonischen Welle sei durch $y(x,t) = 0{,}03 \cdot \sin(2{,}2x - 3{,}5t)$ gegeben.

$[x] = [y] = m$; $[t] = s$

Wie groß sind die Amplitude, Wellenlänge, Frequenz, Periodendauer und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle?

Amplitude $y_0 = 0{,}03$ m ist einfach.
Mit $\omega = 2\pi \cdot f$ und $T = 1/f$ folgt **f = 0,56 Hz** und **T = 1,8 s**;
mit $k = 2\pi/\lambda$ und $c = \lambda f$ folgt **λ = 2,86 m** und **c = 1,6 m/s**

[1] Die (math.) Schreibweise y(x,t) drückt aus, dass die Elongation y sowohl von der Zeit t als auch vom Abstand x von der Störung abhängig ist. Bei genügender Routine genügt es, $y = y_0 \cdot \sin[\ldots]$ zu schreiben.
[2] Bei diesen Beispielen werden aus Gründen der Übersichtlichkeit die SI-Einheiten weggelassen.

## Beispiel 2.5[1)]

Man beobachtet eine Wasserwelle und misst ihre Wellenlänge zu 20 cm. Für eine Strecke von 1 m braucht sie 2 s. Wie lautet die Wellengleichung?

Da die Welle für 1 m 2 s braucht, beträgt ihre Ausbreitungsgeschwindigkeit $c = 0{,}5$ m/s.

Mit $c = \lambda \cdot f$ berechnet man sich die Frequenz $f = 2{,}5$ Hz und die Periodendauer $T = 0{,}4$ s.

Also erhält man als Wellengleichung $y(x,t) = y_0 \cdot \sin[2\pi \cdot (x/0{,}2 - t/0{,}4)]$ oder

$\mathbf{y(x,t) = y_0 \cdot \sin(15{,}71\,t - 31{,}42\,x)}$

Abb. 29.1

## Beispiel 2.6[1)]

Eine Welle besitzt die Gleichung $y(x,t) = 0{,}5 \cdot \sin[2\pi(x/0{,}3 - t/0{,}5)]$.
Wie groß ist die Elongation $y(x,t)$ eines Teilchens 1 m von der und 1 s nach der Störung?

Man setzt die Angaben in die Wellengleichung ein
$y(x,t) = 0{,}5 \cdot \sin[2\pi \cdot (1/0{,}3 - 1/0{,}5)]$ und berechnet $\mathbf{y(x,t) = 0{,}43}$ **m**.

## Übungen

**Überprüfe deine Kenntnisse über Wellen, indem du die folgenden Übungen durchführst.**

**Ü 2.7** Markus spielt sich mit der Wäscheleine seiner Mutter. Er bewegt ein Ende periodisch mit einer Frequenz von $f = 2$ Hz auf und ab. Die Amplitude beträgt 7,5 cm. Die Welle breitet sich mit $c = 12$ m/s entlang der Leine aus. Wie groß sind die Kreisfrequenz, die Periodendauer, die Wellenlänge und die Wellenzahl. Wie lautet die Wellengleichung?

**Ü 2.8** Eine Transversalwelle besitzt die Gleichung $y(x,t) = 5{,}5\text{ mm} \cdot \sin(157\,t - 23{,}3\,x)$. Wie groß ist

**a)** die Wellenlänge,
**b)** die Frequenz und
**c)** die Ausbreitungsgeschwindigkeit?

**Ü 2.9** Welche der folgende Aussagen sind zutreffend, welche nicht? Kreuze an:

| | zutreffend | nicht zutreffend |
|---|---|---|
| **a)** Die Elongation einer Welle hängt nur vom Ort ab. | | |
| **b)** Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Welle hängt vom Ort ab. | | |
| **c)** Zeitliche Periodizität bedeutet, dass nach gleichen Zeiten immer der gleiche Bewegungszustand auftritt. | | |
| **d)** Zeitliche Periodizität bedeutet, dass nach gleichen Zeiten immer die gleiche Elongation auftritt. | | |

**Ü 2.10** Welche der folgenden Größen müssen bekannt sein, um eine (Wasser)welle beschreiben zu können? Kreuze an:

| | muss bekannt sein | muss nicht bekannt sein |
|---|---|---|
| **a)** Ausbreitungsgeschwindigkeit im Medium | | |
| **b)** Dichte des Mediums | | |
| **c)** Frequenz eines Oszillators | | |
| **d)** Zeit, die seit der Störung vergangen ist | | |
| **e)** Masse des Wassers | | |

[1)] Bei diesen Beispielen werden aus Gründen der Übersichtlichkeit die SI-Einheiten weggelassen.

## Merk & Würdig

**Prinzip der ungestörten Überlagerung von harmonischen Wellen**

(*superposition principle*)

Überlagern sich zwei oder mehrere Wellen, so ergibt sich die Auslenkung der resultierenden Welle durch Addition der Auslenkungen der einzelnen Wellen.

## 2.4 Interferenz *(wave interference)*

Unter **Interferenz** versteht man das Überlagern zweier oder mehrerer Schwingungen[1) ] (oder Wellen) nach dem **Prinzip der ungestörten Überlagerung**. Es handelt sich dabei um die Bildung einer „Summe zweier oder mehrerer Schwingungen". Diese Interferenz (= Summe) kann sowohl grafisch als auch rechnerisch gebildet werden.

### 2.4.1 Interferenz von Schwingungen

Wir bilden von den beiden Schwingungen $y_1 = r_1 \cdot \sin\omega_1 t$ und $y_2 = r_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \Delta\varphi)$ die Summe :

Es können zwei Fälle unterschieden werden:

**a)** $\omega = \omega_1 = \omega_2$

$y = y_1 + y_2 = r_1 \cdot \sin \omega t + r_2 \cdot \sin(\omega t + \Delta\varphi) = r \cdot \sin(\omega t + \varepsilon)$

Dabei ist : r … „neue" Amplitude

ε … „neue" Phasenverschiebung

Graphisch lässt sich dieser Sachverhalt mit einem Zeigerdiagramm (*vector diagram*) darstellen **(Abb. 30.1a)**.

Werden zwei harmonische Schwingungen mit gleicher Frequenz überlagert, so entsteht wieder eine harmonische Schwingung der gleichen Frequenz. Das y-t-Diagramm ist wieder eine Sinuskurve.

Wendet man die Gesetze der Mathematik an, so erhält man mit obigen Angaben mit der Bedingung, dass $\omega_1 = \omega_2$, für r und ε folgende Gleichungen:

$$r = \sqrt{r_2^1 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cdot \cos\Delta\varphi}$$

$$\tan\varepsilon = \frac{r_2 \cdot \sin\Delta\varphi}{r_1 + r_2 \cdot \cos\Delta\varphi}$$

**a) Zeigerdiagramm** **b) y-t-Diagramm**

Drehrichtung der Zeiger

$r_2$, $r$, $r_1$, $\varepsilon$, $\Delta\varphi$

Zeiger der Schwingung 1

Zeiger der Schwingung 2

Auslenkung y

$y = y_1 + y_2$, $y_2$, $y_1$, $\omega \cdot t$

0, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\pi$

**Abb. 30.1a)** **Abb. 30.1b)**

*Aus dem Zeigerdiagramm a) kann man die neue Amplitude und die neue Phasenverschiebung sofort ablesen. Das y-t-Diagramm b) zeigt die Summe der beiden Schwingungen $y_1$ und $y_2$. Auch hier sieht man die Bedeutung der Phase(nverschiebung).*

[1)] Beachte, dass die Interferenz von Schwingungen nur ein Spezialfall der allgemeinen Überlagerung von Bewegung ist.

Bei geeigneter Wahl des Winkels $\Delta\varphi$ treten folgende wichtige Sonderfälle auf:

**Konstruktive Interferenz**

(*constructive interference*)

Wenn gilt: $\Delta\varphi = 0$
(keine Phasenverschiebung)[1)]

Die Amplituden können verschieden sein; dann ist

$\omega = \omega_1 = \omega_2$, $r = r_1 + r_2$ und $\varepsilon = 0$

**(Abb. 31.1)**

**Abb. 31.1** *Überlagerung von gleichphasigen Schwingungen*

**Destruktive Interferenz**

(*destructive interference*)

Wenn gilt: $\Delta\varphi = \pi$

Die Amplituden können verschieden sein; dann ist $\omega = \omega_1 = \omega_2$, $r = r_1 - r_2$ und $\varepsilon = 0$ **(Abb. 31.2)**

Gilt zusätzlich $r_1 = r_2$, so wird $r = 0$ und $\varepsilon$ ist nicht definiert.

Wir erhalten keine Schwingung. Die beiden Schwingungen löschen sich gegenseitig aus **(Abb. 31.3)**.

**Abb. 31.2** *Überlagerung von gegenphasigen Schwingungen*

**Abb. 31.3** *Die Summe zweier Schwingungen kann auch „null" sein. Da die Amplitude null ist, kann man eigentlich nicht von einer Schwingung sprechen.*

**b)** $\omega_1 \neq \omega_2$

Werden zwei harmonische Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen überlagert, so entsteht keine harmonische Schwingung. Die Bewegung ist jedoch periodisch, solange die beiden Frequenzen in einem rationalen Verhältnis zueinander stehen.

Die für die Berechnungen notwendigen mathematischen Kenntnisse gehen über den Rahmen des Buchs hinaus.

**Abb. 31.4** *Diese Schwingung wurde aus zwei harmonischen Schwingungen zusammengesetzt, die verschiedene Frequenzen haben.*

*Die zusammengesetzte Schwingung ist nicht harmonisch; sie ist aber immer noch periodisch, wenn die Frequenzverhältnisse der Teilschwingungen rational sind.*

*Im Beispiel verhalten sich die Frequenzen der beiden Teilschwingungen wie 2 : 3.*

## Beispiel 2.7

Die beiden Schwingungen $y_1 = 2 \cdot \sin(3x + 30°)$ und $y_2 = 3 \cdot \cos(3x - 10°)$ sind zur Interferenz zu bringen.

Mithilfe eines Zeigerdiagramms lässt sich der geometrische Zusammenhang leicht erkennen und die gefragten Größen der „Summenschwingung" $y = r \cdot \sin(3x + \varepsilon)$ bestimmen.

$$y = 4{,}55 \cdot \sin(3x + 57{,}8°)$$

Tipp: a) Beachte den Drehsinn: „minus" bedeutet „im Uhrzeigersinn".
b) Der „Cosinuszeiger" beginnt „oben".

**Abb. 31.5**

[1)] $\Delta\varphi$ ist der Winkel zwischen den Zeigern $r_1$ und $r_2$ **(Abb. 31.2)**. $\Delta\varphi$ wird als Phasenverschiebung bezeichnet.

## Übung

**Überprüfe deine Kenntnisse über Interferenzen von Schwingungen, indem du die folgende Übung durchführst.**

**Ü 2.11** Die Schwingungen **a)** $y_1 = 2 \cdot \sin(2x - 30°)$ und $y_2 = \sin(2x + 30°)$, **b)** $y_3 = \cos(4x + 30°)$ und $y_4 = 4 \cdot \cos(4x - 10°)$ sind mit Hilfe eines Zeigerdiagramms zur Interferenz zu bringen.

## Ergänzung & Ausblick

### Fourier-Analyse

Der Mathematiker Joseph Fourier konnte zeigen, dass jede periodische Schwingung f(x) sich in eindeutiger Weise als Summe von harmonischen Schwingungen darstellen lässt. Auf dieser Grundlage lassen sich sowohl Schwingungen herstellen (= synthetisieren) als auch untersuchen (= analysieren).

Die mathematische Formulierung lautet:

$$f(x) = a_0 + a_1 \cdot \sin x + a_2 \cdot \sin 2x + a_3 \cdot \sin 3x + \ldots + b_1 \cdot \cos x + b_2 \cdot \cos 2x + b_3 \cdot \cos 3x + \ldots$$

Die Werte $a_i$ und $b_i$ sind die so genannten Fourier-Koeffizienten. Sie stellen die Amplitude der jeweiligen harmonischen Schwingungen dar. $a_0$ nennt man den Gleichanteil. Die Bedeutung von $a_0$ kann man leicht aus **Abb. 32.1** und **32.2** ablesen.

**Abb. 32.1** $a_0 = 0$

**Abb. 32.2** $a_0 = a/2$

Die Bestimmung der Koeffizienten erfolgt mit Hilfe folgender Integrale:

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x)\,dx \qquad a_n = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x)\sin(n \cdot x)\,dx \qquad b_n = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2\pi} f(x)\cos(n \cdot x)\,dx$$

Diese Gleichungen gelten für stückweise stetige Funktionen mit $T = 2\pi$.

Je mehr Koeffizienten bestimmt werden, umso mehr nähert sich die Fourier-Reihe der gewünschten Funktion f(x) an. Ihre Bestimmung geht über den Rahmen dieses Lehrbuchs hinaus.

Liest man **Abb. 32.3** von oben nach unten, so spricht man von Synthese. Aus harmonischen Schwingungen wurde eine neue Schwingung aufgebaut (synthetisiert). Andererseits kann die in **b)** dargestellte Schwingung in die harmonischen der **Abb. 32.3 a)** zerlegt (analysiert) werden. Die Frequenzsynthese und -analyse haben in der Physik und (Nachrichten-)Technik große Bedeutung.

Die Summe der Oberschwingungen eines Musikinstruments ergibt seinen charakteristischen Klang. Man spricht in diesem Fall von der Klangfarbe eines Instruments.

Kennt man das Frequenzspektrum, so lässt sich durch dessen Synthetisierung das Instrument nachahmen. Die elektronische Orgel ist dafür ein Beispiel. Leider ist es nicht möglich, alle Oberschwingungen zu bestimmen bzw. zu erzeugen. Dazu bräuchte der Synthesizer unendlich lange. Es handelt sich auch um eine unendliche Summe. Man muss einen Kompromiss zwischen Klangqualität und Rechenaufwand schließen. Dadurch klingen von Computern imitierte Instrumente oft hohl und unpersönlich.

Ein derart kompliziertes Spektrum zu simulieren ist fast unmöglich. Ähnliches gilt für die menschliche Stimme. Da jede Person einen individuellen Resonanzkörper (= Brustkorb, Nasen-Rachen-Raum) besitzt, ist das Spektrum seiner Stimme daher so individuell wie sein Fingerabdruck. Sie ist daher zu seiner Identifikation geeignet (Stichwort: Kriminalistik; Erlaubnis, bestimmte Räume zu betreten). „Sprechende Computer" klingen unpersönlich und „roboterhaft".

Das Ohr ist ein recht guter Analysator. Es unterzieht die empfangenen Töne einer Analyse und zerlegt sie wieder in ihre Bestandteile (= Oberschwingungen). Wir sind in der Lage, diese Oberschwingungen zu hören und eine Person an ihrer Stimme zu erkennen.

(a) $y = 5 \sin x$

(b) Summenfunktion

(c) Bei unendlich vielen Summanden erhält man eine Sägezahnkurve.

**Abb. 32.3** *In **(a)** wurden folgende harmonische Schwingungen gezeichnet: $y = 5 \cdot \sin x$ (rot), $y = 3{,}6 \cdot \sin 2x$ (blau), $y = 2{,}5 \cdot \sin 3x$ (grün), $y = 1{,}6 \cdot \sin 4x$ (schwarz).*

*Ihre Summe ist in **(b)** dargestellt. Ihre Periodizität als auch die sägezahn-ähnliche Form ist bereits erkennbar. In **(c)** ist die (unendliche) Summe aller Oberschwingungen gezeichnet. Die Idealform des Sägezahns ist erreicht.*

## Lärm + Antilärm = Stille

Da jedes Geräusch durch Fourier-Analyse in sein Frequenzspektrum zerlegt werden kann, muss „nur" eine Gegenschwingung, der Antilärm, erzeugt werden. Die destruktive Interferenz lässt dann Stille entstehen. Vor allem periodischer Lärm lässt sich wegen seines vorhersehbaren Schallmusters „leicht" eliminieren. Motorenlärm und Fluggeräusche lassen sich auf diese Weise beseitigen. Einige Fluglinien bauen derartige Spezialkopfhörer für die Piloten ein. Dadurch wird die notwendige Verständigung mit der Bodenstation verbessert.

**Abb. 33.1** *Schnelle Elektronik ist eine notwendige Voraussetzung für den Einsatz von aktiver Lärmkompensation. Sie helfen, gefährliche Frequenzen zu dämpfen. Eine normale Unterhaltung wird möglich.*

## Lissajous-Figuren

Derartige Figuren erhält man, wenn zwei Schwingungen, die normal aufeinander stehen, zusammen treffen; d.h. der Oszillator kann sich sowohl in die x- als auch in die y-Richtung frei bewegen.

Bei der mechanischen Entsprechung **(Abb. 33.3)** erkennt man deutlich das Wesentliche. Plotter nutzen dieses Prinzip: sowohl das Zeichenpapier als auch der Tintenstift bewegen sich gleichzeitig. Ihre koordinierte Bewegung ergibt die Zeichnung.

Die beiden Schwingungen werden zur Parameterdarstellung der Lissajous-Figuren:

$x = r_1 \cdot \sin \omega_1 t \qquad y = r_2 \cdot \sin(\omega_2 t + \varphi)$

Wenn $\omega_1 = \omega_2$, erhält man den einfachsten Fall. Die zugehörige Lissajous-Figur „pendelt" zwischen Kreis und Strecke hin und her.

**Abb. 33.2** *Zwei harmonische, aufeinander senkrecht stehende Schwingungen mit gleicher Amplitude werden zur Interferenz gebracht.*

**Abb. 33.3** *Mechanische Entsprechung zu Erzeugung von Lissajous-Figuren.*

*Ein mit Sand gefülltes Pendel bewegt sich periodisch über einer in x-Richtung schwingenden Platte.*

Sind die Frequenzen $\omega_1$ und $\omega_2$ verschieden, so ergeben sich etwas kompliziertere Formen **(Abb. 33.5)**.

**Abb. 33.4** *Aus einer Lissajous-Figur kann man das Frequenzverhältnis der beteiligten Schwingungen ablesen. Man bestimmt, wie oft die Lissajous-Figur das begrenzende Quadrat auf zwei Seiten berührt. So lässt sich ein Vielfaches einer Referenzfrequenz präzise einstellen bzw. bestimmen.*

***(a)** Frequenzverhältnis 1 : 1, **(b)** Frequenzverhältnis 4 : 5*

**Abb. 33.5** *Verschiedene Lissajous-Figuren. Die senkrechten Spalten zeigen Figuren mit dem gleichen Frequenzverhältnis, die waagrechten Reihen mit gleicher Phasenverschiebung.*

## Übungen

Wenn du die folgenden Übungen richtig löst, hast du die Grundlagen der Fourier-Analyse verstanden.

**Ü 2.12** Formuliere in einfachen Worten die Bedeutung von $a_0$.

**Ü 2.13** **Abb. 34.1** und **Abb. 34.2** zeigen jeweils eine Sägezahnschwingung.

**Abb. 34.1** *zu Ü 2.13*

**Abb. 34.2** *zu Ü 2.13*

**a)** Bestimme von beiden $a_0$.

**b)** Kann man $a_0$ in **Abb. 34.1** auch einfacher bestimmen?

**Ü 2.14** Welche der folgenden Schwingungen in **Abb. 34.3** bis **Abb. 34.7** kann/können nicht durch Überlagerung von beliebigen Sinusschwingungen erzeugt werden?

**Abb. 34.3**

**Abb. 34.4**

**Abb. 34.5**

**Abb. 34.6**

**Abb. 34.7**

## 2.4.2 Interferenz von Wellen

Jetzt dehnen wir den Begriff Interferenz auf das Überlagern zweier oder mehrerer Wellen aus. Wir sprechen also dann von Interferenz oder Überlagerung zweier Wellen, wenn an einem Ort zwei Wellen gleichzeitig eintreffen.

Die vielfältigen Phänomene und Anwendungen der Überlagerung von Wellen sollen im Folgenden besprochen werden.

### Konstruktive Interferenz (Abb. 34.8)

Wir betrachten zwei Wellen mit gleicher Wellenlänge und gleicher Ausbreitungsrichtung. Der Gangunterschied $\Delta x$ zwischen den beiden Wellen soll ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge betragen: $\Delta x = n \cdot \lambda$, mit $n = 1, 2, 3, \ldots$

Die resultierende Welle ist ebenfalls eine harmonische Welle und hat die gleiche Wellenlänge und daher auch gleiche Frequenz wie die einzelnen Wellen; ihre Amplitude ist jedoch größer als jede der einzelnen Wellen. Wir sprechen in diesem Fall von **Verstärkung** oder **konstruktiver Interferenz**.

Konstruktive Interferenz:
Die Auslenkungen werden verstärkt.

**Abb. 34.8** *Diese zwei Wellen mit gleicher Wellenlänge überlagern sich so, dass die Wellenberge beider Wellen und die Wellentäler beider Wellen zum gleichen Zeitpunkt an der gleichen Stelle sind. Bei der Überlagerung werden die Wellenberge höher und die Wellentäler tiefer.*

Destruktive Interferenz:
Die Auslenkungen werden vermindert.

**Abb. 35.1** *Hier kommen die Wellenberge der einen Welle auf den Wellentälern der zweiten Welle zu liegen. Bei der Überlagerung werden die Wellenberge kleiner und die Wellentäler weniger tief*

schnelle Wellen
langsame Wellen
"freak wave"

**Abb. 35.2** *Mehrere Einzelwellen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten können sich zu einer einzigen Welle mit dem Vielfachen der normalen Höhe einer Welle addieren, wenn die schnelleren Wellen die langsamen einholen. Die Riesenwellen stürzen nach wenigen Sekunden in sich zusammen.*

**Merk & Würdig**

**Schwebungsfrequenz $f_s$**

$$f_s = |f_1 - f_2|$$

$f_s$ … Schwebungsfrequenz
$f_1$ … Frequenz der 1. Welle
$f_2$ … Frequenz der 2. Welle

## Destruktive Interferenz (Abb. 35.1)

Haben zwei Wellen mit gleicher Wellenlänge und gleicher Schwingungsrichtung einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge, so kommen die Wellenberge der einen Welle auf den Wellentälern der anderen Welle zu liegen.

$$\Delta x = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, ...$$

Die resultierende Welle ist wieder eine harmonische Welle und hat die gleiche Wellenlänge wie die Einzelwelle. Die Amplitude der resultierenden Welle ist kleiner als die größere Amplitude der beiden Wellen. Wir sprechen in diesem Fall von einer **Abschwächung** oder **destruktiven Interferenz**. Haben beide Teilwellen die gleiche Amplitude, so löschen sie sich bei destruktiver Interferenz völlig aus.

## Monsterwelle (*Freak wave*) (Abb. 35.2)

Im Jahr 2001 wurde dem Luxuspassagierschiff Bremen vor der antarktischen Küste ein derartiges Ereignis fast zum Verhängnis.

Eine 35 m hohe Welle – in der Seemannssprache Kaventsmann – machte den Luxusdampfer manövrierunfähig. 1 000 t Wasser überschwemmten das Schiff und legten die gesamte Elektrik lahm. „… erlitten wir bei sehr schwerer See einen Seeschaden. Ein großer Brecher (Seeschlag) von ca. 35 m Höhe zerstörte das Brückenfenster …" (Zitat aus dem Logbuch der MS Bremen)

## Schwebung (*beat*) (Abb. 35.3)

Zwei Wellen mit den Frequenzen $f_1$ und $f_2$ erzeugen genau dann eine Schwebung, wenn ihre Frequenzen fast gleich sind: $f_1 \approx f_2$ Man erkennt, dass das Ansteigen und Absinken der Amplitude selbst ein periodischer Vorgang ist. Jedes Ansteigen und Absinken der Amplitude der resultierenden Welle entspricht dann einer Schwingungsperiode der Schwebung. Die **Schwebungsfrequenz $f_s$** (*beat frequency*) wird aus der Differenz der Wellenfrequenzen berechnet:

Experimentell lässt sich die Schwebung mit zwei Stimmgabeln ähnlicher Frequenz realisieren.

konstruktive Interferenz
Auslöschung
destruktive Interferenz

**Abb. 35.3** *Bei der Überlagerung zweier Wellen mit verschiedenen Frequenzen tritt abwechselnd Verstärkung und Abschwächung auf.*

**Interferometrie** (*Interferometric techniques*)

Interferometer **(Abb. 36.1)** sind empfindliche optische Messanordnungen, die kleinste Längen messbar machen. Interferenzmuster ändern sich schon bei geringfügiger Abwandlung der Versuchsanordnung. Dies wird zur Bestimmung kleiner Differenzen von Winkeln, Abständen (Wellenlängen) und Brechungsindizes benutzt.

**a)** Einerseits gelingt dies, indem man einen Strahl (Welle) durch einen halbdurchlässigen Spiegel fallen lässt, der die Strahlen teilt. Die anschließenden verschieden langen Wege der Welle ergeben, nachdem sie wieder vereinigt wurden, auf dem Schirm ein charakteristisches Interferenzbild **(Abb. 36.2)**. Geschichtlich gesehen war dieses Messprinzip wichtig.
Albert Michelson[1)], ein US-amerikanischer Physiker, wollte mit dem nach ihm benannten Interferometer Ende des 19. Jahrhunderts eine absolute Bewegung der Erde im Weltäther nachweisen. Das Misslingen des Versuchs gilt als Basis der Relativitätstheorie **(Kapitel 3.3.3)**.

**b)** Andererseits kann man mehrere räumlich getrennte Empfänger (z. B. Radioteleskope) zusammen schließen und so das Auflösungsvermögen gewaltig steigern.



**Abb. 36.1** *Beim Michelson-Interferometer wird das einfallende Licht durch den halbdurchlässigen Spiegel in zwei Strahlen geteilt. Durch Verschieben des Spiegels $S_1$ oder Einbringen eines zu messenden Objekts lässt sich das Interferenzmuster verändern*

**Abb. 36.2** *Beispiel eines Interferenzmusters*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Interferenz von Wellen, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 2.15** Vervollständige die folgenden Sätze so, dass sich korrekte physikalische Aussagen ergeben:

Wirken verschiedene Wellen zusammen, so ________________ sie. Die Elongation der daraus entstehenden neuen Welle ist die ________________ Summe der Einzelelongationen. Beträgt die ________________ ein geradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, so tritt ________________ ein. Bei einem ungeradzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge tritt ________________, bei ________________ Amplitude sogar Auslöschung auf.

Setze folgende Wörter ein:
Abschwächung, algebraische, Auslöschung, gleicher, interferieren, Phasenverschiebung, Verstärkung

**Ü 2.16** Welche der folgende Aussagen sind zutreffend, welche nicht? Kreuze an:

| | zutreffend | nicht zutreffend |
|---|---|---|
| **a)** Bei einer destruktiven Interferenz genügt es, wenn die interferierenden Wellen gleiche Frequenz besitzen. | | |
| **b)** Interferenz ist das Entstehen einer Welle. | | |
| **c)** Auch Longitudinalwellen können interferieren. | | |
| **d)** Bei einer Schwebung nimmt die Amplitude periodisch zu und ab. | | |

[1)] ALBERT ABRAHAM MICHELSON (1852 Strelno, Polen – 1931, Pasadena) beschäftigte sich hauptsächlich mit Licht und seinen Eigenschaften. Für die Herstellung optischer Präzisionsinstrumente und die mit ihnen durchgeführten Versuche (Michelson-Interferometer) erhielt er 1907 den Nobelpreis. Seine Versuche gegen Ende des 19. Jahrhunderts stehen am Beginn der theoretischen Überlegungen bei der Einführung der Relativitätstheorie.

# 3 Reflexion Beugung Brechung

**In diesem Kapitel geht es um**

- das Reflexionsgesetz
- stehende Wellen
- Brechung
- Totalreflexion
- Dispersion
- Beugung
- Polarisation
- Doppelbrechung
- Interferenz an dünnen Schichten

## 3.1 Reflexion *(reflection)*

Unter Reflexion versteht man das Zurückwerfen einer Welle an einer Grenzschicht.

**Experiment**

An einer langen **Spiralfeder**, die an einem Ende festgehalten wird, lässt man eine Auslenkung entlanglaufen.

Wir beobachten eine **Reflexion am festen Ende**: Der ans Ende laufende Wellenberg wird als Wellental reflektiert. Man sagt auch: Es tritt ein **Phasensprung von 180° oder π** auf.

Verändere das Experiment und lass das Ende der Feder frei hinunter hängen: Bei der Reflexion einer Seilwelle am **freien Ende** wird ein Wellenberg als Wellenberg reflektiert (kein Phasensprung).

**Abb. 38.1** *Eine Welle läuft gegen das fest eingespannte Ende und wird reflektiert.*

### 3.1.1 Reflexionsgesetz

So wie mechanische Wellen werden auch Licht und andere elektromagnetische Wellen an einer Mediengrenze reflektiert. Dabei zeigt sich, dass Einfallswinkel und Reflexionswinkel gleich groß sind. Einfallswinkel und Reflexionswinkel werden immer zum Lot gemessen. Das Lot ist eine Normale auf die reflektierende Schicht.

**Die Reflexion von Licht** lässt sich durch zwei Erklärungsmodelle verstehen:

- **Erklärungsmodell Teilchen**: Man stellt sich Licht zusammengesetzt aus Teilchen vor; man nennt sie **Photonen**. Die Reflexion lässt sich genauso erklären, wie man das Abprallen eines Tischtennisballs an einer Tischplatte versteht: mit Hilfe des Impulserhaltungssatzes der Mechanik **(Abb. 38.3)**. Das ist das Erklärungsmodell, das Newton bevorzugte.
- **Erklärungsmodell Wellen**: Auch mit dem **Prinzip von Huygens** **(Kapitel 2.2)** kann Reflexion erklärt werden: Die Elementarwellen überlagern sich; die einfallende Wellenfront und die reflektierte Wellenfront erfüllen das Reflexionsgesetz **(Abb. 39.2)**. Mit Hilfe der **Wellenwanne** kann dies veranschaulicht werden **(Abb. 38.4 und 38.5)**.



**Abb. 38.2**

**Abb. 38.3** *Das **Reflexionsgesetz** der **Mechanik** wird mit Hilfe des **Impulserhaltungssatzes** erklärt.*

**Experiment**

Wellenwanne

Mit der Wellenwanne kann die Ausbreitung von Wasserwellen beobachtet werden. Ein auf- und abschwingender Stift taucht in das Wasser und erzeugt konzentrische Kreise (Elementarwellen).

Taucht man in das Wasser periodisch einen länglichen Schwingkörper ein, erzeugt man ebene Wellenfronten. Das Reflexionsgesetz kann beobachtet werden: Die Wellen werden an einem Hindernis reflektiert.



**Abb. 38.4**



**Abb. 38.5**

## Merk & Würdig

**Reflexionsgesetz: Der Einfallswinkel α und der Reflexionswinkel β sind gleich groß.**

- Einfallswinkel und Reflexionswinkel werden immer zum Lot gemessen. (Das Lot ist eine Normale auf die reflektierende Schicht.)
- Das Reflexionsgesetz gilt für alle Arten von Wellen.

**Abb. 39.1**

**Abb. 39.2**

*Ein Strahl fällt auf eine Mediengrenze. Wir betrachten die Elementarwellen, die an der Grenze entstehen. Die Überlagerung der Elementarwellen um A, B´ und C´´ ergibt die neue Wellenfront: Die reflektierte Wellenfront ist eine gemeinsame Tangente der Elementarwellen. Die Dreiecke AC´´A´´ und ACC´´ sind kongruent; insbesondere gilt:*

***Einfallswinkel α = Reflexionswinkel β***

**Abb. 39.3** *Auch die Reflexion an gekrümmten Oberflächen unterliegt dem Reflexionsgesetz. Das Lot steht senkrecht auf die Tangente.*

**Reflexionen** von

- **Schall und Ultraschall** werden als **Echo** bezeichnet. (Mehr zu diesem Thema findest du in **Band 1, Kapitel 2.2.4**.)
- **Radarwellen** werden im Verkehr (Ortung von Schiffen, Fahrzeugen und Flugkörpern, Geschwindigkeitsmessung), in der Forschung (flugzeuggestützte Wettererkundung, Kartenerstellung, Weltraumforschung: z. B. Suche nach $H_2O$ auf dem Mars) und im Bereich Technik (Lawinenwarnung, Aufspüren von Giftmüll im Erdboden) sowie in der Medizin (Radarwellen-Endoskop) eingesetzt.
- **Erdbebenwellen**: Das Vermessen der Laufzeiten reflektierter Erdbebenwellen und von künstlichen Druckwellen führt zu Erkenntnissen, wie das Erdinnere aufgebaut ist. Geologen können über Reflexionen an verschiedenen Gesteinsschichten Gas- und Öllagerstätten erkunden.
- **Licht** am Spiegel wird in **Kapitel 5** (Strahlenoptik) behandelt.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Reflexion, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 3.1** ***Geologists** use reflected waves to search for oil or gas.*

***a)** In Abb. 41.1, which microphone will receive the waves first?*

***b)** The speed of sound in rock is about 4 000 m/s. If the sound arrives at B after 2.7 s, estimate the depth of the hard rock. The distance sound-source to microphone B: 3 200 m. Tipp: Sign a right-angled triangle and work with "Pythagoras".*

**Abb. 39.4** *zu* ***Ü 3.1***

**Ü 3.2** Teste dich selbst! Wenn du 8 Punkte erreichst, dann weißt du über das Thema Reflexion gut Bescheid!

**a)** Welche Sätze beschreiben die Zusammenhänge richtig?

- ☐ Der Reflexionswinkel wird zwischen Reflexionsebene und reflektiertem Strahl gemessen.
- ☐ Der Einfallswinkel wird zwischen Lot und einfallendem Strahl gemessen.
- ☐ Das Reflexionsgesetz gilt ausschließlich für Licht- und Schallwellen.
- ☐ Für jede Oberfläche gilt: Lot und Tangente stehen aufeinander senkrecht.
- ☐ Mit Hilfe einer Wellenwanne werden einzelne Photonen sichtbar gemacht.
- ☐ Elementarwellen überlagern sich und bilden Wellenfronten; diese verlaufen tangential zu den Elementarwellen.

## Übungen

**b)** Bei der Reflexion einer Seilwelle am festen Ende erfolgt ein Phasensprung von

☐ 90 ° ☐ π ☐ 180 ° ☐ 0 °

**c)** Bei der Reflexion einer Seilwelle am losen Ende erfolgt ein Phasensprung von

☐ 360 ° ☐ π ☐ 180 ° ☐ 0 °

**d)** Die Reflexion lässt sich durch Erklärungsmodelle verstehen: Durch

☐ das Wellenmodell

☐ Photonen

☐ ein Fotomodel

☐ das Teilchenmodell

☐ Atommodell

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung siehe Lösungsteil**

### 3.1.2 Stehende Wellen *(stationary waves)*

Stehende Wellen stellen eine Form der Interferenz dar. Stehende Wellen entstehen, wenn Wellen (gleicher Frequenz) gegeneinander laufen und sich überlagern. Im folgenden Experiment mit der „Kundt´schen Röhre" wird eine stehende Welle sichtbar gemacht:

## Experiment

„Kundt'sches Rohr"

Das Kundt'sche Rohr ist eine Plexiglasröhre, die an einer Seite offen ist; die andere Seite ist mit einem Stopfen verschlossen. Beschallt man die Röhre, in der sich etwas Korkmehl befindet, am offenen Ende von außen über einen Lautsprecher, so kann man bei bestimmten Frequenzen beobachten, dass das Korkmehl an manchen Stellen kräftig aufgewirbelt wird: Bäuche und Knoten einer stehenden Welle werden sichtbar. Damit kann man deren Wellenlänge bestimmen.



**Abb. 40.2** ***Kundt´sches Rohr:*** *Bei einer bestimmten Frequenz bildet sich eine stehende Welle. Bäuche und Knoten werden sichtbar.*



**Abb. 40.1** *Bei der* ***Reflexion*** *von Wellen bilden sich* ***stehende Wellen****: Die Abbildung zeigt schrittweise eine Seilwelle (schwarz), die nach rechts läuft. Sie überlagert sich mit der reflektierten Seilwelle (strichliert). Die Überlagerung (rot) zeigt Stellen, an denen keine Schwingung auftritt* ***Schwingungsknoten (nodes)*** *und dazwischen Stellen maximaler Auslenkung:* ***Schwingungsbäuche (antinodes)****. Am fest eingespannten Ende befindet sich immer ein Knoten, am offenen (losen) Ende ein Bauch.*

**Abb. 40.1** zeigt wie eine von links kommende Welle und die von rechts kommende reflektierte Welle interferieren:

- Schwingungsknoten und Schwingungsbäuche wandern nicht weiter; sie **"stehen"** im Raum, deshalb verwendet man auch den Ausdruck "stehende Welle".
- Die Oszillatoren schwingen um ihre Ruhelage, wobei die Auslenkung vom Knoten bis zum Bauch hin stetig zunimmt und im Bauch ihr Maximum haben.
- In den **Schwingungsknoten** *(nodes)* ist die Auslenkung minimal.
- Der Abstand zwischen zwei Knoten beträgt immer eine halbe Wellenlänge λ/2.

Diese Überlegungen gelten für alle Arten von Wellen. Zwischen zwei Reflektoren können sich jedoch nur ganz bestimmte stehende Wellen ausbilden, wie die Beispiele zeigen.

## Beispiel für Anwendungen

- **Akustik:** Stehende Wellen bilden die Grundlage der Tonerzeugung vieler Musikinstrumente. (Mehr in Kapitel 4)
  In Konzertsälen wird nach Möglichkeit vermieden, dass Resonanzen und stehende Wellen auftreten.
- **Quantenmechanik:** Zustände, die ein Elektron im Atom einnimmt, können als stehende Welle erklärt werden (quantenmechanische Erklärung der möglichen Energien des Elektrons).
- **Laser:** Die stabile Wellenlänge („Farbe") des Laserlichts wird über Eigenresonanz einer sich ausbildenden stehenden Welle (im optischen Resonator) erzeugt.

## Beispiel 3.1

**Schwingende Saite** (zu Abb. 41.1):

**a)** Es sind die Zusammenhänge für die Wellenlängen und Frequenzen bei gegebener Saitenlänge allgemein anzugeben.

**b)** Die Schallgeschwindigkeit c einer 1 m langen gespannten Saite sei 900 m/s. Die Frequenzen des Grundtons und des 1. Obertons sind zu berechnen.

**a)** Bei fest eingespannten Enden einer Saite gilt: An beiden Enden muss jeweils ein Schwingungsknoten vorliegen, wie die Abbildung zeigt. Bei gegebener Saitenlänge l ergibt sich

– für die **Grundschwingung** die Beziehung $l = \lambda_0/2$ bzw. $\lambda_0 = 2l$ . Für die **Grundfrequenz $f_0$** des Grundtons gilt daher wegen $f = c/\lambda$ die Beziehung:

$$f_0 = \frac{c}{2l}$$

– für die **1. Oberschwingung**: Die Saitenlänge entspricht der Wellenlänge, $\lambda_1 = l$:

$f_1 = \frac{c}{l}$ (Frequenz, also Tonhöhe des 1. Obertons)

– für die n-te Oberschwingung gilt: $l = (n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$ $(n = 1,2,3\ldots)$

Frequenzen der **Oberschwingungen**: $\mathbf{f_n = (n + 1) \cdot \frac{c}{2l}}$

**b)** Setzt man die Werte c = 900 m/s und l = 1 m in obige Formeln ein, ergibt sich für die Frequenz des Grundtons

$f_0 = \frac{900\ \text{m/s}}{2\text{m}} =$ **450 Hz** und für die Frequenz des 1. Obertons **900 Hz**.

**Abb. 41.1** ***Stehende Wellen*** *(Grund- und Obertöne) einer schwingenden Saite.*

## Beispiel 3.2

**Orgelpfeife** (zu Abb. 41.2)

**a)** Wie lang muss eine beidseitig offene Pfeife sein, damit ihr Grundton bei c = 340 m/s mit dem Kammerton $a^1 = 440$ Hz klingt?

**b)** Welche Frequenz hat der erste Oberton?

**a)** $f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{340\ \text{m/s}}{440\ \text{Hz}} = 0{,}773\ \text{m}$

$l = \frac{\lambda}{2} = \frac{0{,}773\ \text{m}}{2} = \mathbf{0{,}386\ m}$

**b)** In **Abb. 41.2 d)** erkennt man: $\lambda_1 = l$

$f_1 = \frac{c}{\lambda_1} = \frac{340\ \text{m/s}}{0{,}386\ \text{m}} = \mathbf{880\ Hz}$

Das entspricht einer Oktave zum Grundton $a^1$.

**Abb. 41.2** *Grund- und erste Oberschwingung von schwingenden Luftsäulen*

## Beispiel 3.3

**Gitarrensaite**

Die Schallgeschwindigkeit $c$ in einer gespannten Saite ist abhängig von deren Dimensionen und der Zugspannung[1]. In diesem Beispiel wird sie mit 900 m/s angegeben. Die Saitenlänge sei 0,7 m. Zu berechnen ist die Frequenz des **a)** Grundtons und **b)** ersten Obertons.

**a)** In **Abb. 41.1** erkennt man:

Die Saitenlänge $l$ entspricht $\lambda/2$: $\lambda = 2 \cdot l = \mathbf{1{,}4\ m}$

Der **Grundton $f_0$** errechnet sich: $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{900\ \text{m/s}}{1{,}4\ \text{m}} = \mathbf{642{,}3\ Hz}$

**b)** In der Abbildung erkennt man, dass für den **ersten Oberton** gilt: $l = \lambda$ .

Die Frequenz $f_1$ ergibt sich mit: $f_1 = \frac{c}{\lambda} = \frac{900\ \text{m/s}}{2{,}8\ \text{m}} = \mathbf{1{,}29\ Hz}$

**Abb. 42.1** *Der Musiker drückt die Saite an einer bestimmten Stelle nieder. Der schwingende Abschnitt der Saite und die Wellenlänge wird verkürzt. Der Ton klingt höher.*

## Experiment

**Mache das Experiment selbst:**

**Flaschenpfeife:** Fülle eine Flasche etwa zu zwei Drittel mit Wasser. Welche tiefstmögliche Tonfrequenz kann man durch Anblasen zum Schwingen bringen?

1) Miss den Abstand Flaschenöffnung bis Wasseroberfläche: $l = \ldots$
2) Betrachte die schwingende Luftsäule als einseitig geschlossene Pfeife **(Abb. 41.2)** und bestimme die Wellenlänge:

   $l = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 4 \cdot l = \ldots$

3) Berechne die Frequenz des Grundtons:

   $l = \frac{c}{\lambda} = \frac{340\ \text{m/s}}{} = \ldots$

**Abb. 42.2** *Probiere es aus und rechne nach.*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema stehende Wellen , indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 3.3** Angenommen, die Schallgeschwindigkeit in einer gespannten Gitarrensaite (Saitenlänge 0,9 m) ist 1 200 m/s. Welche Frequenz hat der Grundton?

**Ü 3.4** Hundepfeife: Ein Mensch kann (in seiner Jugend) Töne bis 16 000 Hz wahrnehmen. Hunde können auch Töne höherer Frequenz hören. Wie lang sollte eine Pfeife (beidseitig offen) höchstens sein, deren Ton ein Hund wahrnehmen kann, ein Mensch aber nicht? ($c = 340$ m/s)

**Ü 3.5** Stehende Wellen in offenen Pfeifen

**a)** Wie lang muss eine Pfeife sein, damit ihr Grundton auf den Kammerton $a^1 = 440$ Hz gestimmt ist? ($c = 340$ m/s)

**b)** Welche Frequenzen haben der erste und der zweite Oberton des Kammertons $a^1 = 440$ Hz?

**Ü 3.6** *In the standing wave shown in **Abb. 42.4***

*a) What is the amplitude?*

*b) What is its wavelength?*

*c) How many nodes are there?*

**Abb. 42.3**

2,5 m

20 cm

**Abb. 42.4** *zu* **Ü 3.6**

[1] Bei schwingenden Saiten ist $c$ abhängig von der Zugkraft $F$, dem Material (Dichte $\rho$) und dem Durchmesser der Saite: $c = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}}$ (A … Querschnittsfläche)

## Ergänzung & Ausblick

### Klangerzeugung

- **Schwingende Saiten oder Stäbe** (Stimmgabel, Xylophon) geben den Schall nur schlecht an die Luft weiter, da sie eine kleine Oberfläche haben. Sie benötigen eine elektronische Verstärkung (E-Gitarre) oder einen **Resonator** (Resonanzkasten). Der Resonator hat die Aufgabe, den Schall an die umgebende Luft „anzukoppeln", sodass sich die Welle weiter ausbreiten kann. Der Resonator soll aber auch im gewissen Ausmaß die Schwingungsamplituden bestimmter Frequenzbereiche **dämpfen**. Er wirkt also auch als Filter und ist daher für den charakteristischen Klang eines Instruments mitentscheidend.
- Bei **Blasinstrumenten** lässt sich die Tonhöhe durch Verlängern des Rohrs (Posaune) oder durch Hinzuschalten von Rohrstücken (Trompete) verändern. Bei der Flöte wird durch Öffnen und Schließen von Löchern das freie Ende verschoben. Damit können Wellenlänge und Tonhöhe variiert werden.
- **Die Praxis des Instrumentenbaus** hängt nicht nur von den bisher beschriebenen mathematischen Beziehungen ab; der gute Klang von Musikinstrumenten beruht auch auf den Erfahrungen des Instrumentenbauers.



**Abb. 43.1** *Lippenpfeife*

## Experiment

### Chladnische Klangfiguren:

**Abb. 43.2** *Historische Darstellung zur Erzeugung Chladnischer Klangfiguren. Sand macht auf den Platten die verschiedenen Klangfiguren sichtbar.*

**Abb. 43.3** *Beispiele für Klangfiguren*

**Abb. 43.4** *Die Knoten der stehenden Welle eines zum Klingen gebrachten Glases (können durch **holographische Interferometrie** sichtbar gemacht werden).*

### Stehende Wellen auf schwingenden Flächen:

Wie Saiten können auch Membranen schwingen. Da die Wellen am Rand und an der Aufhängung reflektiert werden, bilden sich stehende Wellen. Der experimentelle Nachweis wurde im 18. Jahrhundert von CHLADNI durchgeführt **(Abb. 43.3)**. Mit Sand machte er die auftretenden Knoten sichtbar.

**Abb. 43.5** *Pauke und mögliche Schwingungsmoden: Die Computer-Simulation zeigt **Schwingungsmoden** einer **2-dimensionalen Membran**. Am Rand befinden sich immer Schwingungsknoten. Die Schallgeschwindigkeit in der Membran und damit die Frequenz des vorherrschenden Tons (Grundschwingung) ist abhängig von der Membranspannung.*

**Abb. 44.1** *Analog zur Brechung: Bei der Fahrt von der Straße auf die Wiese verändert sich sowohl die Geschwindigkeit v als auch die Richtung.*

## 3.2 Brechung *(refraction)*

Trifft eine Welle auf die Grenzfläche zweier Medien, dann kann man unter Umständen beobachten,

- dass der Wellenstrahl in das zweite Medium eindringt und
- dass der Wellenstrahl dabei seine Richtung verändert.

Voraussetzung ist, dass die Welle in den beiden Medien verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten besitzt. Man sagt, dass die Welle **„gebrochen"** wird.

So wie die Reflexion kann dieses Phänomen sowohl über das des Photonen-Modells, als auch über das Wellenmodell des Lichts erklärt werden:

- **Teilchen:** Mit dem Skateboard kannst du selbst erleben, dass sich bei einer Änderung der Bodenbeschaffenheit (z. B. Asphalt – Wiese) die Geschwindigkeit **und** die Fahrtrichtung verändern. Impuls- und Energieerhaltungssatz der Mechanik beschreiben dieses Phänomen.
- **Welle:** Das Experiment **Wellenwanne** (Abb. 44.2) zeigt wie Wellen gebrochen werden.

**Wellenwanne**

**Abb. 44.2** *Über einem in die Wanne eingelegten Hindernis ist die Wassertiefe geringer als sonst in der Wanne. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfronten und die Wellenlänge zwischen den Wellenfronten ist dort geringer. Die Wellen laufen gebrochen über das Hindernis weiter.*

Die Wellenfronten in **Abb. 44.3** bilden Seiten eines rechtwinkeligen Dreiecks. Dort kann man ablesen:

$$\sin\alpha = \frac{\bar{A}''C''}{AC''} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{AC''} \text{ und } \sin\beta = \frac{AA''}{AC''} = \frac{c_2 \cdot \Delta t}{AC''}$$

$c_1$ … Geschwindigkeit der Welle im Bereich des einfallenden Strahls
$c_2$ … Geschwindigkeit der Welle im Bereich des gebrochenen Strahls
$\alpha$ … Einfallswinkel  $\beta$ … Brechungswinkel

Bildet man aus den beiden Gleichungen einen Doppelbruch und vereinfacht man diesen, erhält man das Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}$$ (**Snellius´sches[1] Brechungsgesetz**)

Den Quotient aus $c_1$ und $c_2$ nennt man **relativer Brechungsindex** oder **relative Brechzahl $n_{12}$** *(index of refraction)*. Somit gilt:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{12}$$

**Abb. 44.3** *Eine Welle trifft auf die Grenze zwischen zwei Medien. Beispielsweise fällt ein Lichtstrahl von Luft auf eine Wasseroberfläche. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten $c_1$ und $c_2$ in Luft und Wasser sind verschieden. Die gebrochene Welle (rot) entsteht durch Überlagerung der Elementarwellen.*

### Beispiel 3.4

Licht: Eine Messung ergibt, dass beim Übergang Luft – Wasser ein mit dem Einfallswinkel 30° eintretender Lichtstrahl unter einem Winkel von 22° gegen das Lot gebrochen wird. Wie groß ist die Brechzahl und die Lichtgeschwindigkeit in Wasser?

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin 30°}{\sin 22°} = 1{,}33$$

Die Brechzahl $n_{12}$ von Wasser gegenüber Luft ist **1,33**

$$c_{Wasser} = \frac{c_{Luft}}{1{,}33} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ m/s}{1{,}33} = \mathbf{2{,}24 \cdot 10^8\ m/s}$$

Die Lichtgeschwindigkeit in Wasser ist etwa um etwa 25 % niedriger als in Luft.

[1] WILLEBRORD VAN ROYEN SNELL (1580 – 1626), holländischer Physiker. Er studierte ursprünglich Rechtswissenschaften, doch wandte er sich bald der Mathematik zu. Hier widmete er sich vor allem der Geometrie und Kartographie. Wie es damals üblich war, latinisierte er seinen Namen in Snellius, unter dem er der Nachwelt geläufiger ist.

In **Tabelle 45.1** findet man die **(absoluten) Brechzahlen n** bezogen auf Vakuum.

Für Vakuum gilt: $\frac{c_0}{c_1} = n_1$ bzw. $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$

$c_1$ … Ausbreitungsgeschwindigkeit in Medium 1; $c_0$ … Lichtgeschwindigkeit.

Schreibt man diese Zusammenhänge auch für ein weiteres Ausbreitungsmedium mit der Geschwindigkeit $c_2$ an und setzt die beiden Ausdrücke in das Brechungsgesetz ein, so erhält man:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{c_0}{n_1}}{\frac{c_0}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$$

$n_1, n_2$ … absolute Brechzahl

Für die relative Brechzahl (relativer Brechungsindex) $n_{12}$ wird oft nur n geschrieben.

Für die relative Brechzahl n gilt:

- $n > 1 \Rightarrow$ $c_1 > c_2$ Es erfolgt **Brechung zum Lot.**
- $n < 1 \Rightarrow$ $c_1 < c_2$ Es erfolgt **Brechung vom Lot.**
- $n = 1 \Rightarrow$ $c_1 = c_2$ Es erfolgt keine Brechung.

Um diese unterschiedlichen optischen Eigenschaften in den Medien zu charakterisieren, spricht man von **optisch dünneren** und **optisch dichteren** Medien. Die optische Dichte ist ein relativer Begriff. **Beispiel:** Luft ist gegenüber Vakuum optisch dichter, gegenüber Glas optisch dünner.

## Ergänzung & Ausblick

### Fermat´sches Prinzip

Das Brechungsgesetz ist ein Spezialfall des sogenannten **Prinzips von Fermat**.
In Kurzform besagt es:
**Licht legt zwischen zwei Punkten immer den zeitlich kürzesten Weg zurück.**
**Abb. 45.3** zeigt, dass dieser Weg bei der Brechung aus zwei Wegstücken besteht: Dem Ausgangspunkt A bis zum Durchstoßpunkt D zwischen den Mediengrenzen und dem Weg zwischen Durchstoßpunkt bis zum Endpunkt B.

Der "zeitlich kürzester Weg" ist aber nicht immer der geometrisch kürzeste Weg, da ja die Lichtgeschwindigkeiten in den beiden Medien nicht unbedingt gleich sind.

Mittels **Extremwertrechnung** kann der Durchstoßpunkt variiert werden, also nach rechts oder links verschoben werden. Die Rechnung mit "erste Ableitung Null setzen" kannst du im Mathematikunterricht durchführen oder im Internet "googeln". Du erhältst das Brechungsgesetz!

| Stoff | n |
|---|---|
| Vakuum | 1 |
| Diamant | 2,417 |
| Quarzglas | 1,46 |
| Flintglas | 1,613 |
| Plexiglas | 1,50 |
| Wasser | 1,333 |
| Luft 20°C | 1,0003 |

**Tab. 45.1** ***(Absolute) Brechzahlen n*** *für grünes Licht bezogen auf Vakuum*



**Abb. 45.1** *Da das Auge den Lichtweg geradlinig zurückverfolgt, erscheint die Münze am Boden des Beckens angehoben.*



**Abb. 45.2** *Bei der* ***Brechung zum Lot*** *ist der Einfallswinkel α größer als der Brechungswinkel β.*



**Abb. 45.3** *Bei der* ***Brechung vom Lot*** *ist der Einfallswinkel α kleiner als der Brechungswinkel β.*

Abb. 46.1

Abb. 46.2

### Stimmt das?

Ist es denkbar, dass beim Angeln das Glück nicht immer auf Seiten des Fischers steht? Ist an dieser „Ungerechtigkeit" die **Lichtbrechung** schuld? Ist es deshalb möglich, dass der Fisch zwar den Angler sieht, der Angler aber den Fisch nicht sieht?

Lichtstrahlen sind prinzipiell **umkehrbar**. Wenn der Fisch den Angler sehen kann, dann muss auch der Angler den Fisch sehen können! Allerdings gilt: Der Angler sieht den Fisch näher der Wasseroberfläche, als dieser sich tatsächlich befindet. Auch der Fisch sieht den Angler höher. Eine Skizze (ähnlich **Abb. 45.1**) zeigt, warum das so ist, und dass hier kein Anglerlatein verbreitet wird ☺

Allerdings spiegelt sich manchmal der Himmel an der Wasseroberfläche und das **reflektierte** Licht überstrahlt das Licht vom Fisch!

**Schlieren, Flimmern:** Luft unterschiedlicher Dichte hat auch unterschiedliche Brechungsindizes. Dichteunterschiede in der Luft führen zur Brechung von Licht:

- Grundsätzlich durchsichtige Dinge werden sichtbar, wie etwa die aufsteigende heiße Luft über einem Auspuff.
- Das Flimmern der Sterne ist auf atmosphärische Dichteunterschiede zurückzuführen.
- Das Ausströmen von Gasen (z. B. Benzindampf) wird erkennbar.

## Merk & Würdig

**Snellius´sches Brechungsgesetz:**

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}; \quad [n] = 1$$

$\alpha$ … Einfallswinkel
$\beta$ … Brechungswinkel
$n_1$; $n_2$ … absolute Brechzahlen (Brechungsindex) im jeweiligen Medium bezüglich Vakuum
$c_1$ bzw. $c_2$ … Lichtgeschwindigkeit im Medium 1 bzw. Medium 2
$n_{12}$ … relative Brechzahl (Brechungsindex) zwischen Medium1 und Medium 2

- Von zwei durchsichtigen Substanzen wird diejenige als **optisch dünner** bezeichnet, in der die Lichtgeschwindigkeit größer ist; die andere wird als optisch dichter bezeichnet.
- Beim Übergang vom dünneren ins dichtere Medium tritt **Brechung zum Lot** auf; $n > 1$ (z. B.: Übergang Luft - Glas)
- Beim Übergang vom dichteren ins dünnere Medium tritt **Brechung vom Lot** auf; $n < 1$ (z. B.: Übergang Wasser - Luft).

## Beispiel 3.5

**Optischer Datenträger** (zu Abb. 46.3)

Wenn ein Laserstrahl die Information auf einer DVD „liest", so muss der Strahl zuerst eine $t = 0{,}4$ µm dicke durchsichtige Schicht ($n_{12} = 1{,}55$) durchlaufen. Beim Eintritt in diese Schicht ist der Strahl $a = 1{,}3$ µm breit. Der Einfallswinkel beträgt 22°.

Welche Aufweitung d hat der Laserstrahl, wenn er auf die Informationsschicht trifft?

Man berechnet zuerst den Brechungswinkel β mit dem Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \beta = \frac{\sin\alpha}{n_{12}} = \frac{\sin 22°}{1{,}55} = 0{,}24 \Rightarrow \beta = \arcsin 0{,}24 = 14°$$

Damit lässt sich die Strecke x über $\tan\beta = x/t$ berechnen:

$x = t \cdot \tan\beta \Rightarrow x = 0{,}25$ µm

Aus der **Abb. 46.3** liest man $d = a - 2x$ ab. $\Rightarrow d =$ **0,8 µm**

Die Breite der „Information" auf der DVD sollte daher diese Größe nicht überschreiten.



Abb. 46.3 zu Beispiel 3.5

**Beispiel 3.6**

**Prisma** (zu Abb. 47.1)

Ein Strahl trifft unter 40° auf die Fläche 1 eines Prismas (n = 1,5). Unter welchem Winkel tritt der Strahl aus Fläche 2 aus, wenn der Winkel ε = 60° beträgt?

Der Einfallswinkel beträgt 40°, somit erhält man für β:

$$\frac{\sin 40°}{\sin \beta} = 1{,}5 \Rightarrow \beta = \arcsin\left(\frac{\sin 40°}{1{,}5}\right) = 25{,}37°$$

Mithilfe der Winkelsumme in dem schraffierten Dreieck berechnet man sich den Winkel γ:

$$\gamma = 180° - (\beta + (180° - \varepsilon)) = 34{,}63°$$

Dieser Winkel ist der Einfallswinkel auf die Fläche 2. Abermaliges Einsetzen in das Brechungsgesetz ergibt δ:

$$\frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = 1{,}5 \Rightarrow \delta = \arcsin(1{,}5 \cdot \sin 34{,}37°) = \mathbf{58{,}46°}$$

Der Austrittswinkel beträgt: **δ = 58,46°**

**Abb. 47.1** *zu Beispiel 3.6*

## 3.2.1 Totalreflexion *(total internal reflection)*

Licht wird beim Übergang von einem Medium in ein anderes nicht nur gebrochen, sondern auch **reflektiert**. Beim Übergang von einem **optisch dichteren in ein optisch dünneres** Medium kann eine Besonderheit auftreten:

Bei einem bestimmten Winkel $\alpha_T$ des einfallenden Strahls läuft der gebrochene Strahl genau in der Grenzschichte weiter. Wie aus Abb. 47.2 erkennbar ist, beträgt der Brechungswinkel in diesem Fall 90°. Wird der Einfallswinkel weiter vergrößert, so wird das Licht nicht mehr gebrochen, sondern nur mehr reflektiert. Es tritt die so genannte **Totalreflexion** auf.

Für den Grenzwinkel $\alpha_T$ der Totalreflexion wird angesetzt:

$$\frac{\sin \alpha_T}{\sin 90°} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_T = \arcsin \frac{n_2}{n_1}}$$

Für Übergänge vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium gibt es einen materialabhängigen Grenzwinkel $\alpha_T$.

Beispiel für $\alpha_T$ Wasser – Luft 48°36′

**Abb. 47.2** *Wird der gebrochene Strahl in die Grenzschicht gebrochen (gelber Strahl), so nennt man den Einfallswinkel* ***Grenzwinkel der Totalreflexion*** $\boldsymbol{\alpha_T}$.

**Experiment**

Das Licht fällt von unten durch das **Wasser** auf die Grenzschicht zur **Luft**. Dies ist ein Übergang vom **optisch dichteren** Medium zum **optisch dünneren** Medium. Man erkennt sowohl Brechung als auch Reflexion. Fällt das Licht zu flach auf die Grenzschicht, dann kann das Licht nicht mehr in das andere Medium übertreten. Dies nennt man **Totalreflexion**.

**Abb. 47.3**

## Beispiel 3.7

**Das Funkeln geschliffener Diamanten**

ist im Wesentlichen der Totalreflexion zuzuschreiben. Lichtstrahlen dringen in den Edelstein ein und verlassen den Kristall nach einer oder mehreren Totalreflexionen wieder. Dies führt zum brillanten "Funkeln".

Wie groß ist der Grenzwinkel für Totalreflexion?

Abb. 48.1

Aus **Tabelle 45.1** wählt man den Brechungsindex aus und setzt in die Beziehung für den Grenzwinkel der Totalreflexion ein:

$$\alpha_T = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin \frac{1{,}000}{2{,}417} = \mathbf{24{,}4°}$$

Für Winkel größer als 24,4° kommt es im Diamanten zur Totalreflexion.

Abb. 48.2 *Die heiße Luftschicht auf der Straße reflektiert das Licht, sodass man ein Spiegelbild des Himmels sieht.*

**Luftspiegelungen:**

Luftspiegelungen, auch **Fata Morgana** genannt, sind ein physikalisches Phänomen und nicht – wie fälschlicherweise oft angenommen – eine optische Täuschung. Die Ursache für Luftspiegelungen ist ebenfalls die **Totalreflexion**.

Luftspiegelungen entstehen durch Temperaturunteschiede in Luftschichten. Jede dieser Luftschichten besitzt eine andere Brechzahl. Daher kommt es an jeder Schichtgrenze zur Brechung oder Totalreflexion.

Im Alltag tritt dieser Effekt häufig im Sommer auf. Dass eine Straße bei strahlendem Sonnenschein optisch nass wirkt, obwohl sie es nicht ist, ist ein bekanntes Phänomen. Man sieht Spiegelbilder der Landschaft oder des Himmels und das Gehirn interpretiert die spiegelnde Fläche als Wasser, weil spiegelnde Flächen in der Natur für gewöhnlich Wasserflächen sind. Es handelt sich jedoch um Luftspiegelungen. **(Abb. 48.2)**

**Lichtwellenleiter:** Bei flachem Eintritt in eine Glasfaser werden die Strahlen an den Grenzflächen total reflektiert **(Kapitel 4.5.4)**.

rotes Licht ist schneller

Abb. 48.3 *Ausbreitung des Lichts im Lichtleiter durch **Totalreflexion***

## Ergänzung & Ausblick

Die Brechung bzw. der Brechungswinkel ist abhängig von der Wellenlänge. Das daraus resultierende Phänomen der Lichtzerlegung in Farben wird **Dispersion** genannt **(Kapitel 3.2.2)**.

## Merk & Würdig

**Totalreflexion:**

$$\alpha_T = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

$\alpha_T$ … Grenzwinkel der Totalreflexion
$n_1$ … Brechzahl des optisch dichteren Mediums
$n_2$ … Brechzahl des optisch dünneren Mediums

- An Grenzflächen zweier Medien wird Licht im Allgemeinen sowohl **reflektiert** als auch **gebrochen**.
- **Totalreflexion** tritt nur beim Übergang vom optisch **dichteren** ins optisch **dünnere** Medium auf.



Abb. 48.4

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zu den Themen Brechungsgesetz und Totalreflexion, indem du folgende Übungen durchführst.

(Brechungsindizes siehe **Tabelle 45.1**)

**Ü 3.7** Diamant: Wie groß ist die Lichtgeschwindigkeit in Diamant?

**Ü 3.8** Die Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichts beträgt in einem durchsichtigen Medium 225 000 km/s, in einem zweiten angrenzenden 200 000 km/s. Ein Lichtstrahl fällt unter 30° auf die Grenzfläche und geht in das zweite Medium über.

Wie groß ist der Brechungswinkel?

Wie groß ist die Brechzahl?

**Abb. 49.1** *zu* ***Beispiel 3.7***

**Ü 3.9** Vollmond: Am Grund eines Teichs sitzt ein Frosch. Er sieht den Mond unter einem Winkel von 30° zum Lot. Dann taucht der Frosch an die Oberfläche des Teichs.

Berechne den Brechungswinkel, unter dem der Frosch nun den Mond sieht. Mache eine Skizze!

**Ü 3.10** **Glasscheibe:** Ein Strahl fällt unter dem Winkel $\alpha = 30°$ auf eine $d = 5$ cm dicke planparallele Platte ($n = 1{,}4$). Beim Verlassen der Platte wird der Strahl wiederum gebrochen **(Abb. 49.2)**.

Wie groß ist die seitliche Verschiebung des Strahls?

**Abb. 49.2** *zu* ***Beispiel 3.10***

**Ü 3.11** Totalreflexion:

**a)** Wie groß ist der Grenzwinkel der Totalreflexion für den Übertritt von Quarzglas in Luft?

**b)** Der Grenzwinkel der Totalreflexion einer Glassorte gegenüber Luft beträgt $\alpha_T = 38{,}08°$. Wie groß ist die Brechzahl n der Glassorte?

**Ü 3.12** ***Refraction:*** *A beam of light falls from air on a glass surface at an angle of 50°. The angle of refraction in the glass is 25°. What is the index of refraction of the glass?*

**Ü 3.13** Teste dich selbst! Wenn du die 5 Punkte erreichst, dann weißt du über das Thema Brechung und Totalreflexion sehr gut Bescheid.

**a)** Ein unter 35° eintretender Lichtstrahl wird unter einem Winkel von 29° gebrochen. Welche Aussagen beschreiben die Zusammenhänge richtig? Kreuze die richtigen Aussagen an:

- ☐ Die Lichtgeschwindigkeit im zweiten Medium ist größer.
- ☐ Der absolute Brechungsindex des zweiten Mediums ist größer.
- ☐ Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfronten ändert sich an der Mediengrenze.
- ☐ Die (relative) Brechzahl ist kleiner als 1.
- ☐ Es tritt Brechung vom Lot auf.
- ☐ Es handelt sich um einen Übergang vom optisch dichten zum optisch dünnen Medium.

**b)** Bei einem Experiment mit Wasserwellen misst man für den Einfallswinkel $\alpha = 15°$ und für den Ausfallswinkel $\beta = \pi/12$. Um welche Art von Brechung handelt es sich?

- ☐ Brechung zum Lot.
- ☐ Die Wellen wandern ungebrochen weiter.
- ☐ Es handelt sich um keine Brechung, da nur Lichtwellen gebrochen werden.
- ☐ Übergang von optisch dünn in optisch dicht.

**c)** Bei welchem Übergang findet Totalreflexion statt? Schätze ab:

- ☐ Wasser - Glas; Einfallswinkel: 15°
- ☐ Glas - Luft; Einfallswinkel: 55°
- ☐ Wasser - Glas; Einfallswinkel: 80°

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung im Lösungsteil**

## 3.2.2 Dispersion des Lichts

Abb. 50.1 *Das Licht der Lichtquelle wird durch das Prisma in ein* ***Emissionsspektrum*** *zerlegt.*

Brechungsindex Quarzglas

Abb. 50.2 *Abhängigkeit der Brechzahl von der Wellenlänge des Lichts am Beispiel von Quarzglas*

| | | |
|---|---|---|
| Rot | > 630 nm | |
| Gelb | 570 – 580 nm | |
| Grün | 500 – 550 nm | |
| Cyan | um 490 nm | |
| Blau | 450 – 480 nm | |
| Magenta | 380 – 400 nm | |
| … und 2 unbunte Farben | | |
| Schwarz | | |
| Weiß | | |

**Tab. 50.1** *Den Spektralfarben können bestimmte Wellenlängen zugeordnet werden.*

Abb. 50.4 *Die Skizze* ***Newtons*** *zeigt die Entstehung eines Regenbogens (oben) und die Wiederherstellung weißen Lichts (unten).*

Experimente mit Glasprismen zeigen, dass weißes Licht in die „Regenbogenfarben" (**Spektralfarben**) zerlegt werden kann. Diese Erscheinung nennt man **Dispersion** des Lichts.

*„In einen Sonnenstrahl, der (…) durch eine Öffnung im Fensterladen in ein dunkles Zimmer fiel, stellte ich ein Prisma mit zwei gleichen Basiswinkeln von 45° (…) Wenn ich nun das Prisma langsam um seine Achse drehte, (…), so beobachtete ich, dass die Strahlen (…). ein Bild der bekannten prismatischen Farben entwerfen."*

Mit diesen Worten schilderte NEWTON im Jahre 1675 seine Entdeckung der Spektralfarben.

Aus den Experimenten mit Glasprismen folgt:

- Verschiedene Farben des Lichts müssen verschiedene Brechungsindizes haben **(Abb. 50.2)**.
- Den unterschiedlichen Farben können bestimmte Wellenlängen zugeordnet werden **(Kapitel 3.3 und Tabelle 50.1)**.
- Die Lichtgeschwindigkeiten sind für verschiedene Wellenlängen des Lichts unterschiedlich groß und materialabhängig.
- Blaues Licht wird im Quarzglas stärker gebrochen als rotes Licht.
- Weißes Licht kann als „Summe" der Spektralfarben verstanden werden.
  Durch Zusammenführen der Spektralfarben kann wieder weißes Licht erzeugt werden **(Abb. 50.4)**.

**Abb. 50.3** ***Dispersion:*** *Auffächern des weißen Lichtstrahls beim Eintritt in ein optisch dichteres Medium.*

- **Regenbogen:** Ein beeindruckendes Spiel mit den Spektralfarben bietet uns die Natur in Form des Regenbogens. Er erscheint, wenn Sonnenstrahlen durch Regentropfen verlaufen.
- Ein Beobachter, mit der Sonne im Rücken, sieht das kreisförmige Band des Regenbogens vor sich.
- Die Form des Regenbogens hängt vom Sonnenstand ab.
- Seine Form erhält der Regenbogen wegen des Strahlenganges der Sonnenstrahlen im Regentropfen **(Abb. 50.5)**.
- Bei guten Beobachtungsbedingungen kann man zwei Bögen erkennen.

**Abb. 50.5** *Strahlengang für den* ***Hauptregenbogen*** *(links) und den etwas schwächer sichtbaren* ***Nebenregenbogen*** *(rechts)*

**Stimmt das?**

Steht der Regenbogen immer nur im Osten?

Wenn es einen Regenbogen im Westen gibt, schläfst du wahrscheinlich noch. Einen Regenbogen kann man sowohl am Morgen als auch am Abend sehen. Voraussetzung ist, dass man die Sonne im Rücken hat und dass es regnet.

**Abb. 51.1** *Bei tiefem Sonnenstand steht der Regenbogen hoch am Himmel.*

## Ergänzung & Ausblick

- **Farben im Internet:** Im Internet werden die Farben durch einen sechsstelligen Hexadezimalcode wiedergegeben. Jeweils zwei Ziffern geben den Anteil für Rot, Grün und Blau an. Diese Zahlen stehen für 256 mögliche Abstufungen der Farben (von 00: keine Farbe bis FF: volle Sättigung). Es sind daher $256^3 \approx 17$ Millionen verschiedene Farben mit diesem System darstellbar, z. B.:

| 00 00 00 | Schwarz | 3C B3 71 | Seegrün | B0 E0 E6 | Taubenblau |
|---|---|---|---|---|---|
| FF FF FF | Weiß | 80 80 80 | Grau | FF FF 00 | Gelb |

- **Theorie der Farben:** Bei der Normierung zur eindeutigen Wiedergabe von Farben verwendet man 3 charakteristische Größen:
  (1) **Farbton** (*hue*): Er wird durch die Wellenlänge festgelegt. Weiß und Schwarz haben daher keinen Farbton.
  (2) **Helligkeit** (*luminance*)
  (3) **Sättigung** (*saturation*): Sie gibt die „Reinheit" der Farbe wieder. Spektralfarben haben die größte Sättigung.

Man kann Farbmischungen vektoriell auffassen. Nach den Gesetzen der Vektorrechnung kann jeder beliebigen Mischfarbe ein Vektor zugeordnet werden (siehe Farbgleichung in der Außenspalte). Farbwürfel **(Abb. 53.2)** und Farbdreieck **(Abb. 53.3)** sind zwei verschiedene Darstellungsweisen ein- und desselben Sachverhalts.

- **Erzeugung der Farben**

**Additive Farbmischung:** Für die additive Farbmischung ist es notwendig, dass die Strahlung direkt von der Quelle in das Auge trifft. Drei verschiedene Typen von Farbzellen der Netzhaut reagieren empfindlich auf verschiedenfarbiges Licht. Die „Summierung" der Empfindung erfolgt im Gehirn. Durch geeignete Kombination der drei Grundfarben **Rot, Grün und Blau** kann jede beliebige Farbe erzeugt werden.
**Anwendung:** Farberzeugung am Bildschirm und bei modernen Filmprojektoren.

**Subtraktive Farbmischung:** Die meisten Farben entstehen dadurch, dass das Licht von der Oberfläche eines Körpers in unser Auge reflektiert wird. Fällt Licht auf einen Körper, dann werden bestimmte Anteile absorbiert, der Rest wird reflektiert: Wir sehen die **„Körperfarbe"**. „Farben" (Malerfarbe, Lack) enthalten Farbpigmente, die bestimmte Wellenlängen absorbieren. Mischt man „Farben", dann erscheint die entstehende Mischfarbe dunkler und es entsteht im Auge ein neuer Farbeindruck. Aus **Magenta, Gelb und Cyan**, den Grundfarben der subtraktiven Farbmischung, kann der gewünschte Farbeindruck gemischt werden.
**Anwendung:** Farbdruck; dabei wird, um schärfere Konturen zu erhalten, noch reines Schwarz als weitere Druckfarbe dazu gemischt.



**Abb. 51.4** *Durch Absorption subtraktiv erklärbare Körperfarbe "Rot"*

**Farbgleichung** einer Mischfarbe M:

$$M = r \cdot R + g \cdot G + b \cdot B$$

r, g, b: Farbwertanteile; R, G und B sind die Einheitsvektoren:

$$R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



**Abb. 51.2** ***RGB-Würfel*** *(Rot-Blau-Grün-Würfel): Jeder Farbe wird ein Vektor zugeordnet.*



**Abb. 51.3** *CIE-Farbdreieck mit Grund- und Mischfarben: Der Umfang ist mit den Wellenlängen (in nm) der dort angeordneten Spektralfarben skaliert. An der Kurve, die durch das Zentrum verläuft, kann man Farbtemperaturen ablesen (siehe auch* ***Band 1, Seite 52f.****)*

## 3.3 Beugung *(diffraction)*

Unter Beugung versteht man die Ablenkung von Wellen an einem Hindernis und das Eintreten in den geometrischen Schatten(raum), beispielsweise

- entstehen Beugungsbilder (Interferenzen), wenn man Licht durch eine kleine Lochblende schickt **(Abb. 52.1)**.
- breiten sich Wasserwellen hinter einem Spalt nach dem Huygens´schen Prinzip halbkreisförmig aus **(Abb. 52.3)**.
- kann man Schall auch hinter einer Ecke hören **(Abb. 52.2)**.
- können Radiowellen auch hinter dem Sendeschatten eines Gebirges empfangen werden **(Abb. 52.4)**.

Beugung lässt sich mit Hilfe des Teilchenmodells **nicht** erklären!

**Abb. 52.1** ***Beugungsbild*** *eines Laserstrahls nach dem Durchlaufen einer Lochblende.*

Quelle von Huygens'schen Elementarwellen
Wand mit Türe
akustische Wellenfront
1
2
3
4
5
Auch neben der Türe können Töne gehört werden.

**Abb. 52.2** *Die Huygens´schen Elementarwellen treten in den Schattenraum.*

**Abb. 52.3** ***Griechenland – Peloponnes, Bucht bei Navarino:*** *Beim Durchlaufen des Spalts zwischen den Felsen (im Bild links) werden die Wellen gebeugt. Im Lauf der Zeit entsteht eine halbkreisförmige Bucht.*

Beugung der Radiowellen am scharfen Grat
Empfänger
vom Sender

**Abb. 52.4** *Die Beugung der Radiowellen am Gebirgsgrat ermöglicht den Empfang auch im Sendeschatten des Gebirges.*

*Auch bei Schallwellen kommt diese Art der Beugung vor; beispielsweise ist sie ein sehr störendes Phänomen bei Schallschutzwänden.*

**Abb. 52.5** ***Makroskopische Teilchen****, die durch eine Blende treten, können kein Beugungsmuster erzeugen.*

### Ergänzung & Ausblick

#### Welle oder Teilchen?

Soll man Licht wie eine sich ausbreitende Welle oder als schnell fliegende Teilchen betrachten? Diese Frage stellten sich Naturwissenschaftler im Lauf der letzten Jahrhunderte.

- Newton[1] bevorzugte Ende des 17. Jahrhunderts das **Teilchenmodell**.
- Huygens war ein Vertreter der **Wellen**natur von Licht.
- Thomas Young[2] bestätigte Anfang des 18. Jahrhunderts mit einem wichtigen Experiment das **Wellenmodell**.
- Einstein lieferte am Beginn des 20. Jahrhunderts eine korrekte Erklärung des äußeren Photoeffekts mit Hilfe des **Teilchen**- (Photonen-) modells.

Dieses Doppelbild der Natur nennt man **Welle-Teilchen-Dualismus**. Wie gingen die Physiker mit diesem Widerspruch um?

Sie entwickelten im zwanzigsten Jahrhundert ein neues, sehr mathematisches und wenig anschauliches Modell: Mit dem Formalismus der **Quantenmechanik** konnte eine Auflösung der Widersprüche erreicht werden. Mehr darüber im Folgeband.

#### Modellbildung in der Naturwissenschaft:

Naturwissenschaftler arbeiten mit Modellen. Diese können und sollen die Natur nicht exakt abbilden. Ein Modell kann nur ein beschränktes Abbild der Wirklichkeit sein. Um Abläufe in der Natur bestmöglich zu beschreiben, soll ein Modell

- einfach und anschaulich sein. (Ein Modell muss nur diejenigen Eigenschaften, die dem Naturwissenschafter relevant erscheinen, aufweisen.)
- berechenbare Theorien ermöglichen. (In der Regel sind physikalische Modelle mathematische Modelle, die zu Prognosen eines zukünftigen Verhaltens benutzt werden.)

[1] ISAAC NEWTON (1643 – 1727), Vereinigtes Königreich.
[2] THOMAS YOUNG (1773 – 1829), Vereinigtes Königreich.

### 3.3.1 Beugung am Einfachspalt *(diffraction by a single slit)*

**Experiment**

Beugung am Spalt

Ein Laserstrahl wird auf einen dünnen Spalt gelenkt. Hinter dem Spalt kann man neben einem Hauptmaxima weitere Lichtpunkte (Nebenmaxima) symmetrisch erkennen.

Verengt man den Spalt, dann wandern die Nebenmaxima weiter auseinander.

**Abb. 53.1**

Das oben angeführte Experiment zeigt die Versuchsanordnung: Auf den Schirm wird eine Folge von hellen Stellen (Maxima) projiziert, dazwischen liegen Orte geringerer Helligkeit (Minima).

Das Muster lässt sich durch **Interferenz** erklären:

Von jeder Hälfte des Spalts gehen Elementarwellen aus **(Abb. 53.2)**. Wir interessieren uns nun für jene Richtungen der Wellen, bei denen **destruktive Interferenz** eintritt **(Abb. 53.3)**. Zwischen den Wellen besteht in diesem Fall ein Gangunterschied von einer **halben Wellenlänge** $\lambda/2$ oder einem ganzzahligen Vielfachen davon. Im schraffierten Dreieck **(Abb. 53.4)** kann man die Bedingung für das Auftreten des 1. Beugungsminimums erkennen.

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Allgemein ergibt sich für die **Minima n-ter Ordnung** der Zusammenhang:

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \ldots$$

Beträgt der Gangunterschied eine ganze Wellenlänge, so tritt **konstruktive Interferenz** auf. Der Zusammenhang für die Beugungsmaxima, die sich symmetrisch zum Hauptmaxima bilden (**Maxima n-ter Ordnung**), ergibt sich analog mit:

$$\sin \varphi = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{d} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \ldots$$

**Abb. 53.2** ***Beugung am Spalt:*** *Nach dem Huygens'schen Prinzip entstehen im Spalt kreisförmige Elementarwellen, die sich über-lagern. Unter bestimmten Winkeln treten Hellig-keitsmaxima oder Auslöschung (Minima) auf.*

**Abb. 53.3** ***Beugung am Spalt:*** *Man wählt jeweils eine Elementarwelle der oberen Hälfte und eine Elementarwelle der unteren Hälfte des Spalts aus. Dabei wählt man nur jene Wellen aus, die unter einem Winkel φ abgestrahlt werden, bei dem sie destruktiv interferieren.*

**Abb. 53.4** *Detailansicht der unteren Spalthälfte.*

Schirm

Intensität

Winkel: φ

**Abb. 54.1** *Das hinter dem Spalt entstehende Interferenzmuster weist Helligkeitsmaxima und -minima auf. Die Intensität ist abhängig vom Winkel.*

## Beispiel 3.8

Rotes Laserlicht (Wellenlänge: 650 nm) fällt auf einen Einfachspalt.
Die Spaltbreite beträgt 10 µm. Unter welchen Winkeln findet man die Minima erster und zweiter Ordnung?

1. Ordnung: $\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} = \frac{650 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}{10 \cdot 10^{-6}\,\text{m}} \Rightarrow \varphi = \mathbf{3{,}7°}$

2. Ordnung: $\sin \varphi = \frac{2\lambda}{d} = \frac{2 \cdot 650 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}{10 \cdot 10^{-6}\,\text{m}} \Rightarrow \varphi = \mathbf{5{,}7°}$

**Spektrum:** Die Beugungswinkel sind von der **Wellenlänge λ** abhängig. Schickt man weißes Licht durch einen schmalen Spalt, dann ergibt sich für jede Spektralfarbe ein anderer Winkel für die Beugungsmaxima. Weißes Licht wird somit beim Durchlaufen eines Spalts in seine **Spektralfarben** zerlegt.

## Merk & Würdig

**Beugung am Einfach-Spalt**

Bedingung für **Minima n-ter Ordnung**:

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d}$$

Bedingung für **Maxima n-ter Ordnung:**

$$\sin \varphi = \frac{(n - \frac{1}{2}) \cdot \lambda}{d}$$

Das Hauptmaximum findet man unter φ = 0°

d … Spaltbreite; [d] = m
φ … Beugungswinkel
n … Ordnung; n = 1, 2, 3, …
λ … Wellenlänge der Strahlung; [λ] = m

## Beispiel 3.9

**Messung der Wellenlänge** von blauem Licht:
Mit Hilfe einer Spaltblende, deren Öffnung bekannt ist, kann die Wellenlänge des Lichts bestimmt werden.
Wie Abb. 54.2 zeigt, wird ein Lichtstrahl nach einem Spalt, der 26 µm breit ist, abgelenkt. Auf einer Projektionsfläche 3 m hinter dem Spalt ist das Minimum erster Ordnung 5,5 cm neben dem Hauptmaximum zu finden. Zu berechnen ist die Wellenlänge des Lichts.

Der Beugungswinkel kann mit Hilfe des rechtwinkeligen Dreiecks hinter der Blende ermittelt werden:

$$\tan \varphi = \frac{b}{l} \Rightarrow \varphi = \arctan \frac{b}{l} = \arctan \frac{0{,}055\,\text{m}}{3\,\text{m}} = 1{,}05°$$

Mit Hilfe des Brechungsgesetzes wird die Wellenlänge berechnet:

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{n} \cdot d \cdot \sin \varphi = 1 \cdot 26 \cdot 10^{-6}\,\text{m} \cdot \sin 1{,}05° = \mathbf{476 \cdot 10^{-9}\,m}$$

Das blaue Licht hat eine Wellenlänge von **476 nm**.

Schirm
r
b
x
0. Ordnung
ℓ
φ
φ
Doppelspalt
Maximum 1. Ordnung
Maximum 2. Ordnung

**Abb. 54.2** *Beugung von verschiedenfärbigem Licht*

### 3.3.2 Beugung am Doppelspalt und am Gitter

*(diffraction by a double slit and grating)*

**Beugung am Doppelspalt:** Den historischen Versuch führte **Thomas Young** 1801 durch. Young hatte natürlich noch kein Laserlicht zur Verfügung. Das Experiment war daher etwas aufwändiger.

**Experiment**

Beugung am Doppelspalt

Ein Laserstrahl wird auf einen Doppelspalt gelenkt. Auf der Projektionsfläche dahinter kann man neben einem Hauptmaxima weitere Lichtpunkte (Nebenmaxima) symmetrisch erkennen.



**Abb. 55.1**

Von jedem Spalt gehen Elementarwellen aus **(Abb. 55.4)**. Wir interessieren uns nun für jene Richtungen der Wellen, bei denen **konstruktive Interferenz** eintritt. Zwischen den Wellen besteht in diesem Fall ein Gangunterschied von einer **Wellenlänge** λ oder einem ganzzahligen Vielfachen davon.

Im Dreieck ABC **(Abb. 55.3)** kann man den Beugungswinkel φ erkennen. Die Bedingung für das Auftreten des 1.Beugungsmaximums lässt sich daraus aufstellen:

$\sin \varphi = \frac{\lambda}{g}$; g … Abstand zwischen den beiden Spalten

Allgemein ergibt sich für die **Maxima n-ter Ordnung** der Zusammenhang:

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{g} \quad \text{mit } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Beträgt der Gangunterschied eine halbe Wellenlänge, so tritt **destruktive Interferenz** auf. Die Beziehung für die Beugungsminima, die sich symmetrisch zum Hauptmaximum bilden (**Minima n-ter Ordnung**), ergibt sich analog mit:

$$\sin \varphi = \frac{(n - \frac{1}{2}) \cdot \lambda}{g} \quad \text{mit } n = 1, 2, 3, \ldots$$

g … Abstand zwischen den beiden Spalten



**Abb. 55.5** *Vereinfachte Konstruktion der Beugungserscheinungen am Doppelspalt mit zugehöriger Intensitätsverteilung*

**Abb. 55.2** ***Interferenzmuster*** *beim Doppelspaltversuch von Young*



**Abb. 55.3** *Die unter φ gebeugten Strahlen interferieren* ***konstruktiv****. Am Schirm entstehen Helligkeits-Maxima.*



**Abb. 55.4** *Die unter φ gebeugten Strahlen interferieren* ***destruktiv****. Am Schirm entstehen Stellen geringer Intensität (Minima).*

Abb. 56.1 *Beugung am Transmissionsgitter (mit Detailansicht im Kreis)*

Abb. 56.2 *Beugungsbild von grünem Licht mittels Doppelspalt (oben) und Gitter (unten). Die Gitterkonstante ist bei beiden Beugungsbildern gleich.*

## Optisches Gitter:

Eine logische Weiterentwicklung des Doppelspalts ist das **optische Gitter** *(grating)*. Es besteht aus vielen gleich breiten Einzelspalten, wobei benachbarte Spalten immer den gleichen Abstand g aufweisen. Man bezeichnet diesen Abstand benachbarter Spalten als **Gitterkonstante g**.

Tritt ein Lichtstrahl durch ein optisches Gitter, so kommt es zu den gleichen Interferenzerscheinungen wie bei einem Doppelspalt. Allerdings sind die Beugungsmaxima **schärfer** ausgeprägt, je mehr Spalten zur Interferenz beitragen **(Abb. 55.3)**.

Die Bedingungen für das Auftreten von Helligkeitsmaxima und Minima sind die gleichen wie beim Doppelspalt (siehe Formelblock in Außenspalte).

### Merk & Würdig

**Beugung am Doppelspalt und Gitter**

Bedingung für **Maxima n-ter Ordnung**:

$$\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{g}$$

n … Ordnung; n = 1, 2, 3, …

Das Hauptmaximum findet man unter $\varphi = 0°$

Bedingung für **Minima n-ter Ordnung:**

$$\sin \varphi = \frac{(n - \frac{1}{2}) \cdot \lambda}{g}$$

n … Ordnung; n = 0, 1, 2, 3, …

g … Spaltabstand bzw. Gitterkonstante; [g] = m
φ … Beugungswinkel; [φ] = 1
λ … Wellenlänge der Strahlung; [λ] = m

### Beispiel 3.10

**Young´scher Doppelspaltversuch (Abb. 56.3)**

Lässt man rotes Laserlicht (λ = 664 nm) durch einen Doppelspalt (Spaltenabstand $g = 1{,}2 \cdot 10^{-4}$ m) fallen, können die Maxima 1., 2. und 3. Ordnung beobachtet werden. Wie groß sind die Abstände der Maxima vom Hauptmaximum am Schirm? Der Schirm befindet sich in einem Abstand von 2,5 m hinter dem Doppelspalt.

Die Bedingung für ein Maximum lautet: $\sin \varphi = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ bzw. $\varphi = \arcsin \frac{n \cdot \lambda}{g}$

Der gesuchte Abstand des Maximums vom Zentrum lässt sich über die Tangensfunktion ermitteln **(Abb. 56.3)**:

| Ordnung n | Beugungswinkel φ | Abstand b |
|---|---|---|
| 1 | 0,317° | 0,0138 m = 1,4 cm |
| 2 | 0,634° | 0,0276 m = 2,8 cm |
| 3 | 0,951° | 0,0415 m = 4,2 cm |

Abb. 56.3 *zu Beispiel 3.10*

## Beispiel 3.11

**Ein optisches Gitter** mit 300 Strichen pro Millimeter wird mit Licht der Wellenlänge 700 nm beleuchtet.

**a)** Wie viele Beugungsmaxima kann man mit dieser Anordnung projizieren?

**b)** Wie verändert sich das Ergebnis, wenn ein Gitter mit 3 000 Strichen pro Millimeter verwendet wird?

**a)** In der Bedingung $\sin\varphi = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ kann der Winkel φ maximal 90° sein, d. h. $\sin\varphi = 1$.

Wenn das Gitter pro Millimeter 300 Striche aufweist, dann beträgt die Gitterkonstante:

$$g = \frac{0{,}001\ \text{m}}{300} = 3{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$

Für die maximale Ordnung n ergibt sich daher:

$$n = \frac{g}{\lambda} \cdot \sin\varphi = \frac{3{,}3 \cdot 10^{-6}}{700 \cdot 10^{-9}} \cdot 1 = 4{,}76$$

Höchstens **4 Maxima** sind sichtbar.

**b)** Verwendet man ein Gitter mit 3 000 Strichen/mm, verändert sich die Gitterkonstante auf $g = 0{,}33 \cdot 10^{-6}$ m und die maximale Ordnung ergibt sich mit **n = 0,47**. Es sind daher **keine Nebenmaxima** mit einer Ordnung größer als null erreichbar!

Abb. 57.1 *Die Beugungsmuster dieser optischen Datenträger (CDs) beruhen auf Interferenz der **reflektierten** Wellen*

- **Spektroskopie:** Die Beugungswinkel sind so wie beim Einfachspalt von der **Wellenlänge λ** abhängig. Schickt man weißes Licht durch einen Spalt, dann ergibt sich für jede Spektralfarbe ein anderer Beugungswinkel. Licht wird somit beim Durchlaufen eines Gitters in seine **Spektralfarben** zerlegt. Das passiert aber mehrfach: Die Beugungsmaxima 1. Ordnung, das Maxima 2. Ordnung, usw. zeigen jeweils die **Spektralfarben**. (Das Studium des Spektrums und die sich daraus ergebenden Anwendungen werden noch in weiteren Kapiteln dieser Buchreihe Thema sein.)
- **Reflexionsgitter:** Auch das **reflektierte** Licht interferiert und führt ebenfalls zu Beugungserscheinungen. Solche Phänomene können beispielsweise bei optischen Datenträgern (CD) beobachtet werden **(Abb. 57.1)**.

  Reflexionsgitter haben feine Steg- und Lückenprofile, die Licht periodisch reflektieren bzw. nicht reflektieren. Die Interferenz des reflektierten Lichts führt zu den oben beschriebenen Beugungserscheinungen, ganz analog wie bei den **Transmissionsgittern**. Reflexionsgitter sind im Allgemeinen effizienter als Transmissionsgitter, weil Absorptionsverluste wegfallen.



Abb. 57.2 *Vergleich **Transmissionsgitter** (links) mit **Reflexionsgitter***

## Experiment

Mache das Experiment selbst:

Anna will es genau wissen: Sie leuchtet mit **rotem** Licht eines Laserpointers auf eine CD. Tatsächlich kann sie ein Beugungsmaximum 1. Ordnung erkennen. Dann richtet sie den Lichtstrahl auf eine DVD – nun sind aber keine Beugungseffekte feststellbar. Hat Anna etwas falsch gemacht?

Geraldine hat vollkommen richtig beobachtet: Die **CD** ermöglicht – mit einem Spurabstand von etwa 1,6 µm – für rotes Licht ein Beugungsmaximum erster Ordnung (Beugungswinkel ca. 30°).

Eine **DVD** hat jedoch einen kleineren Spurabstand. Die Bildung eines Beugungsmaximums 1. Ordnung mit rotem Licht ist daher, bei zu großer Wellenlänge des Lichts, unmöglich (siehe **Beispiel 3.11**). Mit grünem Laser würde Anna ein Maximum erkennen können.

**Führe das Experiment selbst durch!**

Abb. 57.3

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Beugung, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 3.14** **Spektrum:** Durch einen Spalt (Spaltbreite: 0,01 mm) fällt weißes Licht und wird in seine Spektralfarben zerlegt. Unter welchem Winkel wird rotes Licht (660 nm) und blaues Licht (480 nm) abgelenkt? Berechne die Beugungsmaxima 1. Ordnung.

**Ü 3.15** **Wellenlängen-Bestimmung:** Es soll die Wellenlänge einer Lichtquelle gemessen werden. Man lässt das Licht durch ein Gitter mit 900 Linien pro Millimeter fallen. Auf einem Schirm (Abstand vom Gitter 1,5 m) wird die Strecke zwischen Maximum 0. und 1. Ordnung mit 50 cm ermittelt. Welche Wellenlänge emittiert die Lichtquelle? (Mache eine Skizze.)

**Ü 3.16** **Gitterkonstante:** Licht der Wellenlänge 630 nm fällt durch ein Gitter. Das Maximum 2. Ordnung wird unter einem Winkel von 17° abgelenkt. Wie viele Linien pro Zentimeter hat das Gitter?

**Ü 3.17** **Geraldine** will abschätzen, wie weit benachbarte Spuren auf einer CD auseinander liegen. Sie lässt rotes Laserlicht eines Laserpointers auf die CD im rechten Winkel auffallen und bestimmt ungefähr den Winkel unter dem das erste Maximum abgestrahlt wird: zwischen 20° und 30°. Im Internet findet Geraldine typische Werte der Wellenlänge für rote Halbleiterlaser heraus: 670 nm. In welchem Bereich liegt der Spurabstand?

**Ü 3.18** ***Blue light*** *($\lambda = 410$ nm) and red light ($\lambda = 670$ nm) falls on a grating that contains $0{,}9 \cdot 10^4$ lines/cm. For each color, find the angle for the first-order maxima.*

**Abb. 58.1** ***Laue-Diagramm*** *eines NaCl-Kristalls. Der Strahl 0. Ordnung ist teilweise abgedeckt.*

## Ergänzung & Ausblick

### Beugung von Röntgenstrahlung

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts war noch unklar, ob Röntgenstrahlen die gleichen Eigenschaften wie Licht besitzen.

Wenn Röntgenstrahlen wirklich dem Licht ähneln, so müssen sie gebeugt werden können. Allerdings muss beachtet werden: Die Wellenlänge von Röntgenstrahlung ist um einige Zehnerpotenzen kleiner als die von Licht.

Um Beugungserscheinungen zu bewirken, die messbar sind, muss die Gitterkonstante sehr klein sein. Gitter mit der nötigen Gitterkonstante konnte man vor 100 Jahren nicht herstellen.

MAX VON LAUE[1] ersann ein Experiment: Er verwendete anstatt eines einfachen Gitters die regelmäßig geordneten Lagen eines Kochsalz-Kristalls ($g \sim 10^{-10}$ m). So konnten tatsächlich auf einer Photoplatte Beugungsmuster beobachtet werden **(Abb. 58.1 und 58.2)**.

Die Auswertung der Röntgenstrahl-Beugungsmuster diverser Proben erbringt auch heute noch grundlegendes Verständnis über den Aufbau der Molekularstrukturen!



**Abb. 58.2** *Die gebeugten Strahlen ergeben auf einer Photoplatte ein für jeden Kristall typisches Muster, das* ***Laue-Diagramm****.*

**Abb. 58.3** *MAX VON LAUE*

[1] MAX VON LAUE (1879, Pfaffendorf bei Koblenz – 1960, Berlin), deutscher Physiker. Für seine Idee der Röntgenstrahlinterferenz erhielt er 1914 den Nobelpreis. Für seine mutige Haltung während der nationalsozialistischen Herrschaft wurde er für die Physiker zum Symbol der Geistesfreiheit gegenüber staatlicher Bevormundung und Unterdrückung.

**Ergänzung & Ausblick**

### Beugung von Teilchenstrahlung

In der Quantentheorie hat jedes Teilchen prinzipiell auch Welleneigenschaften, somit ist eine Beugung von Teilchenstrahlen möglich (mehr darüber im Folgeband). Der experimentelle Nachweis ist wegen der kurzen Wellenlängen allerdings nicht einfach. Die Wiener Universität macht aber immer wieder rekordverdächtige Experimente zu diesem Thema. Z. B. die Beugung von Strahlen aus $C_{60}$-Molekülen oder aus noch größeren Quantenobjekten.

**Abb. 59.1** ***Teilchenstrahlen*** *(Elektronen) werden an einer kleinen Lochblende gebeugt. Vergleiche mit* ***Abb. 52.1****!*

## 3.3.3 Kohärenz *(coherence)*

Wenn zwischen einzelnen Wellen bestimmte Zusammenhänge vorliegen, die Interferenz ermöglichen, bezeichnet man die Wellen als **kohärente Wellen**. Interferieren kohärente Wellen, dann können Überlagerungen **beobachtet** werden.

Kohärenzbedingungen: Unter folgenden Bedingungen ist Interferenz möglich:

(1) Die Wellen müssen gleiche Frequenz aufweisen.

(2) Die einzelnen Wellenzüge einer Quelle müssen dasselbe Raumgebiet durchstreifen. Man spricht von **räumlicher Kohärenz**. Diese ist bei nahezu punktförmigen Lichtquellen gegeben (z. B. Laserlicht).

(3) Die einzelnen Wellenzüge müssen dieselbe Phasenlage haben. Nur aus demselben Wellenzug stammende Wellen haben feste Phasenbeziehungen. Ausgesendete Wellenpakete haben eine Kohärenzlänge $l_c$ von einem Meter bis zu einigen Kilometern (bei Laserlicht).

Will man Wellenzüge in größeren Versuchsaufbauten **(Abb. 59.3)** zur Interferenz bringen, darf der Unterschied der durchlaufenen Wege nicht größer sein als die Kohärenzlänge $l_c$. Für die zur Verfügung stehende Zeitdauer $t_c$ gilt:

$$t_c = \frac{l_c}{c}$$

Die Zeit $t_c$ darf also nicht zu groß sein. Diese dritte Bedingung wird **zeitliche Kohärenz** genannt.

LASER

einige km

**Abb. 59.2** ***Kohärenzlänge*** *von Laserlicht*

Spiegel $S_2$

Spiegel $S_1$

$l_2$

$l_1$

Lichtquelle Q

halbdurchlässiger Spiegel HS

Interferenzmuster

Schirm S

**Abb. 59.3** ***Interferometer:*** *Die Wellenzüge teilen sich am halbdurchlässigen Spiegel auf. Die weiteren Wege sind unterschiedlich. Das reflektierte Licht wird wieder zusammengeführt. Der Unterschied der verschiedenen Weglängen muss kleiner als die* ***Kohärenzlänge*** *sein. Nur dann können Wellen, die aus demselben Wellenzug stammen, interferieren.*

### Stimmt das?

*Warum zeigt Licht, das von zwei Leuchtstoffröhren ausgesendet wird, keine beobachtbare Interferenz. Tritt überhaupt Interferenz auf?*

Die Lichtaussendung von zwei verschiedenen Lichtquellen erfolgt „zufällig". Lichtwellenzüge der einen Quelle können zufällig mit Lichtwellenzügen der anderen Quelle interferieren. Eine beobachtbare Interferenz von Lichtwellenzügen ist statistisch sehr unwahrscheinlich. Ob Lichtwellen interferieren können, wird durch den Begriff Kohärenz beschrieben.

- **Inkohärentes Licht:** Betrachtet man die Lichtaussendung einer „normalen" Lichtquelle **(Abb. 60.1)**, beispielsweise das Licht einer Kerze, so kann man erkennen:
  - Atome oder Moleküle senden Wellen aus.
  - Diese Lichtaussendung arbeitet unabhängig voneinander.
  - Die Lichtaussendung ist unregelmäßig und dauert jeweils nur sehr kurz (ca. $10^{-8}$ s lang).
  - Die dabei ausgesendeten **Wellenzüge (Abb. 60.1)** weisen eine Länge **(= Kohärenzlänge)** von etwa 1 m auf.

**Abb. 60.1** *Diese **Wellenzüge** sind **inkohärent**. Sie durchlaufen nicht dasselbe Raumgebiet und haben nicht dieselbe Frequenz.*

## Übungen

**Ü 3.19** Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Beugung, indem du folgende Übungen durchführst.

**a)** Das Phänomen Beugung existiert

- ☐ bei fußballgroßen Körpern.
- ☐ bei Wellen.
- ☐ auch bei Röntgenstrahlung.
- ☐ nur bei Licht.

**b)** Einen theoretischen Hintergrund für Beugungsphänomene liefert

- ☐ das Experiment
- ☐ die Wellentheorie
- ☐ die Farbenlehre
- ☐ die Teilchentheorie
- ☐ die Kinetik
- ☐ die Quantenmechanik

**c)** Beugungsmaxima entstehen

- ☐ aufgrund destruktiver Interferenz von Wellen.
- ☐ aufgrund von Überlagerungen Huygens´scher Elementarwellen.
- ☐ wegen konstruktiven Interferenzen von Elementarwellen.

**d)** Optische Spektren können experimentell erhalten werden mit Hilfe

- ☐ eines Transmissionsgitters.
- ☐ eines dünnen Spalts.
- ☐ eines Kristallgitters.
- ☐ eines Glasprismas.
- ☐ einer engen Schlitzblende.
- ☐ eines Reflexionsgitters.

**e)** Beugungsmaxima verschieben sich

- ☐ zu größerem Winkel, wenn die Gitterkonstante vergrößert wird.
- ☐ zu kleinerem Winkel, wenn die Gitterkonstante vergrößert wird.
- ☐ zu größerem Winkel, wenn man die Projektionsebene verschiebt.



**Abb. 60.2**

**f)** Welche Sätze beschreiben die Zusammenhänge richtig?

- ☐ Das Beugungsmaxima 1. Ordnung für Licht einer bestimmten Wellenlänge erscheint bei Doppelspalt und Gitter bei verschiedenen Winkeln, auch wenn sie dieselbe Gitterkonstante aufweisen.
- ☐ Transmissionsgitters beugen rotes Licht stärker als blaues Licht.
- ☐ Je mehr Striche bei einem Gitter für die Beugung zur Verfügung stehen, umso ausgeprägter sind die Beugungsmaxima.
- ☐ Damit Beugungseffekte sichtbar sind, muss zumindest eine der Kohärenzbedingungen zutreffen.

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung siehe Lösungsteil.**

## 3.4 Polarisation des Lichts *(polarization)*

Lichtwellen sind **elektromagnetische Transversalwellen**. Darunter verstehen Naturwissenschaftler Licht als Schwingung eines elektrischen Feldvektors $\vec{E}$ und eines magnetischen Feldvektors $\vec{B}$.

Die beiden Vektoren schwingen dabei normal zur Ausbreitungsrichtung **(Abb. 61.1)**.

Der **Transversalcharakter** kann durch folgendes Experiment gezeigt werden:

**Abb. 61.1** *Elektromagnetische Wellen (z.B. Licht) sind Transversalwellen.*

### Experiment

Mit Hilfe zweier hintereinander angeordneter Polarisationsfilter wird das Licht untersucht. Durch den ersten Filter wird Licht in eine Richtung linear polarisiert. Die zweite Polarisationsfolie kann gedreht werden.

**Abb. 61.2** *Bei parallel ausgerichteten Polarisationsfiltern fällt Licht auf den Schirm.*

**Abb. 61.3** *Die beiden Filter stehen normal aufeinander: Das Licht wird fast vollständig absorbiert, der Schirm erscheint dunkel.*

### Möglichkeiten der Polarisation:

**Polarisation durch Kunststofffolien:** Als Folien eignen sich spezielle durchsichtige Kunststoffe mit paralleler Anordnung langkettiger Moleküle. Die Absorption in der Folie ist richtungsabhängig: Eine Schwingungsebene wird fast vollständig absorbiert, die darauf normal stehende fast unvermindert durchgelassen.

**Anwendungen** solcher Folien im Alltag erfolgen beispielsweise beim 3D-Film in **Polarisationstechnik** (nicht zu verwechseln mit dem „Shutterverfahren").

**Polarisation durch Reflexion:** Bei der **Reflexion** von Licht an einer Grenzfläche eines durchsichtigen Mediums tritt Polarisation auf. Sowohl der reflektierte Anteil als auch der gebrochene Anteil des Lichts sind (linear) polarisiert. Wählt man den Einfallswinkel α so, dass die Summe aus Einfallswinkel und Brechungswinkel β gleich 90° wird, dann sind die Strahlen vollständig polarisiert. Der reflektierte Anteil ist senkrecht zur Einfallsebene polarisiert **(Abb. 61.5)**, der gebrochene Anteil ist parallel zur Einfallsebene polarisiert. Man nennt α auch den **Brewster-Winkel**[1].

Eine reflektierte Welle an einer Metalloberfläche zeigt keine Polarisation, da kein gebrochener Strahlenanteil vorhanden ist!

**Technische Anwendung:** Es kann ausgenutzt werden, dass störende Reflexionen von Glasscheiben oder Wasseroberflächen durch ein Polarisationsfilter zum Verschwinden gebracht werden. Solche Folien werden in Kameraobjektiven und Brillen eingesetzt. Die sogenannte „Autofahrerbrille" soll Lenker vor unerwarteten Reflexionen schützen.

Absorption von Lichtwellen parallel zu den Molekülketten

Polarisationsfolie

Durchgang von Lichtwellen normal zu den Molekülketten

**Abb. 61.4** ***Polarisationsfolien*** *absorbieren Licht winkelabhängig verschieden stark.*

unpolarisiert

polarisiert

$\alpha_B$ $\beta_B$

$n_1$

90°

$\theta_2$

$n_2$

polarisiert

**Abb. 61.5** *Bei* ***Reflexion*** *an durchsichtigen Medien tritt* ***Polarisation*** *auf: Sowohl der reflektierte als auch der gebrochene Anteil sind linear polarisiert, dies wird in der Skizze durch Pfeile veranschaulicht.*

### Merk & Würdig

- Nur **Transversalwellen** können polarisiert werden.
- Polarisation von Licht ist ein Nachweis dafür, dass Licht Transversalwellencharakter hat.

[1] DAVID BREWSTER (1781 – 1868), schottischer Physiker

**Optisch aktive Substanzen:** Es gibt durchsichtige Substanzen mit der Eigenschaft, die Polarisationsebene **zu drehen**. Linear polarisiertes Licht wird beim Durchgang durch ein **optisch aktives** Medium an jedem Molekül ein wenig gedreht. Nach Durchgang des Lichts durch die gesamte Substanz resultiert ein messbarer Drehbetrag **(Abb. 62.2)**. Man unterscheidet zwischen **rechtsdrehenden** und **linksdrehenden** Substanzen. (Am bekanntesten ist die optische Aktivität von im Wasser gelöster Milchsäure. Die Polarisationsebene dreht sich um etwa 120° auf einer Strecke von 1 dm, wenn 1 g Zucker in einem $cm^3$ gelöst ist.) Anwendung findet diese Eigenschaft des Lichts unter anderem zum Bestimmen der Konzentration von Lösungen in der Chemie und Pharmazie.

**Abb. 62.1** ***Optisch aktive Substanzen*** *drehen die Polarisationsebene.*

**Abb. 62.2** *Die Polarisationsebenen des ordentlichen und des außerordentlichen Strahls schließen einen Winkel von 90° ein.*

### Doppelbrechung *(double refraction)*

Manche durchsichtige Stoffe (Kalkspatkristall, Kunststofffolien) haben die Eigenschaft, dass sich Licht in Abhängigkeit von der Polarisationsebene unterschiedlich schnell ausbreitet **(Abb. 62.4)**. Aus historischen Gründen nennt man

- den einen Strahl **ordentlichen Strahl**.
- den anderen **außerordentlichen Strahl**.

Die Polarisationsebene steht auf die Ebene des ordentlichen Lichtstrahls senkrecht.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der beiden Lichtstrahlen unterscheidet sich. Die beiden Strahlen haben unterschiedliche Brechzahlen. Z. B. Kalzit:

- ordentlicher Strahl: $n_o = 1{,}658$
- außerordentlicher Strahl: $n_{ao} = 1{,}486$

Die Bezeichnung **„doppelbrechend"** lässt sich durch ein kleines Experiment begründen:

**Experiment**

Doppelbrechung:

Man legt einen Kalzit-Kristall auf eine Zeichnung. Die Aufspaltung des einfallenden Lichts durch den doppelbrechenden Kristall wird sichtbar.

**Abb. 62.3**

**Abb. 62.4** *Der doppelbrechende Stoff spaltet einen unpolarisierten Lichtstrahl in zwei Strahlen auf.*

**Ergänzung & Ausblick**

Der **Kerr-Effekt** beschreibt die Änderung optischer Eigenschaften eines Materials durch Anlegen eines **elektrischen Feldes**. Optisch isotrope Stoffe, die aus polarisierbaren Molekülen bestehen, werden durch Anlegen eines elektrischen Feldes doppelbrechend bzw. optisch aktiv. Dieser Effekt tritt bei fast allen Molekülen auf, doch ist er bei einigen Flüssigkeiten, z. B. Benzol oder Nitrobenzol, sehr stark. Der Kerr-Effekt wird dazu benutzt, schnelle optoelektronische Schalter zu bauen.

**Faraday-Effekt:** Die Schwingungsebene von linear polarisiertem Licht in optisch inaktiven Stoffen wird durch ein magnetisches Feld gedreht. Er gilt als erster experimenteller Hinweis dafür, dass Licht und Elektromagnetismus miteinander in Beziehung stehen!

**Abb. 62.5** *Kerr-Effekt in Nitrobenzol zwischen zwei Kondensatorplatten: Stellt man den Analysator auf Dunkelheit ein, so beobachtet man bei einem Spannungsstoß ein Aufhellen des Analysators.*

**Polarisation und Farbe:** Man bringt Cellophan oder Plexiglasprofile zwischen zwei Polarisationsfolien. In **weißem** Licht entstehen Farbmuster **(Abb. 63.1)**.

**Erklärung:** Die Brechzahlen sind von der Wellenlänge abhängig, Polarisationseffekte wirken sich daher für verschiedene Farben unterschiedlich aus. Damit erhält man je nach Schichtdicke und Richtung die einzelnen Spektralfarben.

**Spannungsoptik:** In bestimmten Substanzen sind die Brechungskoeffizienten auch von der Zug- oder Druckbeanspruchung abhängig. Somit können mechanische Spannungen sichtbar gemacht werden **(Abb. 63.2)**.

- **SAT-Technik:** Polarisation ist natürlich nicht nur für Licht ein Thema. Beispielsweise wird Polarisation auch bei der Übertragung von Fernsehkanälen über Richtfunkstrecken und Satellitenanlagen ausgenutzt.
- **Honigbiene:** Manche Insekten können linear polarisiertes Licht nach seiner Polarisationsrichtung unterscheiden. Sie nutzen diesen Effekt, um sich zu orientieren. (Das gestreute Licht des Himmels ist ein wenig polarisiert!)
- **Flüssigkristallanzeigen** (**LCD**; *Liquid Crystal Display*)

  LCDs bestehen aus Bereichen (z. B. Pixels), die unabhängig voneinander ihre Helligkeit ändern können. Eine elektrische Spannung steuert dazu in jedem Segment die Ausrichtung der Flüssigkristalle und ändert damit die Durchlässigkeit für polarisiertes Licht. Die technische Entwicklung hat auf diesem Gebiet zu vielfältigen Anzeigetypen geführt.

  **Das Prinzip:** Zwischen zwei Polarisationsfiltern befindet sich eine ca. 10 µm dicke Flüssigkristallschicht[1], die die Lichtdurchlässigkeit (ähnlich dem Kerr-Effekt) verändert: Dies ist abhängig von einer anliegenden Spannung:
  - Im spannungslosen Fall erscheint das entsprechende Pixel dunkel **(Abb. 63.4)**.
  - Beim Anlegen einer Spannung richten sich die Flüssigkristalle nach dem elektrischen Feld. Das Pixel erscheint hell.

**Abb. 63.1** *Mit einer derartigen Anordnung werden innere Spannungen mechanischer Bauteile, etwa durch Belastung, sichtbar.*

**Abb. 63.2** *Bei Belastung des Hakens kommt es innen zu großen Zug- und außen zu großen Druckbelastungen. Das ist daran erkennbar, dass die farbigen Linien im Inneren des Hakens knapp neben einander liegen.*

**Abb. 63.3** *Durch Anlegen einer Spannung wird die Zelle lichtdurchlässig.*

*Explosionszeichnung; der gerahmte Aufbau ist nur etwa 1 mm dick.*

## Experiment

**zum Selbermachen:**

Falls du eine Polarisationsbrille (z. B. vom 3D-Film im Kino) zur Verfügung hast, probiere aus:

- Reflexionen an glatten Oberflächen werden je nach Drehwinkel der Folie verdunkelt.
- Cellophanfolie oder Plexiglas-Lineal zwischen zwei Folien: Du erkennst auffallende Farbmuster.
- Halte die Brille vor eine LCD-Anzeige: Das Bild verändert sich, abhängig vom Drehwinkel der Brille.

**Abb. 63.4** ***3D-Effekt*** *mit Hilfe von „Polarisationsbrillen": In den Brillen befinden sich zwei jeweils um 90° versetzte Polarisationsfilterfolien. Auch die Aufnahme und Projektion des Films erfolgen mit zwei Objektiven und mit gekreuzten Filterfolien, sodass sich für jedes Auge ein etwas anderes Bild ergibt und den 3D-Eindruck simuliert.*

[1] Als **Flüssigkristalle** werden bestimmte durchsichtige organische Substanzen bezeichnet, die sich aus verdrillten langkettigen Molekülen aufbauen. Da die Verdrillung der Moleküle durch elektrische Spannung verändert werden kann, wurde der feste organische Stoff als „Flüssigkristall" bezeichnet.

## Thema & Gesellschaft

**Stichwort Arbeitsmarkt:**

Die LCD-Technik hat in den letzten Jahren einen enormen Aufschwung erlebt. Insbesondere der Markt für Flachbildschirme ist groß. Produktionsstätten wurden in asiatischen Industrienationen errichtet, in denen billige Arbeitskräfte verfügbar sind. Die weltweit größten Flachbildschirmhersteller wandern auf der Suche nach noch kostengünstigeren Produktionsstandorten immer weiter: nach Taiwan, nach Südkorea und nach China – und weiter geht der Weg ...

**Stichwort Klimaschutz:**

Aus der Sicht des Klimaschutzes ist die Fertigung problematisch: In der traditionellen Produktion sind große Mengen klimagefährdender Substanzen im Einsatz. Z.B. werden Treibhausgase wie Schwefelhexafluorid ($SF_6$) in großem Umfang verwendet und in die Atmosphäre freigesetzt.

**Stichwort Energieverbrauch:**

Obwohl Flachbildfernseher in Plasma- oder LCD-Technologie im Durchschnitt nur die Hälfte der Energie verbrauchen (im Vergleich zu alten Röhrengeräten), steigt der Energieverbrauch beim Fernsehen und bei der Bildschirmarbeit insgesamt weiter an. Die Gründe für die paradoxe Entwicklung:

- Es werden größere Bildschirme eingesetzt.
- Sie werden intensiver genutzt (also nicht abgedreht).

Unser Konsumverhalten ist also schuld, dass der Energieverbrauch trotz geringerem Energiebedarf weiter ansteigt.

## Übungen

**Ü 3.20** Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Polarisation, indem du folgende Übungen durchführst.

**a)** Licht lässt sich polarisieren

- ☐ durch Reflexion an metallbedampften Spiegeln.
- ☐ mit Hilfe von Kunststofffolien aus länglichen geordneten Molekülen.
- ☐ durch Reflexion an transparenten Materialien.

**b)** Welchem Satz würdest du ganz zustimmen:

- ☐ Lichtwellen sind Longitudinalwellen.
- ☐ Auch bei der Lichtausbreitung schwingt ein Magnetfeld.
- ☐ Optisch aktive Materialien sind links- oder rechtsdrehend.
- ☐ Doppelbrechende Kristalle spalten Licht in außerordentliche und unordentliche Strahlen auf.
- ☐ Unpolarisiertes Licht ist inkohärent.

**c)** Polarisiertes Licht

- ☐ wird in optisch aktiven Materialien, abhängig vom Einfallswinkel gebrochen.
- ☐ wird in optisch aktiven Medien abhängig vom durchlaufenen Weg verdreht.
- ☐ kann in der Chemie zur Messung des Zuckergehalts einer Lösung benutzt werden.

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung im Lösungsteil.**

## 3.5 Interferenz an dünnen Schichten *(interference by thin films)*

Wie kann man das Schillern einer Seifenblasen erklären?

Wodurch entsteht das interessante Farbenspiel von Perlmutt, von Schmetterlingsflügel oder von einer Smaragdeidechse?

Das Schlüsselwort all dieser Phänomene lautet: **Interferenz**.

### 3.5.1 Seifenblasen

An der Wand einer Seifenblase wird einfallendes Licht zweimal reflektiert: einmal an jeder Seite der Wand **(Abb. 65.2)**. Die beiden Lichtstrahlen 1 und 2 können interferieren, da die Kohärenzbedingungen erfüllt sind.

Wenn der Gangunterschied der reflektierten Wellen genau die Hälfte einer Wellenlänge beträgt, fallen die Wellentäler des einen Strahls mit den Wellenbergen des anderen zusammen → **destruktive Interferenz**. Die Interferenz führt zur Auslöschung eines Teils des Farbspektrums.

Entsprechende Überlegungen können auch für die konstruktive Interferenz angestellt werden. Die tatsächlich beobachtete Farbe ist abhängig

- von der Dicke der Seifenhaut
- vom Winkel des einfallenden Lichts.

Die Abhängigkeit von der Schichtdicke kann beobachtet werden, wenn die Seifenblase durch Verdunstung dünner wird: Das Farbenspiel verändert sich, weil jeweils andere Farben ausgelöscht werden.

Einfallende Strahlen Reflektierte Strahlen Einfallende Strahlen Reflektierte Strahlen

Destruktive Interferenz Konstruktive Interferenz

**Abb. 65.2** *Die Schichtdicke der Seifenblase ist gerade so groß, dass das blaue Licht durch destruktive Interferenz (links) ausgelöscht, das rote Licht durch konstruktive Interferenz (rechts) nicht ausgelöscht wird.*

**Abb. 65.1**

**Abb. 65.3** ***Ölfleck:*** *Die dünne Ölschicht ermöglicht farbige Interferenzerscheinungen. Bei Beleuchtung mit weißem Licht werden bestimmte Farben ausgelöscht, die Komplementärfarbe erscheint.*

Auslöschung Luft Blaubelag Glas Verstärkung

**Abb. 65.4** ***Ölfleck:*** *Wird Glas mit einer dünnen λ/4-Schicht bedampft, so löschen sich für bestimmte Wellenlängen die reflektierten Strahlen aus. Werden mehrere verschiedene Schichten aufgetragen, kann die Reflexion von weißem Licht gemindert werden. Der durchgehende Lichtanteil wird daher verstärkt.*

Abb. 66.1 *Der* ***tropische Morpho-Schmetterling*** *besitzt in den Flügeln kein blaues Pigment. Das strahlende Blau entsteht durch die geeignete Dicke der Schuppen, so dass in perfekter Weise nur das blaue Licht reflektiert wird. Alle anderen Farben werden durch Interferenz verschluckt.*

### 3.5.2 λ/4-Schichten

Die so genannte λ/4-Schicht dient zur **Vergütung** von Optiken. Man meint damit das „Entspiegeln" von optischen Gläsern. Auf eine Linse (Brechzahl $n_G$) wird eine dünne Schicht mit der Brechzahl $n_s < n_G$ aufgebracht. Ihre Dicke d wird so gewählt, dass sich bei einer gewünschten Wellenlänge λ die reflektierten Strahlen auslöschen (destruktiv interferieren). Je nach der gewünschten **Auslöschung** einer bestimmten Farbe (Vakuumwellenlänge λ) errechnet sich die Schichtdicke d der Vergütungsschicht mit:

$$d = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n_s}$$

(Rechnung siehe **Beispiel 3.11**)

Wird vom beschichteten Glas weniger Licht reflektiert, dann muss auf Grund der Energieerhaltung mehr Licht im Glas weiterlaufen (Transmission). Ein Kameraobjektiv oder ein Fernglas, das mit solchen dünnen Schichten versehen wird, ist daher "lichtstärker", die Linsen sind "vergütet".

**Farben dünner Blättchen** sind in Natur und Technik häufig beobachtbar. Beispielsweise das Schillern von

- Eidechsen oder Schmetterlingen.
- Muscheln (Perlmuttschichten).
- speziellen Lackierungen von Fahrzeugen (Perlglanzpigmente bestehen aus ummantelten Glimmerplättchen).

Diese Erscheinungen beruhen auf Interferenz in dünnen Schichten.

Lichteinfall
Diese Strahlen interferieren.
Reflexion
Kalk
Eiweißschichten

Abb. 66.2 ***Perlmuttschicht:*** *Einfallendes weißes Licht trifft auf die dünnen Eiweiß-Chitin-Schichten im Perlmutt. Je nach ihrer Schichtdicke werden bestimmte Wellenlängen durch destruktive Interferenz ausgelöscht, sodass nur die Komplementärfarbe reflektiert wird.*

#### Ergänzung & Ausblick

**Dichroitische Spiegel:** Eine Kombination von dünnen Schichten ermöglicht Spiegel mit definiertem Reflexionsvermögen für **sichtbares** oder **infrarotes** Licht. Mit so einem Spiegel kann man den Reflexionsgrad zwischen 0 % und 100 % auch in sehr schmalen Spektralbereichen kontrollieren. Beispielsweise kann eine dünne Schicht aus Magnesiumfluorid auf Glas den Reflexionsgrad von 4,25 % auf etwa 1,25 % senken. Für Linsenvergütung (Brillen) reicht in der Regel eine Dreifachbeschichtung aus.

**Warmlichtspiegel:** Durch Mehrfachschichten lassen sich auch sogenannte Warm- oder Kaltlichtspiegel herstellen. **Kaltlichtspiegel** haben einen hohen Reflexionsgrad für sichtbares Licht und lassen die infrarote Wärmestrahlung passieren (Verwendung z. B. als Reflektor bei Halogenlampen). Für Warmlichtspiegel verhält es sich umgekehrt.

## Beispiel 3.12

**λ/4 - Schicht:** Das Objektiv eines Fernglases soll mit einer dünnen Schicht so vergütet werden, sodass grünes Licht (530 nm) nicht reflektiert, sondern durchgelassen wird. (Für grünes Licht ist das Auge besonders empfindlich.)

**a)** Berechne einen Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Schichtdicke für destruktive Interferenz.

**b)** Wie dick muss die λ/4-Schicht sein? (Brechungsindex der Beschichtung $n_s = 1{,}4$, von Glas $n_G = 1{,}65$)

**a)** Zwischen den reflektierten Wellen liegt eine Phasendifferenz $(2k+1) \cdot \pi$[1]. Setzt man diese Phasendifferenz in $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ ein erhält man

$2\pi \cdot \frac{c_0}{\lambda} \cdot \Delta t = (2k+1) \cdot \pi$ mit $k = 0, 1, 2, \ldots$, da $\omega = 2\pi f$ und $f = \frac{c_0}{\lambda}$.

Wählt man $k = 0$, ergibt sich: $\frac{2\pi \cdot c_0}{\lambda} \cdot \Delta t = \pi$

Bei senkrechtem Lichteinfall wird die Wegstrecke 2d in der Zeit $\Delta t$ mit der Lichtgeschwindigkeit $c_s$ im Schicht-Medium durchlaufen. Es gilt:

$c_s = \frac{2d}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{2d}{c_s}$

Damit ergibt sich für die Phasendifferenz: $\frac{2\pi \cdot c_0}{\lambda} \cdot \frac{2d}{c_s} = \pi$

Ersetzt man das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten durch die **Brechzahl n** **(Kapitel 3.2)** $\frac{c_S}{c_0} = n_s$, und vereinfacht, dann ergibt sich für die Schichtdicke:

$$\mathbf{d = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n_s}}$$

**b)** $\mathbf{d} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n_s} = \frac{530 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}{4 \cdot 1{,}4} = \mathbf{95\ nm}$

Dies entspricht etwa 1 000 Atomschichten.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Interferenz, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 3.21** Damit ein Objektiv vor allem blaues Licht (λ = 450 nm) auslöschen soll, wird eine reflexmindernde Schicht ($n_s = 1{,}34$) aufgetragen.

**a)** Wie dick ist die Schicht?

**b)** Wie viel Atomlagen ($a = 10^{-10}$ m) entspricht dies?

**Ü 3.22** **Diskutiere: Margot** fragt sich, warum an herkömmlichen (nicht beschichteten) Fensterscheiben keine Interferenzerscheinungen wie bei Seifenblasen beobachtet werden können. **Helmut** hat eine Antwort: „Die Kohärenzbedingungen sind nicht erfüllt!". Auch **Anita** weiß etwas: „Fensterglas lässt doch praktisch alles Licht durch, das bisschen reflektierte Licht ist nicht sichtbar, somit gibt es keine Auslöschung oder Verstärkung." **Diskutiere** die beiden (möglicherweise falschen) Antworten. Gibt es noch andere Gründe?

[1] Bei einer Reflexion von optisch dünn zu optisch dicht kommt es zu einem Phasensprung um π (Reflexion am festen Ende). Da dies hier für beide reflektierte Strahlen zutrifft **(Abb. 65.4)**, kann der Effekt unberücksichtigt bleiben.

4

# Akustik

**In diesem Kapitel geht es um**

- Schallpegel
- Dämpfung
- akustischer Doppler-Effekt
- Überschallflug
- das Ohr

Das Wort **Akustik** *(acoustics)* stammt vom griechischen Wort „akuein" für „hören". In der Physik versteht man unter Akustik die Lehre vom Schall *(sound)*. Sie umfasst ursprünglich alle Erscheinungen, die einem Beobachter über das Ohr zugänglich sind.

**Zusammenfassung und Wiederholung:**

- **Schallwellen** sind mechanische Wellen. Sie treten auf, wenn sich **Druckschwankungen** in Materie ausbreiten.
- In Luft breitet sich Schall in Form von **Longitudinalwellen** aus. In Festkörpern können Schallwellen auch in Form von **Transversalwellen** auftreten.
- Luftdruckschwankungen im Frequenzbereich von 16 Hz bis ungefähr 16 kHz kann man hören. Die obere **Hörgrenze** ist vom Alter abhängig. **Infraschall** liegt unter 16 Hz und **Ultraschall** über 16 kHz.
- Die **Tonhöhe** wird durch die Grundfrequenz $f = c/\lambda$ festgelegt.

  c … Schallgeschwindigkeit im Medium;

  λ … Wellenlänge
- Die **Schallgeschwindigkeit** c ist hauptsächlich abhängig von Art und Beschaffenheit des Ausbreitungsmediums.
- **Schallintensität I**: Die Leistung P pro durchströmter Fläche A wird als Schallintensität I bezeichnet.

  $$I = \frac{P}{A}$$ **I … Schallintensität; [I] = W/m²**

  Voraussetzung: Fläche wird **senkrecht** zur Ausbreitungsrichtung durchströmt.

  P … Schallleistung; [P] = W;  A … Fläche; [A] = $m^2$

| Schallquelle | Leistung P |
|---|---|
| Sprache | bis $10^{-5}$ W |
| Geige | bis $10^{-3}$ W |
| Trompete | bis 0,3 W |
| Orchester | bis 5 W |
| Orgel | bis 10 W |
| Aktivbox | bis $10^2$ W |
| Alarmsirene | $3 \cdot 10^3$ W |

**Tab. 69.1**

## 4.1 Schallgrößen

Den vom Schall erfüllten Raum nennt man **Schallfeld**. Der Zustand des Schallfeldes kann als Funktion der Zeit und des Ortes beschrieben werden.
Neben der **Schallintensität (Schallstärke) I** gibt es noch weitere Größen, die den Zustand des Schallfeldes charakterisieren. Sie werden im Folgenden aufgelistet:

- **Schallgeschwindigkeit c** *(speed of sound)*:
  Schallwellen breiten sich mit einer vom Medium abhängigen Geschwindigkeit c aus. In Gasen breitet sich Schall jeglicher Frequenz mit der gleichen Geschwindigkeit aus. In Festkörpern und Flüssigkeiten ist die Schallgeschwindigkeit auch von der Frequenz abhängig. Dies nennt man **Schalldispersion**.
- **Schallschnelle v:** Im Unterschied zur Ausbreitungsgeschwindigkeit der Schallwelle wird die Geschwindigkeit der schwingenden Teilchen des Ausbreitungsmediums als Schallschnelle bezeichnet.
- **Schalldruck (Schallwechseldruck) p** ist die durch den Schall hervorgerufene Druckschwankung.

  Der Schalldruck ist die physikalische Größe, die

  – bei den meisten Lebewesen vom Gehör registriert wird;

  – mit einem Mikrophon ermittelt werden kann.

  Für eine in x-Richtung fortschreitende harmonische Schallwelle gilt:

  $$p(t) = p_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$$

  p(t) … Schalldruck; [p] = Pa   x … Abstand; [x] = m
  ω … Winkelgeschwindigkeit; [ω] = s–1   t … Zeit; [t] = s
  $p_0$ … max. Schalldruck; [$p_0$] = Pa   k … Wellenzahl; [k] = m–1

  Es gilt: Die Schallintensität ist proportional zum Quadrat des Schalldrucks: $I \sim p^2$

| Schallgeschwindigkeit c | in m/s |
|---|---|
| Eisen | 5170 |
| Wasser | 1464 |
| Helium bei 27 °C | 1017 |
| Luft bei 0 °C | 331 |
| Luft bei 20 °C | 344 |

**Tab. 69.2**

**Abb. 69.1** *Schallpegelmessgerät*

Abb. 70.1 *A. GRAHAM BELL*

- **Schallpegel:** Die im Alltag vorkommenden Schallleistungen **(Tabelle 70.1)** und Schallintensitäten können sehr unterschiedlich sein. Die vom Ohr wahrgenommenen Zahlenwerte der Schallintensitäten überstreichen einen Bereich von mehr als 12 Größenordnungen ($10^{-12}$ W/m² bis 1 W/m²). Betrachtet man bei solchen Zahlen nur die Zehnerpotenz, hat man schneller den Überblick. Dazu führt man den Logarithmus ein. Daher erhält man für den **Schallpegel** L die logarithmische Beziehung:

  $$\mathbf{L = 10 \cdot lg \frac{I}{I_0}}$$ L … Schallintensitätspegel; [L] = dB

  (L von engl. "level" = „Pegel“)

  I … Schallintensität; [I] = W/m²

  $I_0$ … Bezugsschallintensität ($I_0 = 10^{-12}$ W/m)

  (Die Bezugsschallintensität von $I_0 = 10^{-12}$ W/m² wird so klein gewählt, um negative Schallpegel zu vermeiden.)

  Die Einheit **Dezibel (dB)** – benannt nach A. Graham **Bell**[1] – ist üblich für logarithmische Verhältnisse (siehe *Ergänzung & Ausblick,* **Seite 71**).

  Da die Schallintensität proportional zum Quadrat des Schalldrucks ist ($I \sim p^2$), kann ein **Schalldruckpegel L** *(sound pressure level, SPL)* mit

  $$\mathbf{L = 10 \cdot lg \frac{p^2}{p_0^2} = 20 \cdot lg \frac{p}{p_0}}$$ [L] = dB

  angeschrieben werden. $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m² heißt Bezugsschalldruck.

## Ergänzung & Ausblick

### Vom Schall zum Klang

Beispiele für Frequenzspektren

Amplitude
Frequenz

Abb. 70.2 *Diskretes Spektrum eines Sinustones*

- **Ton:** Ein **reiner Ton** kann mit einem **Sinusgenerator** und einem Lautsprecher erzeugt werden. Er besteht aus einer Sinuswelle mit einer einzigen Frequenz, die die **Tonhöhe** *(pitch)* festlegt.

Amplitude
Frequenz

Abb. 70.4 *Kontinuierliches Spektrum eines Geräuschs*

- **Geräusch:** In der Praxis ist jedem „Ton“ noch ein Rauschton überlagert. Nimmt dieser Rauschton überhand und sind die Dichteschwankungen aperiodisch, spricht man vom Geräusch. Ist das Geräusch kurz und laut, spricht man vom **Knall**.

1
0,5
0
Mittelwert
0
5
10
Frequenz in kHz

Abb. 70.3 *Spektrum von weißem Rauschen*

- **Rauschen:** Die Amplituden für alle Frequenzen sind beim **"weißen Rauschen"** über das Spektrum gleich. Beim **"rosa Rauschen"** ist eine Tonhöhe noch erkennbar.

Amplitude
Frequenz

Abb. 70.5 *Diskretes Spektrum eines reinen Klangs*

- **Der reine Klang:** Die gehörte Tonhöhe entspricht dem tiefsten Ton (Grundton). Das Frequenzspektrum zeigt nur ganzzahlige Vielfache der Grundfrequenz.

  **Der Klang** eines Instruments ist noch abhängig von vielen anderen Bedingungen, z. B. vom Aufbau des Resonanzkörpers oder vom Ein- und Ausschwingverhalten der einzelnen Töne (Zupfen, Streichen, …). Das Frequenzspektrum eines Klangs hat eine zeitliche Dynamik.

[1] ALEXANDER GRAHAM BELL (1847 Edinburgh –1922 Baddeck, Nova Scotia), Erfinder des Telefons. Als Taubstummenlehrer beschäftigte er sich nicht nur mit der Physiologie der Stimme, sondern auch mit der Umwandlung von Schwingungen in elektrische Signale.

## Ergänzung & Ausblick

**Pegel:** In der Technik wird der Begriff Pegel häufig dann verwendet, wenn Größen miteinander zu vergleichen sind, deren Größenordnungen sich stark unterscheiden. Der Logarithmus des Verhältnisses ergibt dann eine leichter handhabbare **dimensionslose** Zahl. Die Einheit Bel bzw. **dB** wird als Kennzeichen für logarithmische Verhältnisse verwendet (1 Dezibel = 1 dB = 0,1Bel).
In der **Elektronik** wird die Verstärkung oder Dämpfung (das Verhältnis zweier Spannungen) oft als Pegel angegeben. Beispiel für Verstärkung:

$$\frac{U_A}{U_E} = 1\,000 \rightarrow 20 \cdot \lg \frac{U_A}{U_E} = 60 \text{ dB}$$

Bei **Dämpfung** ergeben sich negative dB-Werte!

## Merk & Würdig

- **Schallintensität I:**

  $$I = \frac{P}{A}$$

  I … Schallintensität; [I] = W/m²
  P … Schallleistung; [P] = W;
  A … Fläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung; [A] = m²

- **Schallpegel L**

  **Schallintensitätspegel:**

  $$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$$

  **Schalldruckpegel:**

  $$L = 20 \cdot \lg \frac{p}{p_0}$$

  L … Schallpegel; [L] = dB
  $I_0$ … Bezugsschallintensität ($I_0 = 10^{-12}$ W/m)
  $p_0$ … Bezugsschalldruck ($p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ N/m²)

- Verdoppelung der Intensität → Erhöhung des Pegels um 3dB!

## Beispiel 4.1

**Hauptsprachbereich:** Ein Gespräch spielt sich bei 55 dB ab. Welcher Schallintensität entspricht dies?

$$L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{L}{10} = \lg \frac{I}{I_0}$$

Entlogarithmieren ergibt:

$$10^{\frac{L}{10}} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}} = 10^{-12}\text{ W/m}^2 \cdot 10^{\frac{55}{10}} = 0{,}32 \cdot 10^{-6}\text{ W/m}^2$$

Die Schallintensität beträgt 0,32μW/m².

## Beispiel 4.2

Wie verändert sich der Schallpegel, wenn zu einer Trompete (55 dB) eine zweite „gleich laute" angeblasen wird?

Der Pegel wird **nicht verdoppelt**! Zwei Trompeten erzeugen einen Schallpegel mit **doppelter Intensität**:

$$L = 10 \cdot \lg \frac{2I}{I_0} \qquad \Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta L = 10 \cdot \lg \frac{2I}{I_0} - 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} = 10 \left( \lg 2 + \lg \frac{I}{I_0} - \lg \frac{I}{I_0} \right) = 10 \lg 2 = \mathbf{3dB}$$

**Beachte:**

- **Intensitäten können addiert** werden. Dabei wird aber nicht der Pegel addiert!
  Logarithmisches Rechengesetz: log(a · b) = log(a) + log(b)
- Einer **Verdoppelung** der Intensitäten entspricht eine Erhöhung des Pegels um **3dB**!

Abb. 71.1

## Beispiel 4.3

Ein **Lärmschutzfenster** lässt 10 % der Schallenergie durch. Um wie viel dB verringert sich der Schallpegel, wenn eine Lärmbelästigung mit einem Pegel von 85 dB angenommen wird?

Die Intensität auf der Innenseite des Fensters beträgt: $I_I = I_A \cdot 0{,}1$

$$\Delta L = 10 \cdot \lg \frac{I_A \cdot 0{,}1}{I_0} - 10 \cdot \lg \frac{I_A}{I_0} = 10 \left( \lg 0{,}1 + \lg \frac{I_A}{I_0} - \lg \frac{I_A}{I_0} \right) = 10 \lg 0{,}1 = \mathbf{-10dB}$$

Der Schallpegel verringert sich um 10 dB auf **75 dB**.

## Übungen

Überprüfe deine Kentnisse zum Thema Schallpegel, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 4.1** Eine **Schiedsrichterpfeife** verursacht in 25 cm Entfernung einen Schallpegel von 108 dB. Welcher Schallintensität entspricht dies?

**Ü 4.2** **Verkehrslärm:** Wie ändert sich der Schallpegel, wenn statt eines Autos (60 dB) 64 gleich starke Lärmquellen (Autos) die Lärmintensität vervielfachen?

**Ü 4.3** Eine **Fräse** erreicht einen Schallpegel von 92 dB. Welchen Wert erreicht der Schallpegel, wenn im gleichen Abstand drei weitere gleiche Maschinen in Betrieb gehen?

**Ü 4.4** **Hochtourig:** Wie verändert sich die Schallintensität, wenn bei einem Motor die Drehzahl von 2 000 U/min auf 4 000 U/min erhöht wird und dabei der Schallpegel um 8 dB ansteigt?

**Ü 4.5** Eine **Lärmschutzwand** absorbiert (bzw. reflektiert) 95 % der Schallintensität. Um wie viel dB verringert die Wand den Schallpegel, wenn eine Lärmbelästigung von 95 dB vorliegt?

**Ü 4.6** **Teste dich selbst!** Wenn du alle Punkte erreichst, dann weißt du über das Thema Schallfeld sehr gut Bescheid!

**a)** Welche Sätze beschreiben die Zusammenhänge richtig?
- ☐ Der Schallpegel ist ein logarithmisches Verhältnis.
- ☐ Eine Verdoppelung des Schalldrucks bedeutet eine Erhöhung des Pegels um 6 dB.
- ☐ Eine Dämpfung äußert sich durch eine negative Schallintensität.
- ☐ Unter Schallschnelle versteht man die Schallgeschwindigkeit.

**b)** Eine Schallwelle ist eine
- ☐ mechanische Welle
- ☐ Longitudinalwelle (in Luft)
- ☐ sich ausbreitende Dichteschwankung
- ☐ Druckwelle

**c)** Ein Schallfilter einer Lüftung absorbiert 50 % der Schallintensität. Wie stark reduziert sich der Schallpegel? Schätze ab:

☐ –10 dB ☐ 3 dB ☐ 5 dB ☐ –3 dB

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung im Lösungsteil.**

**Abb. 72.1** *Ist der Schallpegel von 64 Autos wirklich 64-mal so groß, wie von einem Auto? (Zu **Ü 4.2**)*



**Abb. 72.2** ***Kugelcharakteristik*** *einer Schallquelle: Die Flächen gleicher Schallintensität sind kugelförmig, wie Zwiebelschalen, angeordnet.*

## 4.2 Schall und Entfernung

Die Schallintensität (bzw. der Schallpegel) nimmt mit der Entfernung ab. Die Entfernungsabhängigkeit hat zwei Gründe:

- Schall, der sich im Raum ausbreitet, muss ein immer größeres Raumgebiet ausfüllen (bei Kugelcharakteristik der Ausbreitung gilt die **$1/r^2$-Abhängigkeit** der Intensität).
- Schallenergie wird bei der Ausbreitung exponentiell **gedämpft**.

### 4.2.1 Abstandsgesetz („$1/r^2$-Abhängigkeit")

Wenn sich der Schall ausbreitet, dann muss die Schallenergie ein zunehmend größer werdendes Raumgebiet ausfüllen. Schalldruck und Schallintensität nehmen dabei entsprechend ab. Ist die Schallquelle ein **Kugelstrahler** (Abb. 72.2), dann beträgt das Verhältnis der Intensitäten an Orten mit der Entfernung $r_1$ bzw. $r_2$:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \textbf{ oder } I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

Die Schallintensitäten verhalten sich umgekehrt zum Quadrat ihrer Abstände. Betrachtet man $I_1$ und $r_1$ als konstante Anfangswerte, dann ist ersichtlich, dass die Schallintensität mit dem Quadrat des Abstands von der Schallquelle abnimmt:

$\mathbf{I \sim 1/r^2}$

**Ergänzung & Ausblick**

- Hinweis auf das Gravitationsgesetz:
  Das $1/r^2$-Gesetze für Schall ist ähnlich aufgebaut wie das Newton´sche **Gravitationsgesetz**.

  $$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

  Dies lässt auf ähnliche physikalische Hintergründe schließen. Tatsächlich beruhte die Überlegung von Newton auf einem rein geometrischen Grund: der Kugelcharakteristik des Gravitationsfelds! (Vergleiche auch mit dem **Coulomb-Gesetz!**)

- **Kugel-Charakteristik:**
  In vielen Fällen haben Schallquellen nicht einmal annähernd eine Kugelcharakteristik, dann gilt der "$1/r^2$-Zusammenhang" **nicht**! Lautsprecher mit Schalltrichter haben eine Richt- oder Keulencharakteristik.

**Abb. 73.1** ***Nierencharakteristik*** *eines Lautsprechers*

## 4.2.2 Dämpfungsgesetz (exponentieller Abfall)

Die Schallintensität I nimmt nicht nur aus geometrischen Gründen im Verlauf der Ausbreitung ab, sondern **zusätzlich** wegen der **Dämpfung** im Ausbreitungsmedium. Schallenergie wird im Lauf der Zeit bzw. des Wegs in Form von Wärme an das Ausbreitungsmedium abgegeben. Die Intensität der Schallwelle zeigt eine exponentielle Abnahme im Verlauf des Wegs[1]:

$$\mathbf{I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}}$$

$I_0$ … Intensität am Ort $x = 0$; $[I_0] = W/m^2$
$x$ … Weg; $[x] = m$
$\mu$ … Dämpfungskoeffizient; $[\mu] = m^{-1}$

Die Stärke der Dämpfung

- ist abhängig von der Art des Mediums
- ist **frequenzabhängig**.

Dies wird durch den **Dämpfungskoeffizienten μ** charakterisiert. In Luft werden hohe Frequenzen stärker gedämpft **(Tabelle 73.1)**. Bei **schalldämmenden Materialien** ist die Schallabsorption umso höher, je feiner die Porosität, also je höher die innere Oberfläche ist.

**Dämpfungskoeffizient:** Gut schalldämpfende Materialien mit hohem Dämpfungskoeffizienten μ haben auch eine gute **Wärme** dämmende Wirkung. Dies ist etwa in der Bauphysik z. B. bei 3fach-Isolierglasfenstern von Bedeutung.



**Abb. 73.2** ***Schallfeld:*** *Im Fernfeld ist die „$1/r^2$-Abhängigkeit" zu erkennen. Zusätzlich schwächt die Dämpfung die Schallintensität ab.*

| Frequenz in Hz | μ in 1/m |
|---|---|
| 63 | $0{,}27 \cdot 10^{-4}$ |
| 250 | $0{,}80 \cdot 10^{-4}$ |
| 2 000 | $11{,}1 \cdot 10^{-4}$ |
| 8 000 | $86{,}3 \cdot 10^{-4}$ |

**Tab. 73.1** ***Dämpfungskoeffizient*** *μ für Absorption in* ***Luft***

**Beispiel 4.4**

**Schalldämmung in Mineralwolle**

Mineralwolle mit einer Stärke von 75 mm absorbiert 98 % der Schalleistung bei 5 000 Hz. Wie groß ist der Dämpfungskoeffizient bei dieser Frequenz?

Der durchgelassene Anteil (2 %) der Intensität beträgt: $I = 0{,}02 \cdot I_0$.

$$\mathbf{I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}} \Rightarrow \mathbf{e^{-\mu \cdot x}} = \frac{0{,}02\, I_0}{I_0} = 0{,}02$$

$$\Rightarrow -\mu x = \ln 0{,}02 \Rightarrow \boldsymbol{\mu = 0{,}052\ m^{-1}}$$



**Abb. 73.3** *zu Beispiel 4.5*

[1] Analog zeigt die gedämpfte **Schwingung** einen exponentiell abnehmenden Zeitverlauf.

## Merk & Würdig

- **Abstandsgesetz ($1/r^2$-Abhängigkeit):**

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^{\,2}}{r_1^{\,2}}$$

- **Dämpfungsgesetz (exponentieller Abfall)**

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

$I$ … Schallintensität; $[I] = W/m^2$
$r_1; r_2$ … Abstände von der Schallquelle; $[r] = m$
$I_0$ … Intensität am Ort $x = 0$; $[I_0] = W/m^2$
$x$ … Weg; $[x] = m$
$\mu$ … Dämpfungskoeffizient; $[\mu] = m^{-1}$

**Beachte:** $I_0$ im Dämpfungsgesetz darf nicht mit $I_0$ für die Bezugsschallintensität im Gesetz für den Schallpegel verwechselt werden!

Abb. 74.1 *Schwertwal*



**Abb. 74.2** *Tonspur (unten) und Frequenzverlauf (oben) eines „singenden" Blauwals.*

## Beispiel 4.5

**Gewitter**

In 5 000 m Entfernung vom Gewitterblitz ist das **Donnern** noch mit einem Schallpegel von 60 dB hörbar. Welche Abnahme des Schallpegels pro 100 m Entfernung wirkt in dieser Entfernung stärker, (1) die $1/r^2$-Abhängigkeit oder (2) die exponentielle durch Dämpfung? (Annahme der Frequenz: 2 000 Hz)

Berechnung der Intensität: Es gilt $L = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0}$ Umstellen und Entlogarithmieren ergibt:

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}} = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2} \cdot 10^{\frac{60}{10}} = 1 \cdot 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

**(1) $1/r^2$-Abhängigkeit:**

$$I_2 = I_1 \cdot \frac{r_1^{\,2}}{r_2^{\,2}} = 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}\left(\frac{5\,000\text{ m}}{5\,100\text{ m}}\right)^2 = 0{,}961 \cdot 10^{-6}\,\frac{W}{m^2}$$

Der Schallpegel ergibt sich mit

$$L_{(1)} = 10 \cdot \lg \frac{I_2}{I_0} = 10 \lg \frac{0{,}961 \cdot 10^{-6}\text{ W/m}^2}{10^{-12}\text{ W/m}^2} = 59{,}8\text{ dB}$$

Die Abnahme des Schallpegels liegt bei **0,2dB pro 100 m**.

**(2) Abnahme durch Dämpfung:** $\mu$ aus Tabelle 73.1

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} = 10^{-6}\text{ W/m}^2 \cdot e^{-11{,}1 \cdot 10^{-4}\,m^{-1} \cdot 100\,m} = 0{,}895 \cdot 10^{-6}\text{ W/m}^2$$

Der Schallpegel ergibt sich mit

$$L_{(2)} = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{0{,}895 \cdot 10^{-6}\text{ W/m}^2}{10^{-12}\text{ W/m}^2} = 59{,}52\text{ dB}$$

Die Abnahme des Schallpegels aufgrund dieser exponentiellen Abhängigkeit liegt bei **0,48 dB pro 100 m**. Der Effekt der **Dämpfung (2)** wirkt **stärker**!

**Hinweis:** Hohe Frequenzen werden **(Tabelle 73.1)** weitaus stärker gedämpft, daher klingt das Donnergrollen in größerer Entfernung zum Gewitterblitz tiefer.

## Beispiel 4.6

**Wale** und Delphine können im Wasser vor allem bei niederen Frequenzen über besonders weite Strecken kommunizieren.

Ursache: Die Dämpfung mit ca. $10^{-7}\,m^{-1}$ ist sehr klein. Auf wie viel Prozent sinkt die Schallintensität über eine Entfernung von 20 km ab?

Annahmen: Geradlinige Ausbreitung ohne Reflexionen. Die Abnahme durch das $1/r^2$-Abstandsgesetz ist bei solchen Entfernungen und Frequenzen vernachlässigbar!

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = e^{10^{-7}\,m^{-1} \cdot 20\,000\,m} = \mathbf{0{,}998}$$

Die Schallintensität sinkt auf **99,8 %** ab, nur 0,2 % wurden auf 20 km absorbiert.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Schallausbreitung, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 4.7** Eine **Aktivbox** erzeugt Schall mit einer Intensität von $8 \cdot 10^{-2}$ W/m² (2 m von der Box entfernt). Auf welchen Wert ändert sich die Intensität, wenn man sich von diesem Ort um einen Meter weiter von der Box entfernt? (Kugelcharakteristik des Lautsprechers sei vorausgesetzt, Dämpfung vernachlässigbar.)

**Ü 4.8** **Weniger Lärm:** Um welchen Wert nimmt der Schallpegel ab, wenn man den Abstand zu einer Lärmquelle verdoppelt? (Kugelcharakteristik, keine Dämpfung)

**Ü 4.9** Eine **Isoliermatte** aus Mineralwolle ist 5 cm stark und hat bei 5 000 Hz einen Dämpfungskoeffizienten von 50 $m^{-1}$.

**a)** Wie viel Schallenergie wird absorbiert und wie viel wird durchgelassen (in %)?

**b)** Auf wie viel dB wird ein Schallpegel von 95 dB durch die Matte verringert?

**Ü 4.10** **Walgesang:** Im Wasser werden die tiefen Töne der Säugetiere nur schwach gedämpft. Berechne die Entfernung, in der die Schallintensität noch 95 % der Intensität des Ursprungsorts hat, bei einem Dämpfungskoeffizienten von $10^{-7} \cdot m^{-1}$. (Rechnung ohne "$1/r^2$-Abhängigkeit".)

## 4.3 Lautstärke *(loudness)*

Lautstärke ist keine physikalische Messgröße im naturwissenschaftlichen Sinn. Der Begriff Lautstärke drückt das aus, was vom Menschen durch den **Gehörsinn** laut oder leise **empfunden** wird. Man nennt solche Größen, die man „fühlt", **physiologische Größen**.

Die **Empfindung** von Schall, Licht, Temperatur usw. wird durch das

**Weber-Fechner'sche Gesetz**[1] beschrieben: $E = \text{konst} \cdot \ln \frac{R}{R_0}$

Es drückt den Zusammenhang zwischen den von den Sinnesorganen (Augen, Ohren, Tastsinn …) aufgenommenen relativen Reizen $R/R_0$ und deren Empfindungsintensität E aus.

- Der **Lautstärkepegel:**

  Durch medizinische Reihenuntersuchungen können Daten für das „menschliche Normohr" **(Abb. 75.1)** ermittelt werden.

  Man stellt fest, dass

  – die Lautstärke abhängig von der Frequenz ist. Man hört nicht alle Tonfrequenzen gleich gut. Am empfindlichsten ist das menschliche Ohr im Frequenzbereich von 2 000 bis 5 000 Hz.

  – für die empfundene Lautstärke die logarithmischen Zusammenhänge des Weber-Fechner´schen Gesetzes gelten. Somit kann der Schallpegel **(Seite 71, „Merk & Würdig")** normiert bei 1 000 Hz auch für den **Lautstärkepegel** angewendet werden.

  – ein Pegel von 130 dB bei 1 kHz das Ohr überfordert (Schmerzempfindung).

- Die **Hörschwelle** ist jener Schalldruck, der gerade noch eine Hörempfindung auslöst. Ohne Hörschwelle würde man die Intensität der eigenen Körpergeräusche, wie das Rauschen des Blutes als störend vernehmen.

- **Einheit des Lautstärkepegels:** Die schallphysiologische Einheit der "Lautstärke" ist das **Phon**.



**Abb. 75.1** ***Kurven mit gleichem Lautstärkepegel:*** *Am Beispiel der 40-Phon-Kurve (rot) kann man ablesen, dass bei 20 Hz ein Schallpegel von 100 dB notwendig ist. Dort hat man den gleichen Lautstärkeeindruck wie bei 1 000 Hz. Bei 1 000 Hz ist aber lediglich ein Schallpegel von 40 dB erforderlich.*

**Abb. 75.2** *GUSTAV T. FECHNER*

[1] ERNST H. WEBER (1795 Wittenberg – 1878 Leipzig), Professor für Anatomie und Physiologie. Er war Mitbegründer der modernen Physiologie, insbesondere der Sinnesphysiologie und Psychophysik.
GUSTAV T. FECHNER (1801 bei Muskau (D) – 1887 Leipzig). Trotz bestandenem medizinischem Examen verdiente er seinen Lebensunterhalt durch Arbeiten an der Übersetzung und Bearbeitung von Lehrbüchern der Physik und Chemie.

Abb. 76.1 *Filterkurve A, den negativen Werten auf der Ordinale entspricht eine Dämpfung.*

- **Bewerteter Schallpegel:** Das frequenzabhängige Gehörempfinden sollte in Messgeräten, die im Einsatz der "Lautstärkemessung" sind, beachtet werden. Dazu werden in Schallpegelmessgeräten verschiedene Frequenzen verschieden bewertet. Möglich wird dies, wenn man Filter (z.B. Filter mit der Filterkurve A[1]) in **Abb. 76.1**) in den Messprozess zwischenschaltet **(Abb. 76.2)**. Der Filter dämpft vor allem niedrige Frequenzen. Man spricht dann vom „**Bewerteten Schalldruckpegel dB(A)**".

  **Hinweis:** Am Zulassungsschein eines Kraftfahrzeugs wird der vorgeschriebene "Bewertete Pegel in dB(A)" bei einer bestimmten Motordrehzahl eingetragen.

**Abb. 76.2** *Blockschaltbild Schallpegelmesser, man erkennt den dazwischen geschalteten Bewertungsfilter mit der A-Kurve.*

| Schallpegel in Dezibel (A) | |
|---|---|
| 150 | Pistole |
| 130 | Düsenflugzeug |
| 120-130 | Schmerzschwelle |
| 120 | Rockkonzert |
| 110 | Presslufthammer/Disco |
| 100 | Kreissäge |
| 90 | Schlagbohrmaschine |
| 80 | LKW |
| 70 | PKW |
| 60 | Gespräch |
| 25 | Blätterrauschen |

**Abb. 76.3** ***Bewerter Schallpegel***

- **Was ist Lärm?** Unter Lärm wird jede Art von Schall verstanden, der als lästig, störend oder gar schmerzhaft empfunden wird. Die Auswirkung von Lärm auf den Menschen ist nicht nur von der Frequenzzusammensetzung und dem Pegel abhängig. Ein Schallereignis wird zuweilen auch dann als lästig empfunden werden, wenn es sehr leise ist und nur geringfügig aus dem Grundpegel herausragt: So kann auch der sprichwörtliche „tropfende Wasserhahn" zur Tortur werden. Mit objektiven Messverfahren ist Lärm durch den "**bewerteten Schallpegel in dB(A)**" erfassbar – der **subjektiv empfundene** Lärm bleibt unmessbar!

### Beispiel 4.7

**Lüftermotor**

Welcher Schallpegel ist für einen Lüftermotor bei 60 Hz zulässig, wenn ein Lautstärkepegel von 40 Phon erreicht werden soll?

Die Antwort ist der Kurve in **Abb. 75.1** zu entnehmen: Bei 60 Hz ist noch etwa 60 dB Schallpegel zulässig.

**Lärm und Resonanz:** Eine Reduktion der Lärmbelästigung kann in bestimmten Fällen erreicht werden, wenn man nur gewisse Frequenzbereiche dämpft. Beispielsweise kann ein geeignet montierter Gummiabsorber Resonanzschwingungen bei Motoren verringern.

**Abb. 76.4** *Dieses Icon fordert auf, einen Gehörschutz zu tragen!*

- **Lärmschutzmaßnahmen**

  **Passiver Schallschutz:**

  – Lärmschutzwände und

– Lärmschutzbauten absorbieren und reflektieren den Lärm **(Abb. 76.5)**.

  – Trittschalldämmung verringert die Ausbreitung von Körperschall; Lärm absorbierende Deckenelemente verringern Reflexionen; der Raum wird hallärmer.

  – Einbau von Schallschutzfenstern.

  – Gehörschutz **(Abb. 76.4)**

  **Aktiver Schallschutz:**

  – Verringerung des Lärms beim Verursacher (z. B. durch Kapselung von Motoren und Einsatz von Schalldämpfern).

  – Verkehrsberuhigung, Reduktion der Durchschnittsgeschwindigkeit.

**Abb. 76.5** *Kurven gleicher „Lautstärke" (im 5dB-Abstand) ohne und mit Lärmschutzwand*

[1] Andere Filterkurven (B, C, D) sind für höhere Lautstärken vorgesehen. In der Praxis wird meist die A-Filterkurve verwendet.

## Thema & Gesellschaft

**Lärm** *(noise)*

**Stichwort: Lärm am Arbeitsplatz**

- Lärm erhöht das Unfallrisiko!
- Lärm am Arbeitsplatz verringert die Produktivität, Lärm fördert Fehlleistungen.
- Schwerhörigkeit ist die häufigste Berufskrankheit in Österreich (bei Männern)!

**Stichwort Lärm im Alltag**

In europäischen Großstädten liefern Untersuchungen regelmäßig das gleiche Ergebnis: Die Bevölkerung fühlt sich belästigt, durch Lärm, Luftverschmutzung und Hundekot; die Reihenfolge dieser Spitzenreiter variiert von Stadt zu Stadt. Und diese Unzufriedenheit hat Geschichte: Schon Julius Cäsar verbot alle „Räderfahrzeuge" innerhalb der Stadtgrenzen Roms – allerdings nur zeitweise! Diese Unzufriedenheit beruht darauf, dass **man zwar wegschauen kann, aber nicht weghören**.

**Stichwort Lärm als Stressfaktor**

Vermutlich entstammen das Wort „Lärm" und das Wort „Alarm" aus dem mittelfranzösischen Wort „alarme" (Zu den Waffen!).

Lärm löst im menschlichen Körper Alarm aus!

Schallereignisse emotionalisieren und bewirken eine Stressreaktion.

Elektrische Reize im Symphatikus (Teil des vegetativen Nervensystems) verstärkt durch chemische Botenstoffe (Adrenalin ist bekannt) bringen den Körper zu einer erhöhten Leistungsbereitschaft:

- Puls und Blutdruck steigen
- Muskeltonus wird erhöht
- Reaktionszeit wird verbessert
- Blutverteilung wird geändert (mehr zu den Extremitäten, weniger zum Gehirn!)
- Verdauung wird gedrosselt

Die Alarmreaktion (Stressreaktion), die im menschlichen Körper abläuft, ist eine wichtige Überlebensreaktion. Eindeutig nachweisbar sind aber Gesundheitsschäden, wenn Stress zum Dauerstress wird. Sie reichen von Schlafstörungen über Kopfschmerzen bis zu Magen- und Darmproblemen. Sie treten dann auf, wenn Stress zum Alltagsstress wird, zum Berufs- und Urlaubsstress, zum Schul- und Freizeitstress …

## Merk & Würdig

- **Der Schallpegel L** ist das zehnfache logarithmische Verhältnis zweier Schallintensitäten.
- Der **Schallpegel L** ist eine messtechnische Größe und frequenzunabhängig mit der Einheit **dB**.
- Objektiv wird das frequenzabhängige Lautstärkeempfinden durch den **„Bewerteten Schallpegel in dB(A)"** erfasst.
- Der **Lautstärkepegel** (gemessen in **Phon**) ist eine **physiologische** Größe.

Abb. 77.1

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Lärm, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 4.11** Welchem Schalldruckpegel und welche Schallintensität entspricht ein Lautstärkepegel von 60 Phon bei 30 Hz?

**Ü 4.12** Ergänze den **Lückentext:** "Lautstärke ist abhängig von der ________________ . Am empfindlichsten ist das Ohr im Bereich von ________________ bis ________________ . Objektiv wird Lärm durch den ________________ Schallpegel in ________________ erfasst. Schallpegel-Messgeräte benötigen für eine frequenzabhängige Anzeige des Pegels einen ________________. Verkehrslärm kann aktiv und ________________ reduziert werden. Lärmschutzwände absorbieren und ________________ den Verkehrlärm. ________________ ist die häufigste Berufskrankheit in Österreich. Durch Lärm können akustische Warnhinweise überhört werden. Dadurch erhöht sich die ________________. Lärm bewirkt im menschlichen Körper ________________.

**Ü 4.13** Lies den **englischsprachigen Text** in der Außenspalte und beantworte danach folgende Fragen:

**a)** Was misst ein "sound-level" meter?

- ☐ Schallfrequenzen
- ☐ Schallpegel
- ☐ Phon
- ☐ Lautstärke

**b)** Wenn man länger als 40 Stunden einem Schallpegel von 90 dB ausgeliefert ist, führt das zu:

- ☐ Es kommt auf die Frequenz an
- ☐ Schmerz
- ☐ Gehörnervenschaden
- ☐ Gehörschäden

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung siehe Lösungsteil.**

Zu **Ü 4.13**:
*"Noise is any sound we do not like. Loud noise can do permanent damage to your hearing. Stereo headphones often have dangerous noise levels over 100 dB. 90 dB over a duration of 40 hours a week hearing damage is possible. Once damaged by noise, your ears cannot be mended. The nerves in your cochlea are dead. Workers in noisy factories must wear ear protectors to muffle the noise. Noise levels are measured in decibels (dB), using a sound-level meter"*

## 4.4 Akustischer Doppler-Effekt *(acoustic Doppler Effect)*

Bei der Übertragung eines Formel-I-Rennens hört man, dass sich die Tonhöhe der am Mikrofon vorbeifahrenden Rennboliden verändert. Auch beim Vorbeifahren an einer stehenden Schallquelle kann man ein ähnliches Phänomen beobachten.
In beiden Fällen bleibt aber die Frequenz der Schallquelle konstant! Wir betrachten diese beiden Fälle des Doppler-Effekts[1] unter der Voraussetzung, dass sich das Ausbreitungsmedium (z. B. Luft) nicht bewegt:

**Abb. 78.1**

### 1. Fall:

**Bewegte Beobachterin und ruhende Schallquelle**

**Abb. 78.2** *Susanne bewegt sich auf die* ***ruhende Schallquelle*** *zu.*

Bewegt sich Susanne mit $v_B$ auf die Schallquelle zu, dann kommt die Wellenfront mit der Geschwindigkeit $c + v_B$ auf sie zu.

Für die Frequenz $f_B$, die Susanne registriert, gilt:

$$f_B = \frac{c + v_B}{\lambda}$$

Wird die Wellenlänge $\lambda = \frac{c}{f_Q}$ eingesetzt, dann ergibt sich für die Beobachterfrequenz:

$$f_B = f_Q \frac{c + v_B}{\lambda} = f_Q \cdot \left(1 + \frac{v_B}{c}\right)$$

- Nähert sich Susanne der Quelle ($v_B > 0$), dann vernimmt sie eine Frequenzerhöhung.
- Die Überlegungen gelten auch, wenn sich Susanne vom Sender entfernt. Dann wird $v_B$ negativ eingesetzt, und sie registriert eine Frequenzerniedrigung.

### 2. Fall:

**Ruhender Beobachter und bewegte Quelle**

**Abb. 78.3** *Eine* ***Schallquelle bewegt*** *sich auf Christian zu.*

In der Zeit T, der Periodendauer der Schallquelle, bewegt sich die Quelle um die Strecke $s = v_Q T$ auf Christian zu. Der Abstand zwischen den Wellenfronten wird verkürzt auf $\lambda_B = \lambda - v_Q T$.

Mit $f = \frac{1}{T}$ erhält man für die Wellelänge:

Die Beobachterfrequenz $f_B$ ermittelt sich mit: $\lambda_B = \lambda - v_Q \frac{1}{f_Q}$

$$f_B = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda - \frac{v_Q}{f_Q}} = f_Q \cdot \left(\frac{c}{c - v_Q}\right) = f_Q \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}$$

- Christian nimmt bei Annäherung der Schallquelle ($v_Q > 0$) eine Frequenzerhöhung wahr.
- Entfernt sich die Schallquelle von Christian ($v_Q < 0$), dann registriert er eine Erniedrigung der Frequenz.

**Abb. 78.4** *DOPPLER*

[1] DOPPLER, CHRISTIAN (1803 Salzburg – 1853 Venedig), Mathematiker und Physiker. Nach Lehrtätigkeit in Prag, Chemnitz und Wien 1850 Univ.-Prof. für Experimentalphysik in Wien sowie Begründer und Leiter des Physikalischen Inst. der Univ. Wien. Er entdeckte den nach ihm benannten „Doppler-Effekt" in der Akustik und sagte ihn für die Optik voraus. (Der optische Doppler-Effekt kann mit Hilfe der Relativitätstheorie von A. Einstein berechnet werden.) Wichtigstes Werk: „Über das farbige Licht der Doppelsterne und einiger anderer Gestirne des Himmels" (1842). Damit zeigte er den Weg zur Bestimmung der Geschwindigkeit von Sternen.

## Beispiel 4.8

Eine **Sirene** heult mit 440 Hz. Welche Frequenz hört ein Radfahrer, der sich mit 30 km/h nähert? (Lufttemperatur.: 0 °C)

Formelzusammenhang: „Ruhende Schallquelle", die Schallgeschwindigkeit wird aus **Tabelle 69.2** eingesetzt.

$$f_B = f_Q \cdot \left(1 + \frac{v_B}{c}\right) = 440\,\text{Hz} \cdot \left(1 + \frac{8{,}33\,\text{m/s}}{331\,\text{m/s}}\right) = \mathbf{451\,Hz}$$

Abb. 79.1 *Sirene*

## Beispiel 4.9[1)]

**Formel-I**

Das Geräusch eines an einem Mikrophon vorbeifahrenden Formel-I-Boliden wird schlagartig um eine Oktave tiefer vernommen. Gesucht ist die Geschwindigkeit des Fahrzeugs. (c = 340 m/s)

Formelzusammenhang: „Bewegte Quelle"

Annäherung: $f_{B1} = f_Q \dfrac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}$, Entfernung: $f_{B2} = f_Q \dfrac{1}{1 + \frac{v_Q}{c}}$

Frequenzen bei Annäherung und Entfernung wird als Verhältnis angesetzt. Das Verhältnis einer Oktave beträgt: $f_{B1} : f_{B2} = 2 : 1$. Die Berechnung des Doppelbruchs ergibt:

$$\frac{f_{B1}}{f_{B2}} = \frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{c + v}{c - v} = 2 : 1 \Rightarrow c + v = 2\,(c - v) \Rightarrow v = c/3 = \mathbf{113\,m/s}$$

Der Rennwagen fährt mit **408 km/h** am Mikrofon vorbei.

Piezokeramischer Wandler (Sender/Empfänger)

Flüssigkeit oder Gas

**Abb. 79.2** *Bei der **Ultraschall-Durchflussmessung** erzeugt ein piezokeramischer Wandler Ultraschallwellen. Aus dem reflektierten Signal kann die Geschwindigkeit der Strömung ermittelt werden.*[1)]

Die **technische Anwendung** des akustischen Doppler-Effekts liegt vor allem in der Geschwindigkeitsmessung. Beispielsweise ist in Kombination mit Ultraschall die Messung von Strömungsgeschwindigkeiten möglich **(Abb. 79.2)**. Die Ultraschallwellen reflektieren an Streuteilchen, die sich in der Strömung befinden. Die Frequenzverschiebungen zwischen ausgesandten und reflektierten Ultraschallwellen werden ausgewertet. Je größer die Strömungsgeschwindigkeit, desto größer ist die Frequenzverschiebung zwischen abgestrahlten und reflektierten Wellen. **Anwendung:** Messung der Strömungsgeschwindigkeit von Flüssigkeiten oder Gasen, auch im medizinischen Bereich **(Abb. 79.3)**.

UNIVERSITAET ULM

**Abb. 79.3** ***Ultraschall-Dopplermessung:*** *Halsschlagader; die Farben geben die Geschwindigkeit des Blutstroms bezüglich des Ultraschallsignals wieder.*

## Merk & Würdig

**Akustischer Doppler-Effekt**

**1) Bewegter Beobachter:** $f_B = f_Q \cdot \left(1 + \frac{v_Q}{c}\right)$

**2) Bewegte Schallquelle:** $f_B = f_Q \dfrac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}$

$v_B, v_Q$ … Geschwindigkeit der Quelle, bzw. des Beobachters bei **Annäherung**, [v] = m/s
c … Schallgeschwindigkeit
$f_B, f_Q$ … Frequenz der Quelle bzw. des Beobachters, [f] = Hz

Bewegt sich die Quelle bzw. der Beobachter weg, dann wird die Geschwindigkeit negativ eingesetzt.

[1)] Man sollte berücksichtigen, dass der Schallkopf schräg aufgesetzt ist. Auch bei anderen Beispielen dieses Kapitels müsste eine Winkelabhängigkeit beachtet werden; diese wird aber aus Gründen der Vereinfachung vernachlässigt.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Doppler-Effekt, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 4.14** Ein Piezoelement erzeugt Ultraschall mit 440 kHz. Ein Bewegungssensor mit Messmikrophon bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von 30 m/s auf den Sender zu. Welche Frequenz sollte mit dem Sensor gemessen werden? (c = 340 m/s)

**Ü 4.15** **Geschwindigkeitsmessung:** Ein ruhender Ultraschallwandler sendet 320 kHz ab. Welche Frequenz haben die von einem sich entfernenden Objekt (130 km/h) reflektierten Wellen? (c = 340 m/s)

**Tipp:** Bei Reflexion an einem bewegten Objekt tritt der Doppler-Effekt zweimal auf. Es muss so gerechnet werden, als würde sich das Objekt mit doppelter Geschwindigkeit bewegen.

**Ü 4.16** Der Signalton eines Triebwagenfahrzeugs hat laut Werksangabe eine Frequenz von 320 Hz. Bei der Auswertung einer Lärmmessung wird auch dieses Signal des sich nähernden Zuges mit aufgezeichnet und mit 350 Hz gemessen. Welche Geschwindigkeit des Fahrzeugs lässt sich daraus ermitteln? (c = 340 m/s)

**Ü 4.17** The **Doppler shift** of an ultrasound measure in a flowing material is $\Delta f = f_R - f_E = 100$ kHz. The emitted frequency from a piezoelectric transducer is $f_E = 10$ MHz. What is the received frequency $f_R$ and the speed of the flowing material? (c = 1450 m/s) **Hint:** Use the hint from **Ü 4.15**.

## 4.5 Überschall *(supersonic)*

Abb. 80.1 ***Super Hornet*** *im Überschallflug; die weiße Wolke besteht aus kleinen Wassertröpfchen, die durch die Schockwelle kondensieren.*

Erhöht ein Flugzeug seine Geschwindigkeit, dann erhöht sich auch der Luftwiderstand. Beim Erreichen der Schallgeschwindigkeit nimmt dieser Widerstand aber extrem zu. Ursache dafür sind Luftverdichtungswellen (Schallwellen), die von der Spitze oder anderen exponierten Stellen des Flugzeugs ausgehen. Diese Wellen verdichten sich bei hoher Geschwindigkeit vor dem Flugobjekt. Sie werden am Boden als **Schallknall** *(shockwave)* wahrgenommen.



**Abb. 80.2** *Bewegt sich ein Flugzeug mit Überschallgeschwindigkeit, so bildet die Wellenfront der Schallwellen einen Kegel, der „Mach´scher Kegel" genannt wird.*

- **Mach-Zahl:** Es ist nicht immer ausreichend, nur die Fluggeschwindigkeit zu wissen. Die Schallgeschwindigkeit c ist in der Flugpraxis eine Variable, die sie sich mit der Temperatur bzw. der Flughöhe ändert. Das Verhältnis zwischen der Fluggeschwindigkeit v zur Schallgeschwindigkeit c wird **Mach-Zahl M**[1] genannt. Sie ist bei schnell fliegenden Objekten von großer Bedeutung, denn Unterschall-, Überschall- und sogenannte schallnahe Strömungen haben besondere und zum Teil sehr unterschiedliche Eigenschaften.

$M = \frac{v}{c}$ M ... Machzahl; [M] = 1

[1] ERNST MACH (1838 Turany, CZ – 1916 Vaterstetten, D), Physiker und Philosoph. 1866 Univ.-Prof. für Mathematik bzw. Physik in Graz, in Prag und in Wien. Er schuf den experimentellen Nachweis des Doppler'schen Gesetzes. Mach forschte an schnell fliegenden Projektilen – aus dieser Arbeit stammt die nach ihm benannte Mach-Zahl. Daneben führte er optische Experimente durch. In philosophischer Hinsicht war sein Denken durch eine empirische Grundhaltung, auf Fragen der Messbarkeit, bestimmt. Die Philosophen des Wiener Kreises erhielten von Mach wichtige Impulse.

**Abb. 80.3** *MACH*

## Thema & Gesellschaft

### Militärische Forschung

Nach dem Absturz der „Concorde", dem letzten zivilen Flugzeug, das im Überschallbereich flog, ist der Überschallflug derzeit eine rein **militärische** Angelegenheit. Naturwissenschaftler sind – ob sie wollen oder nicht – auch Handlanger militärischer Forschung.

E. MACH war in der Forschung im Rüstungsbereich tätig **(Abb. 81.1)**. Zu diesem Thema gibt es von Mach durchaus gesellschaftskritische Gedanken, wie das Zitat aus dem Jahre 1898 zeigt.

*„Die Menschen fühlen sich heutzutage verpflichtet, zuweilen für recht fragwürdige Ziele und Ideale, sich gegenseitig in kürzester Zeit möglichst viele Löcher in den Leib zu schießen. (…) diese Löcher vom kleinsten Kaliber herzustellen, und die hergestellten möglichst rasch wieder zu stopfen und zu heilen (…)*

*Wer Gelegenheit hat, die heutigen Geschütze und Geschosse in ihrer Vollkommenheit in der Gewalt und Präzision ihrer Wirkung kennen zu lernen, der muss gestehen, dass in diesen Objekten eine bedeutende technische und eine hohe wissenschaftliche Leistung verkörpert ist. Man kann sich diesem Eindruck so sehr hingeben, dass man zuweilen ganz vergisst, welchem furchtbaren Zwecke diese Vorrichtungen dienen."*

**Abb. 81.1** *Foto eines im Überschallbereich fliegenden Geschosses. Deutlich zu sehen sind die Wellenfronten des Mach´schen-Kegels. Das Foto wurde von Mach 1887 mit einem Lichtblitz von etwa 1/800 000 s Dauer aufgenommen.*

## 4.6 Menschliches Ohr *(the human ear)*

- Das **Außenohr** nimmt die Schallwellen mit der Ohrmuschel auf und leitet sie durch den Gehörgang zum Trommelfell weiter. Die Laufzeitunterschiede zu den beiden Ohren (Auflösung 30 µs) ermöglichen ein 2- dimensionales Hörerlebnis **(Abb. 82.1)**. Ein „Zur-Seite-Neigen" des Kopfs gestattet auch ein dreidimensionales Hörerlebnis.
- Das **Mittelohr** beginnt hinter dem Trommelfell mit den drei Gehörknöchelchen (Hammer, Amboss und Steigbügel). Sie übertragen die Schwingungen des Trommelfells auf das ovale Fenster.
- Das **Innenohr** beginnt hinter dem ovalen Fenster. Hier befinden sich das **Gleichgewichtsorgan** (Vestibularapparat) und darunter das eigentliche Hörorgan, die **Gehörschnecke** (Cochlea). Hier werden die schnellen Druckschwankungen in Flüssigkeitsbewegungen umgewandelt. Es breitet sich auf der Basilarmembran eine **Wanderwelle** aus (vergleichbar mit einer Wasserwelle, die den Meeresstrand entlang streicht und je nach Frequenz und Amplitude mehr oder weniger Sand aufwirbelt). In den Windungen der Gehörschnecke befinden sich auf der **Basilarmembran** Tausende von Hörzellen, die Haarzellen. Unterschiedliche Frequenzen der Töne führen zu unterschiedlichen Reizen an den etwa 20 000 Nervenfasern **(Abb. 81.2 und 81.3)**.

**Abb. 81.2** *Schnittbild durch die **Gehörschnecke** (Cochlea); sie ist ausgerollt ca. 32 mm lang.*

**Abb. 81.3** *Schema der **Gehörschnecke**: Wanderwellen breiten sich auf der Basilarmembran aus, an bestimmten Stellen werden die Gehörnerven mit der jeweiligen Frequenz angeregt. Bei Frequenzen um die 500 Hz ist dabei eine Frequenzunterscheidung von nur 1 Hz möglich!*

**Abb. 81.4** *Der Aufbau des menschlichen Ohres*

## Ergänzung & Ausblick

**Maskierung:** Beim Hören wird die Hörschwelle abhängig vom Spektrum des Signals angehoben. Alle Signale unterhalb dieser Schwelle (z. B. Rauschen) werden nicht wahrgenommen. Auch werden Töne, die gleichzeitig an unser Ohr gelangen, nur begrenzt gehört. Der jeweils tiefere Ton liegt im Vorteil.

**Akustische Täuschungen:** Fehlt z. B. einem Klang der Grundton, so erkennt das Gehirn anhand der Obertöne automatisch den Grundton und wir hören diesen virtuell im Klang mit. Das Gehirn ergänzt diesen im Höreindruck.

Diese Effekte

- werden in der Audiotechnik beim Komprimieren von digitalisierten Musiksignalen (MP3) ausgenützt.
- bewirken, dass etwa Telefongespräche trotz schlechter Übertragungsqualität gehört beziehungsweise verstanden werden.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Richtungshören, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 4.18** **a)** Erkläre anhand von Patrick in **Abb. 82.1** und dem Text der Hauptspalte mit eigenen Worten das „Richtungshören".

**b)** Im Text der Hauptspalte wird eine kürzeste Auflösung angegeben. Berechne damit die kleine Längendifferenz $\Delta s$ (aus Skizze **Abb. 82.1**) und mit Hilfe der Trigonometrie die Winkelauflösung von Patrick. Patricks Ohrenabstand ist 18 cm.



**Abb. 82.1**

# 5 Strahlenoptik

**In diesem Kapitel geht es um**

- **Lichtstrahlen**
- **Spiegel**
- **Lichtwellenleiter**
- **Linsen**
- **Dioptrien**
- **das Auge**
- **Mikroskop**
- **Auflösungsvermögen**
- **Teleskop**
- **Kamera**

Abb. 84.1 *Laserstrahlen: Der Strahlengang zwischen den optischen Elementen wird durch Streuung im $CO_2$-Nebel sichtbar gemacht.*

Abb. 84.2 *Lichtstrahlen sind umkehrbar!*

### Geometrische Optik:

Um die Funktionsweise von **optischen Instrumenten** zu verstehen, reicht oft ein idealisiertes Bild der Lichtausbreitung aus. Man betrachtet die Ausbreitung von (gedachten) **Strahlen** *(light rays)* oder **Strahlenbündeln**. Unter Strahlen versteht man dabei (beliebig dünne) Linien, die senkrecht zu den Wellenfronten stehen und sich geradlinig ausbreiten.

Im **Experiment** kann ein „guter" Lichtstrahl, der dünn genug ist und kaum eine Aufweitung aufweist, am besten mittels **Laser** einfach erzeugt werden. Die Strahlen können mit Nebel oder Rauch durch die Streuung an den kleinen Partikeln sichtbar gemacht werden **(Abb. 84.1)**.

**„Regeln" für Lichtstrahlen:**

- Lichtstrahlen kreuzen einander **ungestört**.
- Strahlengänge sind **umkehrbar**. (Das heißt, der Verlauf des Weges von Licht, das von einem Punkt A (der Lichtquelle) zu einem beliebigen Punkt B strahlt, ist der gleiche, wenn die Lichtquelle in B wäre, und das Licht zu Punkt A zurückkehren würde (siehe auch **Abb. 85.1**).
- Lichtstrahlen breiten sich im homogenen Medium **geradlinig** und mit konstanter Geschwindigkeit aus.
- **Fermat´sches Prinzip:** Lichtstrahlen breiten sich nach dem Prinzip der **kürzesten Zeit** aus. Sie „wählen" zwischen zwei Punkten stets jenen Weg, für den sie die kürzeste Zeit benötigen. Daraus resultieren die Gesetze für Brechung und Reflexion **(Kapitel 3.2)**.

## 5.1 Spiegel *(mirror)*

### 5.1.1 Reflexion

**Reguläre Reflexion:** Glatte Körper werfen Lichtbündel vorwiegend in einer bestimmten Richtung zurück. Diese wird nach dem **Reflexionsgesetz** (Einfallswinkel = Reflexionswinkel) bestimmt.

Die **Herstellung** von Spiegeln ist zu einer eigenen Wissenschaft geworden:

- Im Alltag üblich: An der Rückwand versilberte Glasplatten (Allerdings entsteht durch Reflexionen an Vorder- und Rückseite der Glasplatte ein Mehrfachbild.)
- Polierte Edelstahlplatten
- Geschliffene, mit Aluminium beschichtete Gläser
- Spiegel, die auf dem Prinzip der Totalreflexion beruhen.

**Diffuse Reflexion:** An rauen Körperoberflächen wird Licht nach verschiedenen Richtungen reflektiert! Es gilt zwar für jeden einzelnen Lichtstrahl das Reflexionsgesetz. Insgesamt wird das Lichtbündel aber **diffus reflektiert**.

Die diffuse Reflexion ist im Alltag nicht unwichtig, wie folgende **Beispiele** zeigen:

- blendfreie Arbeitsplatzbeleuchtung
- angenehmes Wohnklima
- Die Schultafel sollte möglichst ohne störende Reflexionen Licht zurückwerfen.
- Eine Projektionsleinwand muss diffus reflektieren.

Abb. 84.3 ***Reguläre Reflexion***

Abb. 84.4 ***Diffuse Reflexion***

## 5.1.2 Ebener Spiegel *(plane mirror)*

Von jedem Punkt eines Gegenstandes gehen Lichtstrahlen aus. Einige von ihnen werden so reflektiert, dass sie im Auge eines Betrachters einen Bildpunkt ergeben **(Abb. 85.1)**. Die Verlängerungen der reflektierten Strahlen schneiden sich im Schnittpunkt D hinter dem Spiegel.

**Virtuelle Bilder:** Am Ort des Bildes gibt es keine Lichtstrahlen (daher die Bezeichnung „virtuell“ für „scheinbar"). Die ins Auge treffenden Strahlen werden in unserer Wahrnehmung rückwärts verlängert und scheinen daher von dem Bild hinter dem Spiegel zu kommen. Ein virtuelles Bild kann mit dem Auge betrachtet oder mit einer Kamera abgebildet werden. Es kann aber **nicht auf einem Schirm** aufgefangen werden.

**Abb. 85.1** ***Bildkonstruktion am Planspiegel.*** *Das Bild erscheint hinter dem Spiegel* ***im gleichen Abstand*** *wie der Gegenstand vor dem Bild. Es ist* ***gleich groß*** *wie der Gegenstand.*

### Stimmt das?

Im Spiegel ist scheinbar links und rechts vertauscht, nicht aber oben und unten.

Es wird auch rechts und links **nicht** vertauscht! Das Gefühl, dass hier etwas vertauscht wird, ist **psychologisch** erklärbar: Wir sind gewohnt, dass jemand anderer vor uns steht. Drücken wir zur Begrüßung die rechte Hand einer realen Person, dann reicht uns diese aus unserer Sicht die **linke** Hand zurück!

Geben wir aber unserem Spiegelbild die **rechte** Hand, dann reicht uns unser Spiegelbild die rechte Hand zurück – aus unserer Sicht! Das erscheint uns ungewohnt. Wenn man **Abb. 85.1** genau betrachtet, erkennt man, dass schon etwas vertauscht wird: Die Orientierung normal zum Spiegel wird vertauscht!

### Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Planspiegel, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 5.1** Wie groß muss ein Spiegel zumindest sein und wo muss man stehen, damit man sein ganzes Spiegelbild, von Kopf bis Fuß, betrachten kann?
Beachte **Abb. 85.2** und mach eine Skizze! Hinterfrage den Text des Cartoons **(Abb. 85.4)**.

**Ü 5.2** *She stands 1 meter in front of the dresser mirror and looks at the flower in a small hand held mirror 1/2 meter behind her head. How far back in the dresser mirror does she see the image of the flower?* ***(Abb. 85.3.)***

**Abb. 85.2** *zu Ü 5.1*

**Abb. 85.3**

**Abb. 85.4**

## 5.1.3 Sphärischer Hohlspiegel *(spherical concave mirror)*

Ist der Spiegel Teil einer Kugeloberfläche, heißt er **sphärischer Spiegel**. Der Hohlspiegel (oder **Konkavspiegel**) sammelt achsennahe Parallelstrahlen im **Brennpunkt** (**Fokus**).

Für die **Brennweite f** gilt wie **Abb. 86.1** zeigt: **f = r/2**.

- Für die Konstruktion eines Bilds wird das Reflexionsgesetz verwendet. Daraus ergeben sich einige besonders einfach zu zeichnende Strahlen:
  - Achsennahe **Parallelstrahlen** werden als Brennpunktstrahlen reflektiert.
  - **Brennpunktstrahlen** werden als Parallelstrahlen reflektiert.
  - **Hauptstrahlen** gehen durch den Mittelpunkt M und werden in sich selbst reflektiert.

**Abb. 86.1** ***Parallelstrahlen*** *werden als* ***Brennpunktstrahlen*** *reflektiert.*

**Abb. 86.2** *Der* ***Hauptstrahl*** *durch den Mittelpunkt M wird durch M reflektiert.*

**Abb. 86.3** *Bildkonstruktion bei einem Konkavspiegel*

- **Abbildungsgleichung:**

  Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke in **Abb. 86.4** folgt:

  $$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = V \qquad V \dots \text{Abbildungsmaßstab}$$

  Aus der Ähnlichkeit der blauen Dreiecke in **Abb. 86.4** folgt weiters:

  $$\frac{B}{G} = \frac{2f - b}{g - 2f} \Rightarrow \frac{b}{g} = \frac{2f - b}{g - 2f}$$

  Umstellen ergibt die **Abbildungsgleichung**: $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

  f … Brennweite  g … Gegenstandsweite

  b … Bildweite  B … Bildgröße  G … Gegenstandsgröße

**Abb. 86.4** ***Beispiel für Strahlengang:*** *Der Gegenstand befindet sich außerhalb der doppelten Brennweite. Es entsteht ein* ***reelles Bild****. Die ähnlichen Dreiecke dienen zur Herleitung der Abbildungsgleichung.*

**Stimmt das?**

Stimmt die Geschichte von der Wunderwaffe des Archimedes, die Geschichte von den Spiegeln, die der Gelehrte angeblich so genial einzusetzen wusste? Traf im Brennpunkt konzentriertes Licht römische Schiffe und setzte sie tatsächlich in Brand?

Bei einem Experiment 1973 gelang es, mit 70 Spiegeln ein kleines Boot zu entzünden. Physikalisch mögliche Dinge müssen sich aber nicht auch tatsächlich ereignet haben. Antike Quellenautoren – und sie bilden die Grundlage unseres Wissens – verlieren über die Spiegel kein Wort. Warum hätten sie darüber schweigen sollen, wo sie sonst die Belagerung detailreich schildern? Die Brennspiegel des Archimedes sind allem Anschein nach ein Produkt der Phantasie späterer Zeiten.

**Abb. 87.1** *ARCHIMEDES hat viele wirksame Maschinen erfunden. Seine Katapulte, Kräne und Brennspiegel sollen auch bei der Schlacht von Syrakus um 213 v. Chr. eingesetzt worden sein.*

Befindet sich der Gegenstand außerhalb der Brennweite und innerhalb der doppelten Brennweite, so …

Mattscheibe

M

G

F

B

… entsteht ein vergrößertes, umgekehrtes und **reelles Bild.**

Brennweite

**Abb. 87.2** *Gegenstand G befindet sich außerhalb der einfachen Brennweite und innerhalb der doppelten Brennweite. Es entsteht ein reelles Bild. (Um das Bild B zu betrachten muss im Schnittpunkt der Strahlen eine Projektionsfläche vorhanden sein!)*

Der **Konkavspiegel** liefert, je nach Gegenstandsweite, reelle oder virtuelle Bilder:

- **Virtuelle** Bilder können einfach betrachtet oder fotografiert werden.
- **Reelle** Bilder müssen auf einer Projektionsfläche aufgefangen werden, um sie sichtbar zu machen.

**Beachte:** Bei virtuellen Bildern ist die **Bildweite b negativ!** Damit ist auch der Abbildungsmaßstab negativ.

## Experiment

**Hohlspiegel (z. B. Kosmetikspiegel):**

*Wie stark vergrößert erscheint die Nasenspitze, wenn man sie in einem Kosmetikspiegel betrachtet und die Entfernung so wählt, dass die Spitze im Brennpunkt liegt?*

Probier es aus! Entfernst du dich von deinem Bild im Hohlspiegel immer mehr, wird dieses Bild immer größer. Erreichst du den Brennpunkt, ist nichts mehr erkennbar. (Im Brennpunkt ergibt die Abbildungsgleichung kein sinnvolles Ergebnis: Die Bildweite geht gegen unendlich, ebenso der Abbildungsmaßstab.) So kannst du die Brennweite eines Hohlspiegels einfach abschätzen!

Entfernst du dich noch weiter, kannst du das Bild auf eine Wand projizieren (reelles Bild). Dieser letzte Teil des Experiments funktioniert mit einer Kerze (statt der Nase) im verdunkelten Zimmer besser.

*Wie weit kann man sich einem Rasierspiegel nähern, so dass man noch ein scharfes Bild erkennt?*

Probier es aus! Auf welche Entfernung du noch scharf abbilden kannst, hängt von der Fähigkeit deines Auges ab zu akkomodieren **(Kapitel 5.4.1)**. Bei normaler Sehkraft ist es möglich, altersabhängig auf etwa 15 cm zu akkomodieren.

**Abb. 87.3**

## Beispiel 5.1

**Ein Rasierspiegel**
liefert eine Vergrößerung von 2 : 1 (Abbildungsmaßstab). Der Spiegel befindet sich 20 cm vor dem Gesicht. Wie groß ist die Bildweite? Welche Brennweite bzw. welchen Radius hat der Spiegel?

$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} = -\frac{2}{1} \Rightarrow$ **Bildweite:** $b = -2g = \mathbf{-40\ cm}$

(Vorzeichen ist negativ, da virtuelles Bild!)

$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{-0{,}40\ m} + \frac{1}{0{,}20\ m} = 1{,}51\ m^{-1} \Rightarrow \mathbf{f = 0{,}4\ m}$

Die Brennweite f beträgt **0,40 m**, der Radius des Spiegels ist **0,80 m**.

## 5.1.4 Konvexspiegel (Sphärischer Wölbspiegel, *spherical convex mirror*)

Abb. 88.1 *Ein **Konvexspiegel** wird mit einem Parallelstrahlenbündel beleuchtet.*

Abb. 88.3 ***Autorückspiegel** „Things in the mirror may be closer than they appear!"*

Das Experiment **(Abb. 88.1)** zeigt, dass beim Wölbspiegel achsennahe Parallelstrahlen in alle Richtungen reflektiert werden. Die Verlängerungen enden in einem Punkt, dem **Brennpunkt**, hinter dem Spiegel. Dieser Punkt wird auch als Zerstreupunkt oder scheinbarer Brennpunkt F bezeichnet.



Abb. 88.2 *Bildkonstruktion am Konvexspiegel*

**Wölbspiegel** liefern unabhängig von der Entfernung des Betrachters **virtuelle** verkleinerte Bilder.

Für den **Konvexspiegel** gelten dieselben Zusammenhänge wie für den Konkavspiegel:

**Abbildungsmaßstab:** $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

**Abbildungsgleichung:** $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

f … Brennweite g … Gegenstandsweite
b … Bildweite B … Bildgröße G … Gegenstandsgröße

**Beachte**, dass die **Brennweite** beim Konvexspiegel **negativ** ist (virtuelle Brennweite), ebenso die Bildweite b und der Abbildungsmaßstab V.

**Verwendung:** Überwachungsspiegel in Geschäftslokalen, Verkehrsspiegel oder Autorückspiegel. (**Bedenke:** Beim Autorückspiegel oder beim Verkehrsspiegel stimmt die Entfernung, auf die sich das Auge beim Betrachten des Bildes scharf stellt, **nicht** mit der tatsächlichen Entfernung der Gegenstände überein!)

## Merk & Würdig

**Sphärische Spiegel**

**Abbildungsmaßstab:** $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$

**Abbildungsgleichung:** $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$

**Brennweite:** $f = \frac{r}{2}$

f … Brennweite
g … Gegenstandsweite
G … Gegenstandsgröße
r … Radius
b … Bildweite
B … Bildgröße

- Bei **Konvexspiegeln** ist die **Brennweite f negativ**.
- **Virtuelle** Bilder können betrachtet oder fotografiert werden. Die Bildweite b ist negativ ($b < 0$).
- **Reelle** Bilder werden auf einer Projektionsfläche sichtbar ($b > 0$).

## Beispiel 5.2

Ein **Kaufhausspiegel** soll Konsumartikel, die in einer Entfernung von ca. 8 m vom Spiegel entfernt stehen, abbilden. Die polierte Halbkugel, die dazu verwendet wird, hat einen Durchmesser von 100 cm. In welcher Entfernung vom Spiegel wird das Bild wiedergegeben?

Abb. 89.1 *Kaufhausspiegel*

Die Brennweite beträgt: $f = \frac{r}{2} = -25\text{ cm}$

Aus der Abbildungsgleichung ergibt sich:

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{-0{,}25\text{ m}} - \frac{1}{8\text{ m}} = -4{,}125\text{ m}^{-1} \Rightarrow b = -0{,}24\text{ m}$$

**0,24 m** hinter dem Spiegel erscheinen die Gegenstände scharf.
Die Überlegungen gelten streng genommen nur für achsennahe Strahlen.
Der Randbereich des Spiegelbilds erscheint unscharf und verzerrt!

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema sphärische Spiegel, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 5.3** **Beauty:** Ein Kosmetikspiegel soll eine dreifache Vergrößerung (Abbildungsmaßstab) ermöglichen.

**a)** Hält man ihn 40 cm vor das Gesicht, wo wird das Bild entstehen? Wie groß muss die Brennweite sein?

**b)** Bestätige das Rechenergebnis mittels Konstruktion (Gegenstandshöhe selbst wählen, Maßstab 20:1).

**Ü 5.4** **Reell oder virtuell?** Welche Art von Bild entsteht, wenn man mit einem Hohlspiegel einen Gegenstand abbilden will, der 90 cm vor dem Spiegel platziert ist? (Krümmungsradius des Spiegels sei 80 cm.)

**a)** Berechne Abbildungsmaßstab und Bildweite.

**b)** Konstruiere den Strahlengang in geeignetem Maßstab, wähle den Gegenstand 2 cm hoch.

**Ü 5.5** **Poliert:** Ein Blick auf eine verspiegelte Kugel mit einem Durchmesser von 20 cm zeigt dein (virtuelles) Spiegelbild. Welche Vergrößerung (Abbildungsmaßstab) ergibt sich, wenn du dich aus einer Entfernung von 30 cm betrachtest?

Abb. 89.2 *zu* Ü 5.5

**Ü 5.6** ***Diverging mirror:*** *Find the position and size of the image of a child 1,4 m tall who stands 2 m from a convex mirror of focal length –4 m.*

Abb. 90.1 ***Parabel:*** *Alle einfallenden Parallelstrahlen werden durch den Brennpunkt F reflektiert.*

Abb. 90.2 *Reflexion an einem sphärischen Spiegel. Achsenfern einfallende Strahlen schneiden nicht mehr im Brennpunkt (sphärische Aberration).*

Abb. 90.3 *Strahlengang eines* ***Radioteleskops*** *mit Parabolspiegel.*

Bei **sphärischen** Spiegeln gehen **Randstrahlen** nicht durch den Brennpunkt. Solche Strahlen verursachen unscharfe Abbildungen. Dieser Abbildungsfehler wird **sphärische Aberration** genannt (Abb. 90.2).

### 5.1.5 Parabolspiegel *(parabolic mirror)*

Sollen alle Parallelstrahlen, auch achsenferne, durch einen Brennpunkt gehen, bietet sich die geometrische Form einer Parabel an. Ein **Parabolspiegel** ist ein Ausschnitte eines Drehparaboloids.

**Anwendungen:n:**

- Scheinwerfer
- Zum Konzentrieren einfallender Strahlung (z. B. Sonnenstrahlung).
- Spiegelteleskop (Kapitel 5.5.2)
- Antennen für elektromagnetische Wellen im Radiobereich. (Sender und Empfangsantenne haben Richtcharakteristik.)
- Als „Schüssel" für den Empfang von Satelliten-TV.

## Thema & Gesellschaft

**Stichwort „Erneuerbare Energie"**

Knapper werdender fossiler Energieträger (Öl, Gas, Kohle) und damit steigende Energiekosten sowie der fortschreitende Klimawandel erfordern die Nutzung erneuerbarer Energien.

**Sonnenenergie:** Die gesamte von der Sonne auf die Erdoberfläche auftreffende Energiemenge ist einige tausendmal größer als der Energiebedarf der Menschheit. Die direkte Nutzung der Sonnenenergie hat mehr Potenzial als alle anderen erneuerbaren Energien zusammen.

Wärmegewinnung aus solarer Einstrahlung (Solarthermie) und Photovoltaik (direkte Stromgewinnung aus der Sonneneinstrahlung) sind zwar schon lange für die Stromgewinnung im Einsatz, sie werden aber in Zukunft einen noch größeren Stellenwert als Energieerzeuger haben.

**Parabolrinnenkraftwerke:** das sind praktisch erprobte solarthermische Kraftwerke mit hohem Wirkungsgrad. Sie benützen Spiegel mit parabelförmigem Querschnitt, um die Sonnenstrahlung zu konzentrieren. Die Spiegel sind dabei in Form einer Rinne konstruiert. Die Rinnen sind in Nord-Süd-Richtung angeordnet und können (durch eine verstellbare Achse) der Sonne im Tagesverlauf nachgeführt werden. Die Wärmeleitflüssigkeit im Fokus der Rinne wird auf bis zu 1 000° C erhitzt und produziert über Wärmetauscher, Turbine und Generator Strom.

Großtechnische Anlagen sind seit Jahrzehnten im Einsatz, z. B. in der kalifornischen Mojave-Wüste oder in Spanien. Ähnliche Großanlagen sind weltweit geplant oder im Bau.

Abb. 90.4 ***Parabolrinnen-Kraftwerk*** *Lebrija in Südspanien. Rund 60 Kilometer Parabolspiegel reihen sich aneinander. Mit 50 MW Leistung liefern sie Strom für über 50 000 spanische Haushalte. Im Bild sind die Spiegel für Reinigungsarbeiten zum Wartungsfahrzeug gedreht.*

## Übungen

**Ü 5.7** Teste dich selbst! Wenn du 5 Punkte erreichst, dann weißt du über das Thema Spiegel sehr gut Bescheid!

**a)** Das Spiegelbild eines Planspiegels ist
- ☐ immer virtuell.
- ☐ manchmal reell, je nach Entfernung.

**b)** Eine Projektionsfläche soll
- ☐ Lichtstrahlen sichtbar machen.
- ☐ Licht gut absorbieren.
- ☐ möglichst diffus reflektieren.
- ☐ Licht gut reflektieren.

**c)** Wenn sich beim Strahlengang eines Spiegelbildes die reflektierten Lichtstrahlen nicht schneiden,
- ☐ kommt es zu keiner Interferenz.
- ☐ entsteht ein virtuelles Bild.
- ☐ kann man das Bild nicht sehen.
- ☐ hat man was falsch gemacht.

**d)** Die Brennweite eines Spiegels
- ☐ ist halb so groß wie der Durchmesser.
- ☐ ist beim Wölbspiegel positiv.
- ☐ ist bei virtuellen Bildern immer negativ.
- ☐ hängt ab vom Abstand des Betrachters.
- ☐ ist immer positiv.
- ☐ kann unendlich groß sein.

**e)** Welche Sätze beschreiben den Sachverhalt richtig:
- ☐ Beim sphärischen Spiegel verhalten sich achsenferne Strahlen nicht nach dem Reflexionsgesetz.
- ☐ Beim Parabolspiegel schneiden sich alle reflektierten Strahlen im Brennpunkt.
- ☐ Alle Strahlen die im Parabolspiegel durch den Brennpunkt einfallen treten parallel zur Achse wieder aus.

**Mehrfachantworten möglich, Auflösung im Lösungsteil**

**Abb. 91.1**

## 5.2 Optische Linsen *(optical lenses)*

**Sphärische Linsen** sind durchsichtige Körper, die von Kugeloberflächen begrenzt werden. Man unterscheidet:

- **Sammellinsen (Konvexlinsen):** Sie sind in der Mitte dicker als am Rand.
- **Zerstreuungslinsen (Konkavlinsen):** Sie sind in der Mitte dünner als am Rand.

Die Lichtstrahlen werden bei einer Linse so wie bei einem **Prisma** zweimal gebrochen **(Abb. 91.4 rechts)**. Bei einer **dünnen Linse** kann man die Brechung allerdings vereinfachen und durch eine einzige Brechung in der **Hauptebene** ersetzten **(Abb. 91.4 links)**. Die Zusammenhänge in diesem Kapitel stimmen exakt nur für dünne Linsen!

**Abb. 91.2** *Konvexlinsen*

**Abb. 91.3** *Konkavlinsen*

**Abb. 91.4** ***Links***: *Parallelstrahlen werden gebrochen und verlaufen durch den Brennpunkt.* **Rechts:** *Die Lichtstrahlen werden genau genommen zweimal gebrochen*

## 5.2.1 Brennweite und Dioptrienzahl *(focal length and power of lens)*

Die **Brennweite f** von Linsen ist der Abstand zwischen Hauptebene und Brennpunkt (Abb. 91.4). Die Brennweite f ist nicht nur von den Radien der Linsenoberflächen, sondern auch vom Brechungsindex n gegenüber der Umgebung (meist Luft) abhängig:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$

Je nach Krümmungsform wird der Radius in die Formel positiv oder negativ eingesetzt (Abb. 92.1).

Eine wichtige Kennzahl ist die Dioptrienzahl (Brechkraft). Sie ist als Kehrwert der Brennweite definiert:

$$D = \frac{1}{f} \qquad [D] = m^{-1} = 1\,\text{dpt (dpt … Dioptrie)}$$

f … Brennweite $[f] = m$ D … Dioptrienzahl (Brechkraft) $[D] = m^{-1}$
n … Brechungsindex $[n] = 1$ $r_1, r_2$ … Radien der Linsenoberfläche $[r_1] = [r_2] = m$

Aus diesen Zusammenhängen resultiert:

- **Konvexlinsen** *(converging lens)* haben eine positive Brennweite bzw. Dioptrienzahl: $f > 0$
- **Konkavlinsen** *(diverging lens)* haben eine negative Brennweite bzw. Brechkraft: $f < 0$

Bei **Linsensystemen** (Abb. 92.2, Kombination von dünnen Linsen) addieren sich die Kehrwerte der Brennweiten, sofern die Linsen knapp nebeneinander sind. Die Dioptrienzahlen werden daher (vorzeichenrichtig) addiert:

$$D = D_1 + D_2$$

**Abb. 92.1** *Für die Berechnung der Brennweite müssen die Radien* ***vorzeichenrichtig*** *eingesetzt werden. Nach innen gewölbte Oberflächen haben Radien mit negativem Vorzeichen.*

**Abb. 92.2** *Bei* ***Linsenkombinationen*** *addiert sich die Dioptrienzahl (Prinzipbild).*

**Abb. 92.3** ***Fresnel-Linse****, Prinzip*

**Abb. 92.4** ***Leuchtturmfeuer****: Fresnel-Linse als Kondensorlinse*

**Abb. 92.5** *AUGUSTIN JEAN FRESNEL*

### Beispiel 5.3

**Konvexkonkavlinse**

Für eine Brille mit –4 dpt soll eine Konvexkonkavlinse (n = 1,5) hergestellt werden. Der äußere Krümmungsradius ist mit 80 cm vorgegeben.
Welcher innere Radius ergibt sich?

$$D = \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{r_2} = \frac{D}{n-1} - \frac{1}{r_1} = \frac{-4\,m^{-1}}{0{,}5} - \frac{1}{0{,}8\,m} = -9{,}25\,m^{-1}$$

Der Krümmungsradius ergibt sich über den Kehrwert: $r_2$ = **–10,8 cm**

### Ergänzung & Ausblick

**Fresnel-Linsen[1]:**

Linsen mit hoher Brechkraft und großem Durchmesser sind zu dick, zu schwer (und zu teuer). Fresnel-Linsen sind Linsen, die ringförmig in Stufen unter Beibehaltung der Krümmung hergestellt werden. Sie erfüllen oft auch ihren Zweck, das Licht zu fokussieren und werden beispielsweise in Projektoren oder bei Scheinwerfern als Kondensorlinse eingesetzt. Für manche Anwendungen können sie auch nur die Stärke einer Folie haben.

[1] AUGUSTIN JEAN FRESNEL (1788 Broglie – 1827 Ville-d'Avray bei Paris), französischer Physiker und Ingenieur. Fresnel litt als Kind unter einer starken Lernschwäche, sodass er mit neun Jahren noch nicht lesen konnte. Mit sechzehn trat er in die *École polytechnique* ein, die er mit Auszeichnung absolvierte. Fresnel arbeitete als Ingenieur in Paris. Er hat wesentliches zur Wellentheorie des Lichts und zur Optik beigetragen.

### 5.2.2 Strahlengang und Abbildungsgleichung

**Strahlengang** *(optical path)*:

Bei den in der Folge erläuterten dünnen Linsen muss mit **zwei Brennpunkten** gearbeitet werden. Diese liegen symmetrisch vor (gegenstandsseitig) oder hinter (bildseitig) der Hauptebene.

Bei einer **Sammelllinse (Konvexlinse)** ergibt sich ein vergrößertes, aufrechtes und virtuelles Bild, wenn sich der Gegenstand innerhalb der Brennweite befindet. Dies ist das Prinzip der **Lupe**:

**Abb. 93.2**

Bei der **Zerstreuungslinse (Konkavlinse)** ergeben sich virtuelle Bilder, unabhängig von der Entfernung des Gegenstandes. (Das Bild lässt sich nicht auf einen Schirm „auffangen"!)

**Abb. 93.3**

**Abbildungsgleichung** *(lens formula)*:

Aus der Ähnlichkeit der schraffierten Dreiecke in **Abb. 94.2** folgt

für den **Abbildungsmaßstab V**: $\mathbf{V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}}$

Die Seiten der gelben Dreiecke stehen im Verhältnis:

$\frac{B}{G} = \frac{b-f}{f}$ bzw. $\frac{b}{g} = \frac{b-f}{f}$

Daraus folgt die **Abbildungsgleichung** für dünne Linsen:

$\mathbf{\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}}$ … **Abbildungsgleichung**

**Experiment**

Konkavlinse

**Abb. 93.1** *Das Experiment zeigt: Bei der **Zerstreuungslinse** werden Parallelstrahlen, von einem gemeinsamen Brennpunkt links vor der Linse ausgehend, gebrochen.*

**Abb. 93.4** *So wie beim Spiegel werden für die Konstruktion **Parallel-, Brenn- und Hauptstrahl** verwendet.*

**Abb. 93.5** *Bei der **Konkavlinse** ist zu beachten, dass der Parallelstrahl vom gegenstandseitigen Brennpunkt aus wegläuft.*

**Abb. 94.1** *Veranschaulichung der **Abbildungsgleichung** durch ein Diagramm: Auf der x-Achse ist die Gegenstandsweite g aufgetragen. Die Achse ist für positive Brennweiten (Sammellinsen) mit Vielfachen der Brennweite skaliert. Aus dem Vorzeichen der Bildweite b ergibt sich: Ist g < f, dann ist das Bild virtuell.*

Befindet sich der Gegenstand außerhalb der einfachen Brennweite, so ...

... ergibt sich ein **reeles Bild.**

**Abb. 94.2** *Bildkonstruktion bei einer **Sammellinse** für Gegenstände außerhalb der einfachen Brennweite.*

## Beispiel 5.4

**„Beamer"**

In **Datenprojektoren** mit **LCD-Technik** wird die Bildmatrix eines LCD-Panels durchleuchtet. Diese Matrix (Höhe 4,5 cm) wird auf einer Projektionsfläche (Abstand Leinwand-Projektor 3 m) abgebildet (Abb. 94.3).

**a)** Wie weit vor der Linse sollte sich das LCD-Panel befinden, damit die Höhe der Projektion 1,2 m beträgt?

**b)** Welche Brennweite muss die Linse haben?

**a)** $\frac{B}{G} = \frac{b}{g} \Rightarrow g = b \cdot \frac{G}{B} = 3\,\text{m}\,\frac{0{,}045\,\text{m}}{1{,}2\,\text{m}} = \mathbf{0{,}113\,m}$

**b)** $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{3\,\text{m}} + \frac{1}{0{,}113\,\text{m}} = 9{,}183\,\text{m}^{-1} \Rightarrow f = \mathbf{0{,}109\,m}$

Die LCD-Matrix muss etwa 4 mm vor dem Brennpunkt der Linse positioniert werden. Die Brennweite der Linse sollte ca. 11 cm betragen.

**Abb. 94.3** *Datenprojektor; Funktion eines **"Beamers"** in LCD-Technik: Es werden drei monochrome Bilder erzeugt und mit Hilfe eines dichroitischen Prismas zusammengemischt und projiziert. Die Flächen solcher Prismen sind mit dichroitischen Spiegeln versehen, die Licht abhängig von dessen Wellenlänge reflektieren oder durchlassen. Dichroitische Spiegel beruhen auf der Interferenz der Lichtwellen (siehe Kap.3.4) .*

## Beispiel 5.5

**Lupe**

Abb. 94.4 weist auf Lesehilfen durch halbkugelförmige Linsen hin.

**a)** Wie groß ist die Brechkraft und die Brennweite solcher Linsen, wenn sie 5 cm Durchmesser haben? (n = 1,5)

**b)** Angenommen, man benötigt eine Vergrößerung von Faktor 10, wo muss dafür der Gegenstand positioniert werden, um diesen Abbildungsmaßstab zu erreichen?

**a)** $D = \frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) = (1{,}5 - 1) \cdot \left(\frac{1}{0{,}025\,\text{m}} - \frac{1}{\infty}\right) = \mathbf{20\,dpt}$

$f = \frac{1}{D} = \mathbf{0{,}05\,m}$

**Abb. 94.4** *Halbkugelförmige **Linsen** aus Bergkristall aus dem 11. Jahrhundert. Sie waren als Lesehilfe und Schmuckgegenstand gebräuchlich. Vor 2 000 Jahren wurden im römischen Reich mit Wasser gefüllte Glasgefäße als Lesehilfen verwendet.*

**b)** Der Abbildungsmaßstab beträgt **–10** (virtuelle Bilder ⇒ negatives Vorzeichen).

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = -10 \Rightarrow g = -\frac{b}{10}$$

Einsetzen von g in die Abbildungsgleichung ergibt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = -\frac{10}{b} + \frac{1}{b} = -\frac{9}{b} \Rightarrow b = -9f = -0{,}45\text{ m}$$

$$g = -\frac{-9f}{10} = \mathbf{0{,}45\ m}$$

Der Gegenstand, der betrachtet werden soll, muss 4,5 cm vor der Hauptebene knapp vor dem Brennpunkt positioniert werden.

**Anmerkung:** Die Abbildungsqualität solcher halbkugelförmiger Linsen ist beschränkt. Die Zusammenhänge in diesem Kapitel gelten genau genommen nur für dünne Linsen!

## 5.2.3 Abbildungsfehler *(Aberration)*

Um eine Abbildung fehlerfrei zu erhalten sollte jeder Punkt des Gegenstandes genau einem Punkt des Bildes zugeordnet sein. Die wichtigsten Fehlerquellen:

- **Sphärische Aberration (Öffnungsfehler):**
  Bei sphärischen Linsen werden Strahlen in der Randzone (Zonenstrahlen) stärker gebrochen und schneiden die optische Achse vor dem Brennpunkt. Dies führt zu unscharfen Bildern. Abhilfe kann ein **Abblenden** von Zonenstrahlen bieten oder eine Korrektur durch eine Kombination mit einer **Zerstreuungslinse**.
- **Chromatische Aberration (Farbfehler):**
  Kurzwelliges Licht wird stärker gebrochen als langwelliges Licht. Dadurch erscheint die Abbildung unscharf und sie ist mit Farbsäumen umgeben. Die chromatische Aberration kann man stark verringern, indem man mehrere Linsen aus unterschiedlichen Glassorten kombiniert **(Abb. 95.2)**.

**Abb. 95.1** *Sphärische Aberration*

**Abb. 95.2** ***Chromatische Aberration*** *und deren Korrektur durch eine achromatische Linse.*

### Merk & Würdig

**Sphärische dünne Linsen**

Brennweite f: $\mathbf{\frac{1}{f} = (n-1)\cdot\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}$

Dioptrienzahl (Brechkraft): $\mathbf{D = \frac{1}{f}}$

Abbildungsmaßstab: $\mathbf{V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}}$

Abbildungsgleichung: $\mathbf{\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}}$

D … Dioptrienzahl (Brechkraft); [D] = $m^{-1}$ = 1dpt (dpt … Dioptrie)
f … Brennweite; [f] = m
r … Radius; [r] = m
n … relativer Brechungskoeffizient; [n] = 1
b … Bildweite; [g] = [b] = m
B … Bildgröße [G] = [B] = m
g … Gegenstandsweite
G … Gegenstandsgröße

- Bei **Konkavlinsen** ist die **Brennweite f negativ**.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema optische Linsen, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 5.8** Bei einer **plankonkaven Linse** mit einem Mindestdurchmesser von 5 cm soll eine Brechkraft von –18,2 dpt erreicht werden. Ist dies möglich? (n = 1,5)

**Ü 5.9** **Lupe:** Für eine Sammellinse wird Glas symmetrisch mit gleichen Krümmungsradien geschliffen (n = 1,5).

**a)** Welcher Brechkraft D entspricht einer Brennweite von 12 cm?

**b)** Wie groß müssen die Krümmungsradien gewählt werden?

**c)** Ein Abbildungsmaßstab von –5 soll erreicht werden. Berechne Bildweite und Gegenstandsweite.
(Tipp: Löse dazu ein einfaches Gleichungssystem mit zwei Gleichungen!)

**Ü 5.10** **Sammellinse:** Brennweite 4 cm. Konstruiere das Bild, wenn sich

**a)** der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite befindet (Gegenstandshöhe 0,5 cm).

**b)** der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite befindet (Gegenstandshöhe 2 cm).

**Ü 5.11** **Zerstreuungslinse:** Brennweite –5 cm. Konstruiere das Bild, wenn sich

**a)** der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite befindet (Gegenstandshöhe 1 cm).

**b)** der Gegenstand zwischen einfacher und doppelter Brennweite befindet (Gegenstandshöhe 2 cm).

**Ü 5.12** **Abbildungsgleichung:** Die Brennweite sei –12 cm und der Gegenstand

**a)** 2 cm vor dem gegenstandsseitigen Brennpunkt positioniert.

**b)** 2 cm hinter dem gegenstandsseitigen Brennpunkt positioniert.

Wie groß ist die Bildweite und der Abbildungsmaßstab?

**Ü 5.13** *A **camera lens** is made of two components, a negative lens of focal length -65 mm, and a converging lens of focal length 19 mm.*

*What are*

***a)*** *the power of each component*

***b)*** *the power of the combination*

***c)*** *the focal length of the combination?*

**Ü 5.14** Teste, ob du deine naturwissenschaftlichen Kenntnisse zum Thema Optik zu Abb. 96.2 formulieren kannst, und diskutiere mit:

Virginia und Veronika müssen mit anhören, wie ihre Freunde ewig lang diskutieren, ob und wie man es anstellen kann, damit man mit einer Lupe den Sternenhimmel beobachten kann. Veronika reicht es und sie meint: „Das kann gar nicht funktionieren, denn das Sternenlicht kommt von irrsinnig weit weg und geht dann durch den Brennpunkt. Und dort kann man es nicht sehen. Punkt ist Punkt!" Virginia will das so nicht glauben: „Ich kann mir nicht vorstellen, dass all die schönen Sternbilder in einem Punkt vernichtet werden. Das Licht läuft ja nach dem Brennpunkt wieder weiter. Dieses Licht müsste man sich genauer ansehen!" Veronika: „Vielleicht interferiert es sogar im Brennpunkt?"

Was sagst du zu den Argumenten von Veronika und Virginia? Diskutiere mit!

**Abb. 96.1** *zu Ü 5.13*

**Abb. 96.2** *zu Ü 5.14 Linse als Fernrohr?*

## 5.3 Auge *(the human eye)*

### 5.3.1 Aufbau und Funktion des menschlichen Auges

Das „Objektiv" des Auges entwirft auf der Netzhaut ein **umgekehrtes** und stark **verkleinertes** Bild.

Wie Abb. 97.1 zeigt, durchlaufen die Strahlen dabei die Hornhaut, die vordere Augenkammer, die Linse und den gelartigen Glaskörper. Die lichtempfindliche Schicht des Augenhintergrundes ist die Netzhaut (Retina). Sie besitzt zwei Typen von Sinneszellen, die Stäbchen und Zapfen, sowie ein Netzwerk nachgeschalteter Nervenzellen, die sich zu einem Bündel, dem Sehnerv, sammeln.

In der Sehachse liegt die Zentralgrube (Fovea centralis oder **Gelber Fleck**), die Stelle des schärfsten Sehens.

- **Netzhaut:** Zuerst durchdringt das Licht dünne durchblutete Adern bevor es auf die Nervenbahnen und die Sehzellen (Zapfen und Stäbchen) fällt. Deshalb erscheinen Pupillen beim Fotografieren mit Blitzlicht oft rot.

**Abb. 97.2** *Netzhaut*

- **Farbsehen:** Abb. 97.4 zeigt die unterschiedliche Empfindlichkeit der drei verschiedenen Nervenzellen (Zapfen) bei verschiedenen Wellenlängen. Am empfindlichsten reagiert das Auge im grünen Bereich, da sich dort die Kurven überlagern.

**Abb. 97.4** *Empfindlichkeit der Nervenzellen in der Netzhaut.*

- **Akkomodation:** Zur **Scharfeinstellung** von Gegenständen in unterschiedlichen Entfernungen wird die Linse des Auges mehr oder weniger durch den Ziliarmuskel gekrümmt und verändert somit ihre Brechkraft (bei nahen Gegenständen stark, bei weit entfernten kaum bis gar nicht).
- **Adaption (Anpassung an die Helligkeit):** Die Iris dient als Blende, die bei hellen Lichtquellen die Pupille verkleinert und sie im Dunkeln weitet. Auch durch das Ansprechen der unterschiedlich lichtempfindlichen Zellen, der Stäbchen oder Zapfen (Abb. 97.3) kann sich das Auge anpassen.
- **Dunkeladaptation:** Die maximale Dunkeladaptation dauert beim Menschen ca. 30 Minuten, die **Helladaptation** bei Übergang vom Dunkeln ins Licht erreicht ihr Maximum schon nach einer Minute. (Die Blendwirkung von Fernlicht oder anderer starker Lichterreger kann zu gefährlichen Situationen im Straßenverkehr führen.)

**Abb. 97.1** *Aufbau des Auges*

**Abb. 97.3** *Verteilung der 125 Millionen **Stäbchen** und 7 Millionen **Zapfen**. An der Austrittsstelle des Sehnervs, im blinden Fleck, gibt es keine Sinneszellen. Die Zapfen sind fürs Tagsehen (Farbe) verantwortlich. Die Stäbchen sind lichtempfindlicher, können aber keine Farben unterscheiden (Dämmerungssehen).*

**Merk & Würdig**

- Unter **Adaption** versteht man die Anpassung des Auges an die Helligkeit.
- Unter **Akkomodation** versteht man das „Scharfstellen", das Anpassen der Augenlinse auf unterschiedliche Entfernungen des Gegenstands.
- Um **nahe** Objekte scharf zu sehen, muss die Augenlinse stärker gekrümmt sein (kleine Brennweite).
- Beim Sehen in die **Ferne** wird der Ziliarmuskel (ein Ringmuskel) und die Linse entspannt (flacher), die Brennweite wird größer.

Abb. 98.1 *Sehwinkel*

- **Räumliches Auflösungsvermögen:** Das Auflösungsvermögen des Auges ist durch den Abstand benachbarter Zellen auf der Netzhaut vorgegeben. Sehzellen sind etwa 3 µm voneinander entfernt. Daraus ergibt sich für den **kleinsten Sehwinkel** etwa einer Winkelminute, das entspricht einem Auflösungsvermögen von ca. 0,1 mm im Nahpunkt (ca. 20 cm vor dem Auge).
- **Zeitliche Auflösung:** Schaltet eine Lichtquelle schneller als 30-mal pro Sekunde ein und aus, so wird es als Dauerlicht wahrgenommen. Je heller das Licht, desto höher die kritische Flimmerfrequenz. Dadurch entstehen Scheinbewegungen (dies ist wichtig im Zusammenhang mit PC-Bildschirmen).

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Auge, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 5.15** **Auflösungsvermögen** des menschlichen Auges: Welchen Abstand zueinander können zwei Bildpunkte in 100 m Entfernung haben, damit sie gerade noch aufgelöst werden? (Die notwendigen Daten findest du im Text der Hauptspalte.)

**Ü 5.16** **Brechkraft** des Auges: Berechne die Brennweite und die Brechkraft des Systems Linse-Hornhaut in **Abb. 98.2.**

Abb. 98.2

## 5.3.2 Wahrnehmung

Die Weiterverarbeitung der Sinnesreize im Großhirn (Sehrinde) darf man sich nicht so wie die Bildverarbeitung einer TV-Kamera vorstellen. Im Gehirn wird kein Bild „abgebildet", vielmehr werden Farbe, Bewegung und Form an unterschiedlichen Orten parallel verarbeitet und mit der **Erfahrung** verknüpft. Um die Effektivität der Bildverarbeitung zu erhöhen, hat sich die Evolution „einiges einfallen lassen":

- **Kontrast- und Bewegungssehen:** Eine Art Vorstufe des visuellen Denkens beginnt schon in den Nervenzellen der Netzhaut selbst. Dort werden kurzzeitige Veränderungen der Nervenreize mit höchster Priorität verarbeitet. Dies führt zu besonders schnellem und intensivem Empfinden von Bewegungen, starken Kontrasten und Linien. Es erlaubt uns, reflexartig[1] auf Gesehenes zu reagieren.
- **Wahrnehmung von Tiefe, 3D-Sehen:** Das visuelle System bedient sich beim Schließen auf Entfernung mehrerer Prinzipien, z. B:
  - **Stereo-Sehen:** Die beiden Augen sehen leicht unterschiedliche Bilder der Welt.
  - **Perspektive:** Wahrgenommene Elemente scheinen mit steigender Entfernung zum Betrachter sowohl dichter gepackt und auch kleiner zu sein. Parallele Linien laufen zusammen.
- **Gestaltwahrnehmung:** Aus (relativ) wenigen Informationen wird ein Bild konstruiert, fehlende Stellen (z. B. Blinder Fleck) werden ergänzt. Einer der eindrucksvollsten Belege dafür, dass unsere Wahrnehmung aus **unvollständigen Teilinformationen** (vor)schnell auf vollständige Figuren schlussfolgert, ist das Phänomen der **„subjektiven Konturen"** **(Abb. 98.4)**. Das Bild entsteht im Kopf, man entschließt sich oft kurzerhand, dies oder jenes zu sehen. Das Phänomen der „Subjektiven Konturen" wird auch in der klinischen Psychologie als Rohrschach-Test (Tintenkleckse) eingesetzt.

Abb. 98.3 *Die starken Kontraste und willkürliche Bewegungen der Augen verwirren die Bildverarbeitung und täuschen eine Bewegung vor.*

Abb. 98.4 *Phänomen der „subjektiven Konturen": Unsere Wahrnehmung „entschließt" sich das zu sehen, was es zu sehen glaubt. (Dreh das Buch mal um!)*

[1] Die Logik, die hinter diesem sog. „Orientierungsreflex" steckt, ist ebenso einfach wie bestechend: Was sich verändert bzw. bewegt, könnte uns fressen oder aber von uns gefressen werden… Damit ist auch klar, warum bei Eisenbahnkreuzungen rot blinkendes Licht eingesetzt wird.

**Stimmt das?**

**Tauchen ohne Taucherbrille:** Theo Tauchmann beobachtet: „Unter Wasser sehe ich alles unscharf."

Die **Hornhaut** hat zusammen mit der inneren Augenflüssigkeit eine Dioptrienzahl von ca. 43 dpt. Die große Brechkraft der Hornhaut kommt zustande, weil das Licht beim Übergang vom „optisch dünnen" Medium der Luft in das „optisch dichtere" Medium Hornhaut stark gebrochen wird.

**Unter Wasser** verändert sich die Brechkraft. Das Wasser besitzt fast den gleichen Brechungskoeffizienten wie die Hornhaut. Das Licht wird daher beim Übergang Wasser – Hornhaut weniger gebrochen. Weil die Linse sich diesen veränderten Bedingungen nicht gut genug anpassen kann, sehen wir unter Wasser verschwommen. Mit Taucherbrille sieht die Situation anders aus, wie **Abb. 99.1** zeigt.

**Abb. 99.1** *Mit **Taucherbrille und Luft vor den Augen** kann Theo den Fisch vollkommen scharf sehen. (Und vergrößert, da sich der Sehwinkel durch Brechung an der Brille erhöht.)*

## Thema & Gesellschaft

### Können wir uns noch auf unsere Sinne verlassen?

Spätestens nach dem Kapitel „optische Täuschungen" müssen wir uns diese Fragen stellen: Wie funktioniert Erkenntnis? Können wir das, was wir wahrnehmen, auch für „wahr" nehmen? Wie verlässlich und glaubhaft ist das Sichtbare? Solche Fragen sind aber nicht neu:

GOETHE, der Dichterfürst, konnte die Wahrnehmungen Newtons über das farbige Licht nicht teilen. In seiner eigenen Farbenlehre[1] (1810) wettert er gegen Newton in den übelsten Tönen und empfiehlt, um Newtons Lichttheorie zu erschüttern und um zu zeigen, dass das Auge selbst dem Lichte gleicht, ein Experiment:

*„(…) Man schließe darauf die Öffnung [der camera obscura] und blicke nach dem dunkelsten Orte des Zimmers, so wird man eine runde Erscheinung vor sich schweben sehen. Die Mitte des Kreises wird man hell, farblos, einigermaßen gelb sehen, der Rand aber wird sogleich purpurfarben erscheinen."*

Goethes Denken ist offenbar im Rahmen der deutschen und romantischen „Naturphilosophie" zu verstehen, für die die wissenschaftliche Methode nichts als Schrecken bereithielt. Heute weiß man, dass die von Goethe geschilderte optische Erfahrung das typische Beispiel einer **optischen Täuschung**, ein **„Nachbild"** war. (Ein Nachbild kann man leicht selbst erzeugen, indem man zuerst eine helle Lichtquelle anblickt, und dann ins Dunkel schaut.)

Auch GALILEI konnte seine Wahrnehmungen nicht glaubhaft machen. Als Galilei vor 500 Jahren seinen Zeitgenossen mittels Teleskop den Planeten Jupiter und dessen Monde zeigte, hatten diese Zweifel: Sie hielten das, was sie mit eigenen Augen erblickten, nicht für wahr!

Wie auf Seite 98 deutlich dargestellt wird, bedeutet „etwas sehen" immer auch **interpretieren**. In diesem Sinne ist das „was wir mit eigenen Augen erblicken" keineswegs „wahr". Teilweise wissen wir auch heute noch nicht, was das, was wir etwa in Versuchen zur Quantenoptik „sehen" tatsächlich bedeutet. **(siehe Band 4)**

Heute kommt man zu wissenschaftlicher Erkenntnis kaum mehr auf einfachen, direkten und allgemein verständlichen Wegen. Erkenntnis beruht immer stärker im Vertrauen auf die Forschung von Spezialisten in großen Forschungsteams!
**Der Bruch zwischen (Be-)greifbarkeit und Sichtbarkeit ist heute vermutlich noch größer als zur Zeit Goethes …**

**Abb. 99.2** *Newton's Experiment zur Farbenlehre*

[1] **Zitat Goethes** zum umfangreichen Messaufbau Newtons (Experimente mit Glasprismen, **Kapitel 3.2.2**): „Damit aber diese Lichter zum Vorschein kommen, setzt er dem weißen Licht gar mancherlei Bedingungen entgegen, durchsichtige Körper, welche das Licht von seiner Bahn ablenken, undurchsichtige, die es zurückwerfen, andre, (…), er beschränkt das Licht durch kleine Öffnungen, durch winzige Spalten, und bringt es auf hunderterlei Art in die Enge (…). **Die Natur verstummt auf der Folter!"**

## 5.3.3 Fehlsichtigkeit *(defects of vision)*

- **Übersichtigkeit („Weitsichtig"):**

Weitsichtiges Auge

Das Bild entsteht hinter der Netzhaut.

Eine Konvexlinse gleicht den Fehler aus.

**Abb. 100.1** *Das Auge ist* ***„weitsichtig"****, wenn nur weit entfernte Gegenstände scharf wahrgenommen werden können. Häufig führt eine Abnahme der Linsenelastizität zu Weitsichtigkeit. Man spricht dann von Altersweitsichtigkeit. Eine Korrektur erfolgt durch* ***Konvexlinsen****.*

- **Kurzsichtigkeit:**

Kurzsichtiges Auge

Das Bild entsteht vor der Netzhaut.

Eine Konkavlinse gleicht den Fehler aus.

**Abb. 100.3** *Das Auge ist* ***„kurzsichtig"****, wenn nur nahe Gegenstände scharf gesehen werden können. Eine Korrektur erfolgt durch* ***Konkavlinsen****.*

Der minimale Abstand, unter dem ein Auge noch scharf sehen kann, heißt **Nahpunkt**. Der Abstand zwischen Nahpunkt und Auge, die sogenannte **„deutliche Sehweite"**, ist von Mensch zu Mensch verschieden und vom Alter abhängig (Standardwert 25 cm).

**Anmerkung:** In **Abb. 100.1** und **100.3** ist der Brechungseffekt stark vereinfacht, so als würde die Brechung nur in der Augenlinse erfolgen. Tatsächlich erfolgt die Ablenkung vor allem am Übergang Luft – Hornhaut.

- **Astigmatismus:**

  Ein weiterer Sehfehler ist der **Astigmatismus (Stabsichtigkeit)**. Im Idealfall ist die Wölbung der Hornhaut so gleichmäßig wie eine Kugeloberfläche. Ist die Hornhaut an verschiedenen Stellen unterschiedlich stark gewölbt, spricht man von einer Hornhautverkrümmung. Durch diese unterschiedlichen Krümmungskurven wird das Licht in der Horizontalen anders gebrochen als in der Vertikalen. So erscheint z. B. ein punktförmiges Objekt zu einem „Stab" verzerrt, daher der Name Stabsichtigkeit **(Abb. 100.4)**.

  Die **Korrektur** von Fehlsichtigkeit ist möglich durch:

  - Brillen
  - Kontaktlinsen
  - Operation

  Welche Methode in welchem Fall empfehlenswert ist, muss vom **Augenarzt abgeklärt werden**!

**Abb. 100.2** *Der* ***„Brillenapostel"*** *im Altarbild der Stadtkirche von Bad Wildungen (Deutschland). Das Bild wurde am Beginn des 15. Jh. gemalt, es ist eine der frühesten Darstellung einer Brille.*

### Ergänzung & Ausblick

**Farbblindheit**

Häufig ist die Rot-Grün-Blindheit; betroffen sind 8 % der Männer und 0,4 % der Frauen. Farbblindheit kann vererbt werden. Die Fehlkonstruktion der Zapfenzellen muss also an den Genen liegen: Das fehlerhafte Gen wird – wegen der größeren Häufigkeit von Rot-Grün-Blindheit bei Männern – auf dem Geschlechtschromosom (X-Chromosom) zu finden sein. Frauen haben noch ein zweites X-Chromosom, das in den meisten Fällen ausgleichend wirkt.

**Abb. 100.4** ***Astigmatismus:*** *Die Hornhaut ist unterschiedlich in verschiedenen Richtungen gekrümmt und verzerrt das Bild. Der optische Ausgleich ist mit Hilfe einer Brille möglich, wenn diese einen zylindrischen Schliff hat.*

## 5.4 Optische Instrumente

### 5.4.1 Optisches Mikroskop *(the compound microscope)*

Grundsätzlich unterscheidet man:

- **Auflichtmikroskopie**, bei der die Oberfläche von oben beleuchtet und beobachtet wird, und
- **Durchlichtmikroskopie**, bei der meist dünne Proben durchleuchtet werden. Sichtbar sind dabei natürlich nur Details, die verschieden lichtdurchlässig sind. Durch Einfärben, durch Filtervorsätze und Verwendung von polarisiertem Licht, etc. können Kontraste verstärkt werden **(Abb. 101.5)**.



**Abb. 101.2** *Vereinfachter Strahlengang durch ein Mikroskop*



**Abb. 101.1** *Carl Zeiss (1816 – 1888) perfektionierte mit Ernst Abbe die Mikroskopie: Mit sogenannten apochromatischen Linsensystemen konnten die Farbfehler korrigiert werden.*

- Strahlengang: Das Lichtmikroskop besteht aus zwei Sammellinsen, dem Objektiv und dem Okular **(Abb. 101.2)**. Durch das Objektiv *(objektive)* wird ein reelles, vergrößertes Zwischenbild entworfen, welches durch das als Lupe dienende Okular *(eyepiece)* betrachtet wird. Das Objektiv am unteren Ende ist in der Regel als „Revolver" **(Abb. 101.1)** mit auswechselbaren Linsen ausgeführt, so dass die Vergrößerung einfach verändert werden kann.

  Man unterscheidet hierbei

  – die **Vergrößerung** $\mathbf{v = \frac{\alpha'}{\alpha}} = \frac{\text{Blickwinkel mit Instrument}}{\text{Blickwinkel ohne Instrument}}$ und

  – den **Abbildungsmaßstab V=B/G**.

Die Vergrößerung v eines optischen Systems ergibt sich aus dem Verhältnis des Blickwinkels α mit Instrument zu dem Blickwinkel ohne Instrument α´ **(Abb. 101.4)**.



**Abb. 101.4** *Die* ***Vergrößerung*** *v ist unabhängig von der Entfernung, da sie, anders als der Abbildungsmaßstab V, über die Winkel definiert ist. Ein weit entfernter Gegenstand erscheint klein, auch wenn er tatsächlich groß ist.*

**Abb. 101.3** *Für ermüdungsfreies Arbeiten wird ein Mikroskop in der Praxis doppelt (für beide Augen) als* ***Stereomikroskop*** *ausgeführt.*

Das Vergrößerungsvermögen eines Linsensystems hängt von den Brennweiten der Objektiv- und Okularlinsen ab.

- **Beleuchtung:** Bei Vergrößerung sinkt die Bildhelligkeit. Um genügend helle Bilder erzeugen zu können, muss eine gute Beleuchtung vorgesehen sein. Bei modernen Mikroskopen werden dazu oft Lichtleiter in Verbindung mit Kaltlichtquellen (Halogen- oder LED-Lampen) eingesetzt.

**Abb. 101.5** *Chromosom Nr. 5, Mensch, Mehrfach-Fluoreszenz-Bänderung.*

- **Anwendung:** Vor allem in der **Medizin** hat die Mikroskopie zu großen Entdeckungen und zum Nutzen für die Menschheit geführt, wie kaum eine andere Technologie zuvor. Heute ist das Anwendungsgebiet des Mikroskops in Naturwissenschaft, Medizin und Technik weiter gestiegen.

Abb. 102.1 *Mit diesem Mikroskop erkannte ROBERT HOOKE[1] ca. 1665 als erster **Zellen von Organismen**.*

**Ergänzung & Ausblick**

Eine **moderne Entwicklung**, das Laser-Scanning-Mikroskop, erzeugt über einen abtastenden Laserstrahl Punkt für Punkt digitale Bilder. Eine weitere Technologie bildgebender Verfahren ist die **Elektronenmikroskopie**, allerdings arbeitet diese nicht mit elektromagnetischen Strahlen (Licht) sondern mit Teilchenstrahlen (Elektronen).

**Abb. 102.2** ***Überblick*** *über die wichtigsten vergrößernden bildgebenden Verfahren*

Abb. 102.3 *Die Beugungsbilder zweier Lichtpunkte überlappen sich. Man kann die Lichtpunkte nur undeutlich getrennt wahrnehmen. Mit L wird hier die Öffnung der Lochblende oder Linse bezeichnet, an der für zwei einfallende Lichtstrahlen jeweils die Beugungsscheiben entstehen.*

## 5.4.2 Auflösungsvermögen optischer Instrumente

*(the diffraction limit of optical instruments*

Das wesentliche Kriterium für die Güte eines Mikroskops ist nicht unbedingt die Vergrößerung, sondern das **Auflösungsvermögen**. Unter dem Begriff Auflösungsvermögen versteht man den kleinsten noch wahrnehmbaren Abstand zweier Punkte.

Fällt Licht durch eine kreisrunde Öffnung, wie sie optische Instrumente wie Fernrohr und Mikroskop aber auch das Auge besitzt, so tritt Beugung auf **(Abb. 102.3** und **Abb. 102.4)**. Zwei Lichtpunkte werden als getrennt wahrgenommen, wenn sie unter einem Winkel erscheinen, der größer ist, als ein bestimmter „kleinster Sehwinkel $\Delta\theta$". Das ist etwa dann der Fall, wenn das Zentrum des einen Beugungsscheibchens mit dem ersten dunklen Ring (Beugungsminimum 1. Ordnung) des anderen zusammenfällt. Dies wird **Rayleigh-Kriterium** genannt.

Durch die Beugungsphänomene an einer Blende, z. B. der Öffnung eines Teleskops, ergibt sich der **kleinste Winkel θ** zwischen zwei Strahlen, bei dem man Lichtpunkte noch getrennt wahrnehmen kann mit:

$\sin\theta = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}$ **Rayleigh-Kriterium** - für kleine Winkel gilt: $\theta \approx \frac{\lambda}{d}$

d … Durchmesser der Öffnung (Blende); [d] = m    λ … Wellenlänge; [λ] = m

Je kleiner die verwendete Wellenlänge λ und je größer der Durchmesser des optischen Systems sind, umso „besser" (also kleiner) ist die Auflösung.

Für herkömmliche **Licht-Mikroskope** ergibt sich daraus in der Praxis: Es können nur Details sichtbar gemacht werden, die größer als eine halbe Wellenlänge (λ/2) der verwendeten Strahlung sind. Das menschliche Auge ist ohne Hilfsmittel in der Lage Einzelheiten zu unterscheiden, die 0,1 bis 0,2 mm voneinander entfernt liegen. Aus diesen Werten ergibt sich die mit Lichtmikroskopen erzielbare maximale Vergrößerung etwa bei einem Faktor 1 000. Vergrößerungen über diese Grenze hinaus ergeben bei Verwendung von weißem Licht „bunte" optische Täuschungen aufgrund der Beugungsphänomene. Mittels UV-Licht kann die Vergrößerung erhöht werden!

Abb. 102.4 ***Rayleigh-Kriterium:*** *Zwei Lichtpunkte deren Beugungsbilder sich so überlappen, dass die Lichtpunkte gerade noch deutlich getrennt wahrgenommen werden.*

[1] Es handelt sich um jenen HOOKE, der auch in der Mechanik (Stichwort: Federkraft) forschte.

## Beispiel 5.6

**Auflösung des Auges:**
Zu berechnen ist die **beugungsbedingte** Auflösung für rotes Licht (Pupillendurchmesser 3 mm).

Einsetzen der Werte in die Näherungsformel der Auflösung:

$$\theta \approx \frac{\lambda}{d} = \frac{700\text{ nm}}{3\text{ mm}} = \mathbf{0{,}00023\ rad}$$

Das entspricht etwa **48"**. Zwei Punkte müssen also einen Sehwinkel von fast einer Winkelminute einschließen, um von Menschen getrennt gesehen zu werden.

**Hinweis:** Vergleicht man diese beugungsbedingte Auflösung mit der biologischen Auflösung der Sehzellen, dann entspricht dies in etwa dem Abstand zweier Sinneszellen auf der Netzhaut. Eine viel feinere Einteilung der Zellen auf der Netzhaut wäre wegen des Beugungsphänomens zwecklos.

**Abb. 103.1**

### 5.4.3 Teleskope *(telescopes)*

Teleskope (Fernrohre) dienen zur Beobachtung weit entfernter, großer Objekte. Ihre Aufgabe liegt in der **Lichtverstärkung** (Lichtsammlung) und in der **Vergrößerung**.

Prinzipiell unterscheidet man–

- **Refraktor-Teleskope (Linsenteleskope)**, deren Funktion hauptsächlich auf der **Brechung** beruht, und
- **Reflektor-Teleskope (Spiegelteleskope)**; die einen Haupt**spiegel** aufweisen.

Objektiv
Okular
$f_O$
$f_B$
Licht vom Objekt
zum verkehrten virtuellen Bild
Zwischenbild (reell)

**Abb. 103.2** *Strahlengang eines Kepler-Fernrohrs*

- **Das Astronomische oder Kepler'sche Fernrohr** *(astronomical refracting telescope)*

  Es besteht, wie **Abb. 103.2** zeigt, aus zwei Sammellinsen. Die von weit entfernten Gegenständen kommenden Strahlen sind praktisch parallel. Es entsteht in der Nähe des Brennpunkts F ein sehr kleines, reelles und verkehrtes Zwischenbild. Dieses wird mittels Okular, das wie eine Lupe wirkt, betrachtet.

  Für eine starke Vergrößerung wählt man eine hohe Objektivbrennweite $f_O$ und eine kleine Okularbrennweite $f_B$. Objektive mit großer Brennweite sind in der Regel auch lichtstärker, da sie mit relativ großem Objektivdurchmesser hergestellt werden können. (Die Lichtstärke eines Teleskops hängt von der Linsenquerschnittsfläche ab, durch die das Licht eintritt). Allerdings müssen Fernrohre mit großer Brennweite des Objektivs auch entsprechend lang sein **(Abb. 103.3)**. Da das Kepler-Fernrohr ein umgekehrtes Bild liefert, ist es für manche Anwendungen ungeeignet.

- **Holländisches oder Galilei'sches Fernrohr** *(Galilean telescope)*

  Bei diesem Teleskop wird als Okular eine Zerstreuungslinse eingesetzt.

  Es eignet sich auch als Opernglas, da es eine kurze Bauweise hat und aufrechte Bilder erzeugt. Allerdings ist der maximale Öffnungswinkel klein.

  Galilei benutzte das Fernrohr, um die Monde des Jupiters, den Ring des Saturns und die Krater des Mondes zu beobachten.

**Abb. 103.3** ***Fernrohr des Hevelius*** *(1611 –1687). HEVELIUS war Kaufmann und Ratsherr in Danzig und erwarb sich große Aufmerksamkeit mit sehr langbrennweitigen Linsenfernrohren. Er begründete die Mondtopographie.*

zum aufrechten virtuellen Bild
Objektiv
Okular
$f_B$
Licht vom Objekt
$f_O$

**Abb. 103.4** *Strahlengang eines Galilei´schen Fernrohres*

Abb. 104.1 *Schnittbild eines Feldstechers*

**Abb. 104.2** ***Umkehrprismen:*** *Die Prismen im Feldstecher sind zueinander um 90° verdreht und versetzt.*

Newton-Spiegelteleskop

Cassegrain-Spiegelteleskop

**Abb. 104.3** *Strahlengänge von Spiegelteleskopen*

- **Feldstecher** *(binoculars):*

  Der Feldstecher (Prismenfernrohr) beruht auf dem astronomischen Fernrohr. Um allerdings ein aufrechtes Bild zu erzeugen, bewirken zueinander um 90° gedrehte Prismen eine Bildumkehr. Durch den verwinkelten Strahlengang kann auch die Baulänge bei relativ großer Brennweite kurz gehalten werden.

  Neben der Vergrößerung des Sehwinkels ist die **Bildhelligkeit** sehr wichtig. (Gilt nicht nur beim Feldstecher!) Die **Lichtstärke** ist proportional zur nutzbaren Objektiv-Querschnittfläche.

  Gläser mit hoher Lichtstärke sind aber relativ groß, schwer und teuer.

  **Kenngrößen des Feldstechers:** Auf jedem Glas sind zwei Zahlen angegeben, z. B. 8 x 40 oder 10 x 25. Die erste Zahl gibt den **Vergrößerungsfaktor** an, die zweite Zahl gibt den **Objektivdurchmesser** in Millimeter an.

  Eine achtfache Vergrößerung erzeugt z. B. bei einer Entfernung von 100 m zum Objekt die Illusion, als wäre der Betrachter nur 12,5 m von dem beobachteten Gegenstand entfernt (100 : 8 = 12,5). Ab einer Vergrößerung von 12 wird es schwer, den Feldstecher mit der freien Hand noch ausreichend ruhig zu halten.

  **Beachte:** Das Objektiv lässt auf Grund seiner größeren **Fläche** viel Strahlungsleistung auf die Netzhaut einfallen. Daher nie mit dem Feldstecher die Sonne direkt beobachten, dabei wird das Auge irreversibel zerstört!

- **Spiegelteleskope** *(reflecting telescopes)*

  In der Astronomie ist weniger die Vergrößerung, sondern vielmehr die empfangene Strahlungsleistung von Bedeutung. Linsenteleskope müssen dafür große Objektivdurchmesser aufweisen. Bei großen Linsen werfen Linsenfehler (chromatische Aberration) Probleme auf, zudem gibt es mechanische Schwierigkeiten, da schwere Linsen ja nur am Rand unterstützt werden können. In großen Fernrohren werden daher meist parabolisch geschliffene Hohlspiegel eingesetzt. Spiegel können auch aus mehreren Teilspiegeln zusammengesetzt werden (z. B. 10 m-Spiegel des Keck-Teleskops in Hawaii).

  **Strahlengänge (Abb. 104.3):**

  Beim Newton-Spiegelteleskop fällt das Licht auf einen Hauptspiegel und wird danach in der Nähe des Brennpunkts durch einen kleinen Fangspiegel (Sekundärspiegel) seitlich zum Beobachter, bzw. zur Kamera ausgeblendet; beim Cassegrain-Teleskop wird das Licht durch ein Loch im Hauptspiegel zum Beobachter weitergeleitet.

## Ergänzung & Ausblick

### Der Blick ins All

ist ein Blick in die Vergangenheit. Das Licht, das die Teleskope erreicht, ist oft einige Milliarden Jahre unterwegs und entsprechend schwach.

Dass man extrem weit entfernte Objekte überhaupt noch sieht, liegt einerseits daran, dass solche Objekte entsprechend viel Energie abstrahlen, andererseits an der Empfindlichkeit moderner Teleskope.

Ein Hindernis, das sich dem Licht in den Weg stellt, ist die **Atmosphäre** der Erde. Sie absorbiert nahezu alle aus dem Universum auf uns zukommende Strahlung **(Abb. 105.1)**. Den Blick ins All ermöglichen zwei „Fenster" im elektromagnetischen Spektrum:

- **Optisches Fenster:** Der Bereich der **optischen Astronomie** ist definiert nach dem von der Erdatmosphäre durchgelassenen Bereich: Dieser beginnt mit Ultraviolett (ab etwa 320 nm) und reicht bis ins nahe Infrarot (bis ca. 1 000 nm).
- **Radio-Fenster:** Erdgebundene Teleskope können auch noch im Bereich der **Radiowellen** (LW, KW) betrieben werden.

Alle anderen Frequenzbereiche werden zumeist von Teleskopen im Weltall erkundet, z. B. von Röntgensatelliten.

Abb. 105.1 *Ausschnitt aus dem **Spektrum** der **elektromagnetischen Wellen**. Das sichtbare Licht macht nur einen winzigen Teil des Spektrums aus.*

- **Teleskoptechnik:**

**Nachführeinrichtungen:** Ein Teleskop hat nicht nur optische Einrichtungen. Da die Erde sich um ihre Achse dreht, und sich die Sterne daher scheinbar von Ost nach West am Himmel bewegen, sind Einrichtungen notwendig, die das Teleskop der scheinbaren Bewegung des Sterns am Himmel präzise nachführen. Zusätzlich dreht sich die gesamte schützende (meist weiße) Kuppel des Teleskops.

**Steuerung und Beobachtung:** Bei Großteleskopen blickt der Astronom nicht mehr direkt „durch das Teleskop" in den Himmel. Oft werden Teleskope von ganz anderen Kontinenten aus vollautomatisch gesteuert. Beobachtungszeit erhalten jene Wissenschaftsteams, deren Institute oder Staaten sich an der Finanzierung beteiligen.

Die Strahlungsenergie des schwachen Lichts ferner Objekte kann nicht nur durch große Objektivdurchmesser verstärkt werden, auch mittels einer **langen Beobachtungszeit** desselben Himmelsausschnitts ist der Effekt des „Photonensammelns" erreichbar. Bei einer Beobachtung mit dem Auge wird wenig Licht „gesammelt", da uns etwa alle 50 ms ein neues Bild bewusst wird. Langzeitbelichtungen sind durch den Einsatz von modernen digitalen Aufnahmeverfahren manchmal auch über Wochen möglich.

**Bildsynthese:** Die veröffentlichten Bilder astronomischer Objekte **(Abb. 105.2** und **106.4)** sind auch deshalb recht ansprechend da sie oft „eingefärbt" werden. Den unterschiedlichen Wellenlängen der gemessenen Strahlung werden Spektralfarben zugeordnet. Die Notwendigkeit ist leicht erklärbar, schließlich hat ein Teil der Bildpunkte Wellenlängen, die gar nicht im sichtbaren Bereich liegen.

**Aktive Optik:** Bei Großteleskopen korrigieren Stempel in Sekundenbruchteilen unerwünschte Verformungen des Hauptspiegels, die durch Temperaturschwankungen und Lastwechsel verursacht werden.

**Adaptive Optik:** Um die Luftunruhe („Schlieren" und „Flimmern") der Atmosphäre auszugleichen, wird der Sekundärspiegel oder ein weiterer Spiegel mit hoher Geschwindigkeit (≈1000 Hz) präzise verformt.

**Abb. 105.2** ***Spiralgalaxie NGC 1288.***
*Aufnahme des VLTs (Very Large Teleskop). Es wurde aus drei Aufnahmen zusammengesetzt, die in verschiedenen Wellenlängenbereichen aufgenommen wurden. Diese Galaxie mit einem Durchmesser von rund 200 000 Lichtjahren ist etwa 300 Millionen Lichtjahre entfernt; sie enthält hunderte Milliarden von Sternen.*

**Abb. 105.3** ***Prinzipien moderner Teleskoptechnik*** *Die aktive Optik optimiert den großen Hauptspiegel. Zusätzlich kompensiert eine adaptive Optik störende Luftunruhe durch Verformung des oberen Sekundärspiegels.*

**Abb. 105.4** ***Aktive Optik*** *des Very Large Telescopes; Sicht von unten auf den Spiegel und die thermische Isolierung der Mechanik. Die Isolierung verdeckt die 75 vertikal und 24 horizontal beweglichen Stützen des 8,2 m-Hauptspiegels.*

## Ergänzung & Ausblick

### Röntgenteleskopie:

Röntgenstrahlen werden von der Erdatmosphäre vollständig absorbiert. Röntgenteleskope werden daher im All positioniert. Da Röntgenstrahlen von herkömmlichen Spiegeln nicht reflektiert werden, sind mehrschalige Konstruktionen notwendig **(Abb. 106.1)**.

F
Spiegelplatten
Röntgenstrahlen

**Abb. 106.1** ***Prinzip eines Röntgenteleskops:*** *Ein Röntgenteleskop enthält mehrere röhrenförmige parabolische bzw. hyperbolische Spiegelflächen, da die Oberfläche jeweils sehr flach zum einfallenden Licht stehen muss. Sonst dringt das kurzwellige Röntgenlicht ohne Reflexion in die Spiegelplatten.*

**Abb. 106.2** *Einer der drei* ***Röntgenspiegel*** *des* ***XMM-Newton****: Das Foto zeigt die Vorderkanten der 58 Spiegel, die hauchdünn mit Gold überzogen sind.*

**Abb. 106.3** ***XMM-Newton*** *ist ein Forschungssatellit der europäischen Raumfahrtagentur ESA. Im Bild sind die Öffnungen der drei identischen Röntgen Teleskope erkennbar, die eine detailgenaue Beobachtung auch relativ schwacher kosmischer Röntgenquellen erlauben.*

**Abb. 106.4** *Zusammengesetztes Bild vom* ***Adlernebel****, aufgenommen von Herschel und dem Röntgenteleskop XMM-Newton. Die bunten Punkte im Zentrum sind Abbildungen von Sternen im Röntgenbereich. Herschel ist ein großes Weltraumteleskop, das im fernen Infrarotspektrum arbeitet.*

### Größenklassen von Sternen:

Die **Größenklassen** werden durch die **Helligkeitsskala Magnitudo** festgelegt: Der Helligkeitsunterschied zweier Sterne, die mit der Intensität $I_1$ bzw. $I_2$ strahlen, wird logarithmisch ausgedrückt: $m_1 - m_2 = -2{,}5 \cdot \log (I_1 / I_2)$ in der Einheit **mag**. Vergleicht man zwei Sterne, die eine Helligkeitsdifferenz von 5 mag aufweisen, dann muss die Intensität des helleren Sterns hundertmal so groß sein wie die des schwächeren! Mit bloßem Auge kann man bei guten Bedingungen Sterne bis zur sechsten Größenklasse erkennen, mit einem Feldstecher bis etwa zur neunten.

| **Scheinbare Helligkeit von Himmelsobjekten** (ohne Berücksichtigung der Entfernung): | |
|---|---|
| Sonne | -26,8 mag |
| Vollmond | -12,7 mag |
| Venus | -4,4 mag |
| Jupiter | -2,8 mag |
| Sirius, hellster Stern am Nachthimmel | -1,5 mag |
| Wega – Eichstern | 0 mag |
| Polarstern | +2,1 mag |
| Sichtbarkeitsgrenze für das bloße Auge | +6 mag |
| Sichtbarkeitsgrenze mit den besten Teleskopen | +30 mag |

- **Auflösungsvermögen eines Teleskops:**
  Beugungsbedingt ist das Auflösungsvermögen wie in Kapitel 5.4.2 beschrieben begrenzt. **Abb. 107.1** zeigt wie sich die Abbildung verändert, wenn die Größe der Blende vergrößert wird.
  Zusätzlich verschlechtern Luftturbulenzen (*Seeing*) die Auflösung vor allem im optischen Bereich.

**Abb. 107.1** *Bildserie "eines Sterns" mit unterschiedlichem Blendendurchmesser. Links sind Beugungsscheiben um den aufgenommenen Stern erkennbar. Wird der Durchmesser der Objektivblende vergrößert steigt die Auflösung. In der Bildfolge haben sich die Irritationen durch Beugung verringert, es wird immer besser erkennbar, dass eigentlich zwei Sterne abgebildet werden.*

**Abb. 107.2** ***Das Very Large Telescope (VLT)*** *der europäischen Südsternwarte (ESO) wird mit seinen vier 8 m-Spiegeln auf dem 2600 m hohen Cerro Paranal in der chilenischen Atacama-Wüste betrieben. Es können Sterne bis zur 30ten Größenklasse erfasst werden. Weiters werden kleinere auf Schienen verschiebbare 1,8 m Teleskope* ***interferometrisch*** *zusammengeschaltet um kleinste Winkelauflösungen zu erreichen.*

**Interferometrie:** Das Auflösungsvermögen von Teleskopen kann man verbessern, wenn mehrere Teleskope „zusammengeschaltet" werden und der Abstand zwischen den Einzelteleskopen möglichst groß gewählt wird. Die Signale der Einzelteleskope werden so „zusammengemischt", dass sich die Lichtwellen oder Radiowellen überlagern (interferieren). Beispielsweise können mit dem „Very Large Teleskop Interferometer" (VLTI) der europäischen Südsternwarte **(Abb. 107.2)** im optischen Bereich Aufnahmen mit einer Winkelauflösung von Millibogensekunden erstellt werden. In der Radioastronomie sind noch weitaus kleinere Winkelauflösungen möglich **(Ü 5.17)**.

**Abb. 107.3** ***Interferometrie-Tunnel des VLTI:*** *Mit Hilfe von Spiegeln durchlaufen die Lichtsignale der einzelnen Teleskope Verzögerungsstrecken und werden danach mit großer Präzision überlagert*

## Beispiel 5.7

### Auflösungsvermögen des VLTI der ESA

Das Auflösungsvermögen der Teleskope Antu und Melipal[1] des VLT der europäischen Südsternwarte in Chile ist phantastisch: Durch interferometrische Zusammenschaltung der beiden 102 m auseinander stehenden 8-m-Teleskope erreicht man im nahen infrarotem Spektralbereich bei 10 µm eine Auflösung von 0,02".

**a)** Dies ist rechnerisch zu überprüfen.

**b)** In welchem Abstand zueinander könnte man mit dieser Auflösung zwei Strahlungsquellen am Mond (400 000 km Entfernung) voneinander unterscheiden?

**a)** Durch Einsetzen in die Näherungsformel für die beugungsbedingte Auflösung (siehe **Kapitel 5.4.2**) erhält man:

$$\sin\theta = 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d} = 1{,}22\,\frac{10 \cdot 10^{-6}\ \text{m}}{102\ \text{m}} = 1{,}2 \cdot 10^{-7}\ \text{rad}$$

Daraus ergibt sich ein Winkel in Bogensekunden von **0,025"**. Dies entspricht der aufgestellten Behauptung!

**b)** Aus dem Dreieck mit den Seiten „Entfernung zum Mond (L)" und „noch auflösbare Länge (s)" kann man für kleine Winkel anschreiben:

$$\theta = \frac{s}{L}$$

[1] Es sind dies Namen aus der Sprache der einheimischen Mapuche-Indianer; „an-too" bedeutet "Sonne" und „me-li-pal" steht für "Kreuz des Südens" (ein für den Südhimmel charakteristisches Sternbild).

## Übungen

Wenn du die folgenden Übungen gut absolvierst, dann weißt du Bescheid über die Gewinnung naturwissenschaftlicher Erkenntnisse, und kannst deren Verlässlichkeit und Grenzen einschätzen.

**Ü 5.17** Es sind die **Winkelauflösung** folgender Teleskope zu vergleichen:

**a)** Spiegelteleskop auf dem Mt. Palomar (Kalifornien, USA) mit einem Durchmesser d = 5 m; es arbeitet im optischen Bereich (λ = 550 nm).

**b)** **VLBI** *(**V**ery **L**ong **B**aseline **I**nterferometry)*. Beim VLBI werden Signale von Teleskopen auf der Erde mit einem Weltraumteleskop interferiert **(Abb. 108.1)**. Zum Beispiel wird das 100-m-Radioteleskop Effelsberg mit dem Weltraumradioteleskop RadioAstron kombiniert. RadioAstron hat einen Durchmesser von 10 m und befindet sich auf einer Umlaufbahn, auf der es sich bis zu 350 000 Kilometer von der Erde entfernt und arbeitet in einem Wellenlängenbereich von 18 cm.



**Abb. 108.1** *zu Ü 5.17 Mit Hilfe eines Satelliten und interferometrischer Auswertung kann die Basislinie erweitert werden. Die Auflösung wird besser.*

**Ü 5.18 Teste dich selbst!**

**a)** Die RNA, die Ribonukleinsäure, wird auch Molekül des Lebens genannt. Sie lässt sich sichtbar machen

- ☐ mit einem Fluoreszensmikroskop
- ☐ mit einer Lupe
- ☐ mit einem Mikrophon
- ☐ mit einem Teleskop

**b)** Welche Kriterien verbessern die Einsatzmöglichkeiten von Mikroskopen?

- ☐ kleiner Spiegeldurchmesser
- ☐ längere Belichtungszeit
- ☐ große Wellenlängen der benutzten Lichtquelle
- ☐ kleine Winkelauflösung

**c)** Die Hauptaufgabe von Teleskopen liegt darin, dass sie

- ☐ uns den Mikrokosmos näher bringen
- ☐ das Licht der Himmelskörper verstärken
- ☐ Sterne höchster Helligkeitsklassen sichtbar machen
- ☐ kleine Objekte vergrößern

**d)** Teleskope werden interferometrisch zusammengeschaltet, damit

- ☐ vor allem das Licht der Himmelskörper verstärkt wird.
- ☐ man den Durchmessern von Sternen messen kann.
- ☐ atmosphärische Störungen ausgeschalten werden.
- ☐ man besser Einzelheiten erkennt.

**Mehrfachantworten möglich.**



**Abb. 108.2**

**Ü 5.19 Ergänze den Lückentext:**

Den Bereich der guten Durchlässigkeit unserer Atmosphäre für sichtbar elektromagnetische Wellen nennt man ______________. Eine aktive Optik verformt und optimiert den ______________ . Atmosphärische Störungen können mit einer ______________ Optik ausgeglichen werden.

Teleskope, bei denen mehrere Spiegel zusammengeschaltet werden, haben eine bessere Winkel-______________. Die Signale der Einzelspiegel werden dabei ______________. Die Winkelauflösung ist bei Radioteleskopen schlechter, da die Wellenlänge ______________ ist als bei optischen Teleskopen. Durch Zusammenschalten von Radioteleskopen kann die ______________ verbessert werden, vor allem, wenn der ______________ zwischen den Teleskopen groß gewählt wird.

**Ü 5. 20** Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Teleskope, indem du folgende Übungen durchführst.

Suche nach Antworten auf folgende Fragen (und bewundere dabei natürlich auch die schönen Bilder der weltbesten Teleskope, die dir bei deiner Recherche vermutlich unterkommen werden):

**a)** Ist der Krebsnebel eine Galaxie?

**b)** Ist die Magellansche Wolke ein planetarischer Nebel? Was ist ein planetarischer Nebel?

**c)** Ist der charakteristische dunkle Fleck im Pferdekopfnebel eine sternfreie Zone oder ist er eine Gaswolke, die Licht absorbiert?

**d)** Was bedeutet die Abkürzung ESA? Wo befinden sich Teleskope der ESA?

**e)** Finde aktuelle Daten für die Winkelauflösung des VLTI.

### 5.4.4 Kamera *(camera)*

Die Geschichte der Fotografie nahm ihren Anfang vor mehr als 150 Jahren, als es am Beginn des 19. Jahrhunderts gelang, lichtempfindliche Filme (Platten) herzustellen.

Die Entwicklung seit damals ist beeindruckend:

- Schwarzweißfilm
- Farbfilm
- Bewegte Bilder in Film und Fernsehen
- Digitale Bildverarbeitung und Aufnahme

**Aufbau und Funktion einer Kamera:**

Über eine Sammellinse wird ein reelles verkehrtes Bild auf den elektronischen Bildwandler (Bildsensor) projiziert. Damit ein scharfes Bild entsteht, müssen die geometrischen Zusammenhänge wie in **Abb. 101.2** erfüllt sein. Dazu muss der Abstand zwischen Linse und Bildsensor (meist mittels Autofocussystem) eingestellt werden.

Das Bild wird auf einem Monitor angezeigt.

**Abb. 109.2** *Vereinfachte Darstellung des Strahlengangs bei einer Digitalkamera*

Die Lichtmenge, die auf den Chip trifft, kann beeinflusst werden

- durch eine verstellbare **Blende** (Iris, **Abb. 109.4**) und
- durch die **Dauer** der Lichteinwirkung. (Bei CCD-Kameras erfolgt die Steuerung elektronisch durch einen Shutter.)

- Als **Lichtstärke** bezeichnet man bei einem Objektiv die maximale **Blendenöffnung**. Eine hohe Lichtstärke hat den Vorteil, dass Photographieren unter schlechteren Lichtbedingungen noch möglich ist. Lichtstärkere, also größere Objektive sind natürlich teurer.
- Unter dem Begriff **„Unschärfe“** versteht man:
  - Unschärfe durch „Verwackeln" bei schlechten Lichtbedingungen.
  - **Bewegungsunschärfe** bei schneller Eigenbewegung des Objekts (Sportfotografie).
  - Die Schärfe eines Bildes ist auch durch die Qualität des Bildsensors festgelegt. Das Bildsignal ist immer von einem Rauschsignal überlagert, das möglich gering sein sollte (Stichwort: **Signal-Rauschabstand**).
- **Optische Auflösung:** Für eine Kamera ist die Anzahl der Bildpunkte ein wichtiges Kriterium. Die Anzahl der einzelnen Bildpunkte (auch Dots oder Pixel) ist abhängig von der Größe des elektronischen Bildwandlers. Bei Vergrößerung des Bildausschnitts (elektronisches Zoom) verringert sich die (relative) Auflösung.
- **Interpolation** ist ein mathematisches Verfahren, um einen unbekannten Wert zwischen zwei bekannten Größen zu errechnen. Es dient zur Erhöhung der Bildauflösung durch Hinzufügen von Pixeln.

**Abb. 109.1** *Der britische Fotograf EADWEARD MUYBRIDGE (1830-1904) gilt mit seinen berühmten Serienaufnahmen von Bewegungsabläufen von Tieren als Vorreiter der Fotografie. Die Entwicklung hin zum bewegten Bild (Cinematographie, Kino) begann.*

**Abb. 109.3** *Ein **Telezoom-Objektiv** („Gummilinse“) ist ein Objektiv mit veränderlicher Brennweite. Damit können auch weiter entfernte Objekte „herangezoomt“, also relativ groß abgebildet werden.*

**Abb. 109.4** ***Iris-Blende:** Bei Verdoppelung der **Blendenzahl**[1)] (z. B. von 8 auf 16) reduziert sich die durchtretende Lichtmenge auf ein Viertel.*

**Abb. 109.5** *Herz der CCD- Kameras: Der elektronische Bildsensor, meist ein Chip mit tausenden Fotosensoren. CCD steht für"charge coupled devices".*

1) Die **Blendenzahl** eines Objektivs ist das Verhältnis der Brennweite zum Durchmesser.

Abb. 110.1 ***MAN RAY:*** *Glass Tears, 1930, gilt als Klassiker der Porträtkunst. Auch heute noch werden im künstlerischen Bereich Schwarz-Weiß-Filme gedreht.*

Abb. 110.2 ***Eddie ADAMS:*** *Saigon, Vietnam, 1968. Durch dieses Schock- Foto, das die grausame Kriegsrealität (Vietnamkrieg) zeigt, wurde die Friedensbewegung der 68er-Jahre des zwanzigsten Jahrhunderts ausgelöst.*

Abb. 110.3 ***Lichtleiter*** *für Dekorationszwecke*

**Thema & Gesellschaft**

Die Macht der Bilder

Noch nie war die Menschheit von einer derartigen Flut visueller Eindrücke umgeben wie heute. Unser Leben ist ohne der Bilderwelt in Zeitung, Fernsehen und Internet kaum mehr vorstellbar.

Zweifelsfrei geht von Bildern Macht aus: Flugzeuge, die in Wolkenkratzer rasen – solche Bilder bleiben in Erinnerung!

Was können diese Fotos bewirken?

Bilder erzeugen bleibende Eindrücke. Bilder wecken Emotionen: Mitleid, Hass, Wut, Freude – sie haben die Macht, unser Fühlen und damit unser Denken und Handeln zu **beeinflussen**.

Gerade deshalb haben sich auch schon immer Herrscher und politische Gruppierungen für die Macht der Bilder interessiert. Auch heutzutage werden Bilder von Interessengruppen und politischen Parteien benutzt, um Menschen zu beeinflussen.

Computerspiele benützen ebenso visuelle, geschickt gemachte Effekte. Diese haben uns im Griff und können uns abhängig machen.

Visuelle Eindrücke haben dramatisch zugenommen. Diese Entwicklung ist nicht unproblematisch. Menschen sehen (bewegte) Bilder und glauben, komplexe Sachverhalte zu verstehen: „Wir haben es ja mit eigenen Augen gesehen." An die Stelle einer kritischen Betrachtungsweise tritt oft eine naive Bildergläubigkeit. Anstelle der guten Information tritt die gute Unterhaltung.

**Ein Bild sagt mehr als tausend Worte. Wirklich?**

Diskutiere das Thema fächerübergreifend mit deiner Lehrkraft.

## 4.5.4 Lichtwellenleiter *(optical wave guide)*

Lichtwellenleiter (LWL) dienen zur Übertragung von Licht. Bei flachem Eintritt von Licht in Glasfasern oder Kunststofffasern werden die Strahlen an den Grenzflächen total reflektiert. Auf diese Weise können Lichtstrahlen weitergeleitet werden **(Abb. 110.2)**.



**Abb. 110.4** *Nur Licht, das innerhalb des Kegels einfällt, wird im Lichtwellenleiter weitergeleitet.*

**Wiederholung**

**Voraussetzung für Totalreflexion (Kapitel 3.2.1)**:

- Licht trifft auf Grenzfläche vom optisch dichteren zum optisch dünneren Medium.
- Totalreflexion tritt auf, wenn der **Grenzwinkel $\alpha_G$** überschritten wird, also der Einfallswinkel ausreichend groß ist.

Für den Grenzwinkel $\alpha_G$ beim Übergang von Medium 1 zu Medium 2 gilt:

$\sin \alpha_G = 1{,}22 \cdot \frac{n_2}{n_1};\ n_1 > n_2$

**Verwendung von Lichtwellenleitern**

- in der Telekommunikation als leitungsgebundenes Medium zur Signalübertragung.
- in der Medizin zur Beleuchtung und Besichtigung von Körperhöhlen als Endoskop (Endoskopie).
- in der Materialbearbeitung zur Übertragung der Lichtenergie von Laserstrahlung.
- zur Beleuchtung (Mikroskopbeleuchtung oder für Dekorationsbeleuchtung in der Innenraumgestaltung).
- in der Messtechnik (z. B. faseroptische Sensoren).

Für Lichtwellenleiter muss der Brechungsindex des Kerns $n_K$ größer sein, als der der Hülle (Mantel) $n_M$.

- **Akzeptanzwinkel:** Der Einfallswinkel des Lichts in die Faser sollte innerhalb eines Kegels mit dem Öffnungswinkel $\alpha_K$ **(Aktzeptanzwinkel)** liegen. Licht außerhalb des Kegels wird in der Faser nicht weitergeleitet.
- **Signaldämpfung:** Entscheidend für die Funktionalität von Lichtwellenleitern ist die Dämpfung. Dämpfung bedeutet Energieverlust. **Streuungsverluste** und **Absorptionsverluste** sind stark wellenlängenabhängig. Sie entstehen durch Dichteschwankungen oder durch Streuung des Lichts an Verunreinigung mit unerwünschten Fremdstoffen. Zusätzlich gibt es noch **Strahlungsverluste** aufgrund von mangelnder Präzision der Lichteinspeisung bei kleinem Akzeptanzwinkel. Glasfaserleitungen sind für Signale im Infrarotbereich (Wellenlänge: 0,8 m bis 1,8 mm) für den Datentransport optimal geeignet. Eine Dämpfung von 1 dB/km gilt als Richtwert.

  Eine Dämpfung um 3db/km bedeutet, dass die Intensität des Lichts (des Signals) nach 1 km auf die Hälfte sinkt.
- **Dispersion:**

  Ein Problem bei der Übertragung von Information über lange Distanzen ist die **Dispersion**. Damit wird die Aufweitung eines Impulses im Verlauf der Übertragung bezeichnet. Die Dauer eines zunächst kurzen Lichtpulses wächst beim Durchlaufen der Faser ständig an. Versucht man, Pulse mit hoher Folgefrequenz in einer solchen Faser zu übertragen, so fließen sie allmählich ineinander und es kommt zu Übertragungsfehlern. Die **Datenübertragungsrate**, wird dadurch eingeschränkt. Aufgrund der Dispersion und der Dämpfung ist die Übertragungsrate abhängig von der Leitungslänge.

Man unterscheidet in Modendispersion und Materialdispersion:

a) **Modendispersion:** Die in die Faser einfallenden Strahlen breiten sich in unterschiedlicher Art aus; die einzelnen Möglichkeiten nennt man **Moden** **(Abb. 111.2)**. Licht, das sich entlang der Faserachse in einer Zickzackbahn **(Abb. 111.2, Weg 3)** fortbewegt, legt einen längeren Weg zurück als Licht, das sich eher in Achsrichtung bewegt **(Abb. 111.2 Weg 1 und Weg 2)**. Die Moden benötigen daher unterschiedliche Zeiten zum Durchlaufen der Faser. In der Summe ergeben die Lichtstrahlen (Moden) einen „verschmierten" Impuls **(Abb. 111.3)**.

$t_{Eintritt}$ 1 2 3 $t_{Austritt}$

**Abb. 111.2** ***Modendispersion:*** *Ausbreitung verschiedener Moden*

b) **Materialdispersion:**

Lichtstrahlen verschiedener Wellenlängen haben verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeiten. Langwelliges Licht **(rote Bahn in Abb. 111.4)** ist schneller als kurzwelliges. Da in jeder Mode das Spektrum der Lichtquelle enthalten ist, entstehen durch die Materialdispersion Laufzeitdifferenzen innerhalb jeder Mode. Dies bewirkt ebenfalls eine Zunahme der Lichtimpulsbreite.

rotes Licht ist schneller

**Abb. 111.4** ***Materialdispersion*** *entsteht durch die verschieden langen Wege von Licht unterschiedlicher Frequenz.*

**Merk & Würdig**

**Dämpfung, Dämpfungsgesetz:**

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x}$$

$I$ … Intensität an der Stelle x, $[I] = W/m^2$
$I_0$ … Int. am Ausgangspunkt $x = 0$
$x$ … Ort, Abstand
$\mu$ … Dämpfungskoeffizient

In der Praxis wird das 10-fache logarithmische Verhältnis von $I$ zu $I_0$ in dB/km angegeben (siehe auch „Schalldämpfung", **Kapitel 4.2.2**)

| Medium | Dämpfung in dB/km |
|---|---|
| Fensterglas | 50.000 |
| optisches Glas | 3.000 |
| dichter Nebel | 500 |
| Atmosphäre über Stadtgebiet | 10 |
| Lichtleiter | < 3 |

**Tab. 111.1**

**Abb. 111.1** ***Herstellung der Glasfaser:*** *Bei einer Temperatur von 2 000°C wird aus einer hochreinen Quarz-Glas-Vorform ein Faden gezogen. Die Qualitätskriterien für die chemische Zusammensetzung des Glases sind extrem hoch. Auch die nötige Präzision des Faserziehprozesses, die Temperaturregelung und die exakte Vorschubgeschwindigkeit, ist nicht einfach zu erreichen.*

**Abb. 111.3** ***Dispersion:*** *Der am Faserende empfangene Puls ist umso breiter, je länger die Lichtleitfaser ist. Die Intensität wird aufgrund von Dispersion und Dämpfung abgeschwächt. Der Effekt ist unter anderem vom Spektrum des verwendeten Lichts abhängig.*

## Ergänzung & Ausblick

**Übermittlung:** Die Daten werden durch optische Impulse übertragen. Jede einzelne Glasfaser braucht an den Enden ihren Sender und Empfänger. Als Sender kommen z. B. Leuchtdioden (LED; *light-emitting diodes*) oder Laserdioden in Frage, die Lichtimpulse erzeugen.

**Übertragungsrate (Kanalkapazität, Bitrate):** Gibt die Informationsmenge an, die ein (digitaler) Übertragungskanal in einer Zeiteinheit übertragen kann. Einheit: bit/s.

**Verunreinigungen** werden in **ppm** *(part per million)* oder **ppb** *(part per billion)* angegeben:

1 ppb entspricht einem Fremdteilchen auf $10^9$ $SiO_2$-Moleküle. z. B. 1 ppm Eisen (Fe) verursacht eine zusätzliche Dämpfung von 130 dB/km. Daraus ist zu erkennen, welchen Stellenwert die Reinheit des Glases bei Glasfaserleitungen hat.

**Monomodefaser** *(single mode fibre)***:** Durch eine Reduktion des Kerndurchmessers einer Stufenprofilfaser auf einen Wert von einigen Licht-Wellenlängen erreicht man, dass nur noch eine Mode ausgeführt wird1. Dies entspricht anschaulich dem Effekt, dass sich nur noch ein einziger Lichtstrahl entlang der Faserachse ausbreitet.

Der Hauptvorteil von Monomodefasern ist ihre sehr große Übertragungsbandbreite, da die sich in ihnen ausbreitenden Lichtwelle eine einheitliche Ausbreitungsgeschwindigkeit hat und somit keine Laufzeitunterschiede zwischen Lichtanteilen verschiedener Ausbreitungsrichtung auftreten können. Dennoch ist auch bei Monomodefasern die Bandbreite durch die Materialdispersion begrenzt. Monomodefasern aus Quarzglas sind heute standardmäßig eingesetzte Lichtwellenleiter für Telekommunikationszwecke, obwohl die Kopplung (Spleißung) von Glasfasern solch kleiner Durchmessers nicht ganz einfach ist.

R
r
r
n

**Abb 112.1** ***Monomodefaser:*** *Kerndurchmesser r ca. 10 µm; Manteldurchmesser R ca. 120 µm*

## Übungen

**Ü 5.21** Wenn du alle Verknüpfungen in der folgenden Übung herstellen kannst, dann kennst du Zusammenhänge zwischen wichtigen Fachbegriffen aus der Lichtwellenleitertechnologie.

Ordne die Lichtwellenleiter, indem du zusammenpassende Begriffe verbindest.

Akzeptanzwinkel A
Moden B
Dispersion C
Model D
Dämpfung E

1 Öffnungskegel
2 Aufweitung und Impulse
3 Absorption
4 verschiedene Lichtwege
5 Laufsteg

**Abb. 112.2**

[1)] Dies ist mittels der Unschärferelation der Quantenphysik erklärbar (siehe **Band 4**).

# 6 Vom Licht

**In diesem Kapitel geht es um**

- **die Theorie der Photonen**
- **Spektren**
- **Linien und Bänder**
- **Emission und Absorption**
- **Laser**

Wellenoptik:
Die Wellenlänge und die Objekte sind etwa gleich groß.

**Abb. 114.1** *Interferenz und Beugung lassen sich durch das Wellenmodell des Lichts verstehen.*

**Merk & Würdig**

**Photonen (Lichtteilchen)**

Die Photonen sind masselos und werden zu den Elementarteilchen gezählt. Sie sind die Überträger der elektromagnetischen Wechselwirkung, so genannte Quanten.

Photonen sind weder klassische Wellen noch klassische Teilchen.

Geometrische Optik:
Die Wellenlänge ist verglichen mit der Größe der Objekte klein.

**Abb. 114.2** *Die Gesetze der Reflexion und Brechung bestimmen die „Strahlenoptik". Licht kann sowohl als Wellen- als auch als Teilchenstrahl verstanden werden.*

## 6.1 Was ist Licht? – Kurzer historischer Abriss

Die Frage, was Licht ist, scheint leicht zu beantworten: Licht ist der sichtbare Teil des elektromagnetischen Spektrums.

Die Antwort darauf hängt auch vom jeweiligen Stand des Wissens ab. Die Suche nach dem Wesen des Lichts ist ein berühmt gewordenes Beispiel zweier Vorstellungen, die einander widersprechen: das **„Wellenbild"** und das **„Teilchenbild"**. Der Welle-Teilchen-Dualismus bei elektromagnetischer Strahlung wurde im 17. Jahrhundert entdeckt, als unterschiedliche Theorien zu der Frage entwickelt wurden, ob Licht nun eine Welle ist oder aus Teilchen besteht.

Eine tiefer gehende Darstellung des Problems erfolgt in **Band 4, Kapitel 3**.

- **Licht ist eine Welle:** Die Phänomene Reflexion, Brechung und Beugung konnten mit dem Denkmodell einer Welle erklärt werden. CHRISTIAN HUYGENS, der Begründer der Wellenoptik, bestimmte mit Hilfe des Wellenmodells sogar die Wellenlänge der verschiedenen Lichtfarben. HEINRICH HERTZ konnte zeigen, dass dieselben Gesetzmäßigkeiten, die er bei langwelligen elektromagnetischen Wellen beschrieb, auch für Licht Gültigkeit haben.
- **Licht ist ein Teilchen:** ISAAC NEWTON zeigte, dass auch mit „fliegenden Teilchen", den „Korpuskeln", Phänomene wie Reflexion und Brechung erklärbar sind. Seine Annahme schien sich aber nach der Entdeckung von Interferenz- und Beugungserscheinungen **(Kapitel 2.4.2 und 3.3)** nicht zu bestätigen. Diese sind mittels Teilchenmodell nicht erklärbar.
  ALBERT EINSTEIN benützte am Beginn des 20. Jahrhunderts **„Photonen"** (= griechisch für „Lichtteilchen") zur Erklärung des äußeren Photoeffekts[1]. Dadurch wurde der alte Streit, ob Licht Welle oder Teilchen sei, neu entfacht.
- **Licht ist Welle und Teilchen:** Schließlich erkannte man, dass Licht nach beiden Modellen behandelt werden muss: Welle und Photonenstrom **(Abb. 114.2)**. Dies wird als **Welle-Teilchen-Dualismus** bezeichnet.
  Je nachdem, welches Phänomen man beschreibt, verwendet man entweder die Wellen- oder die Teilchentheorie. Licht zeigt Eigenschaften beider Denkmodelle.
- **Wahrscheinlichkeitswelle:** Die sehr „mathematische" Quantentheorie löst das Problem „Welle oder Teilchen" mit einer sogenannten „Wahrscheinlichkeitswelle". Die mathematische Beschreibung sprengt allerdings den Rahmen dieses Kapitels und wird in Band 4, Kapitel 3, besprochen.
- Die Ausgangsfrage „Was ist Licht?" kann natürlich auch einfach „im Sinne Goethes" beantwortet werden: *„Das, was wir mit unsren Augen sehen (…)"*

[1] Im Jahr 1905 beschäftigte sich Albert EINSTEIN mit dem äußeren Photoeffekt. Dabei stützte er sich auf das von Planck aufgestellte Strahlungsgesetz für die Strahlung eines Schwarzer Körpers. Das Ergebnis war eine Ausformulierung und Verallgemeinerung der Lichtquantenhypothese mit dem Titel: „Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt." Einstein hat für diese Arbeit – und nicht für die Relativitätstheorie – 1921 den Nobelpreis erhalten.

## 6.2 Photoelektrischer Effekt

Am Ende des 19. Jahrhunderts untersuchte man folgendes

### Experiment

Man ließ Licht auf die Oberfläche einer Metallplatte fallen **(Abb. 115.1)**. Dabei beobachtete man einen Ausschlag am Elektroskop.

Man interpretierte das als die Fähigkeit des Lichts, Elektronen aus der Oberfläche der Metallplatte herauszuschlagen.

Nun änderte man die Versuchsanordnung:

(1) Man steigerte die Beleuchtungsstärke, ohne die Farbe zu ändern; d. h. man ließ die Frequenz unverändert.

(2) Man änderte die Frequenz, bestrahlte die Zinkplatte also mit rotem, blauen, … Licht, veränderte aber die Stärke der Beleuchtung nicht.

Genaueres siehe **Band 4, Kapitel 3**.



**Abb. 115.1** *vereinfachte Versuchsanordnung zum Photoeffekt*

In beiden Fällen machte man Beobachtungen, die im krassen Widerspruch zur klassischen Wellentheorie standen:

**Zu (1):**

**Erwartung:** Höhere Intensität der Strahlung; daher größere Amplitude und damit auch eine höhere Anzahl an austretenden Elektronen mit einer entsprechend höheren Austrittsgeschwindigkeit und damit auch einer höheren Energie.

**Beobachtung:** mehr austretende Elektronen, aber ihre Energie hat sich nicht verändert.

**Zu (2):**

**Erwartung:** Unabhängig von der Frequenz müsste bei ausreichend hoher Intensität der Strahlung ein Austreten von Elektronen zu beobachten sein.

**Beobachtung:** Z.B. treten bei rotem Licht keine Elektronen aus, bei blauem Licht schon.

Aus dem Experiment kann man schließen, dass

- die Energie der austretenden Elektronen nicht von der Intensität des einfallenden Lichts abhängt.
- unterhalb einer gewissen Grenzfrequenz des Lichts keine Elektronen aus dem Metall ausgeschlagen werden. Die Frequenz hängt vom Metall ab.



**Abb. 115.2** *MAX PLANCK überreicht ALBERT EINSTEIN am 28. Juni 1929 die Max-Planck-Medaille. Einstein und Planck haben sich – sowohl bei den ersten Arbeiten zur speziellen Relativitätstheorie als auch zur Quantentheorie – ideal ergänzt und einander gegenseitig sehr geschätzt.*

### Lichthypothese von Einstein

(1) Licht besteht aus den Lichtquanten, den Photonen.

(2) Ein Elektron absorbiert die Energie eines Photons zur Gänze oder gar nicht.

(3) Ein Verstärkung der Lichtintensität verändert nicht die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen.

Bei der **Emission eines Photons** gibt das Elektron die Energiedifferenz ΔE ab. Zwischen der Energiedifferenz und der Frequenz f des dabei freigesetzten Photons gilt ein linearer Zusammenhang:



**Abb. 115.3** *Ein Elektron kann durch Energiezufuhr ein höheres Energieniveau besetzen, dabei erhöht sich die Gesamtenergie des Atoms. Eine solche Energiezufuhr kann beispielsweise durch Stossprozesse, Wärmestrahlung oder Lichteinstrahlung (elektromagnetische Strahlung) erfolgen.*

### Merk & Würdig

$\Delta E = h \cdot f$

h ist eine Naturkonstante, das **Planck´sche Wirkungsquantum**

$h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ **Js**

Der **Photoeffekt** beschreibt den Vorgang, bei dem Elektronen aus einer Metalloberfläche durch auftretende Protonen heraus geschlagen werden.

## Übungen

**Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Photoeffekt, indem du die richtige Lösung ankreuzt.**

**Ü 6.1** Welche physikalischen Größen kann man mit dem Photoeffekt messen bzw. bestimmen?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen | | |
| **b)** Masse der Atome in der Metallplatte | | |
| **c)** Planck´sches Wirkungsquantum | | |
| **d)** Lichtgeschwindigkeit | | |
| **e)** Wellenlänge des Lichts | | |

**Ü 6.2** Welche Aussagen kann man auf Grund des Photoeffekts machen?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Keine. | | |
| **b)** Licht besitzt reinen Teilchencharakter. | | |
| **c)** Licht besitzt reinen Wellencharakter. | | |
| **d)** Licht besitzt Wellen- und Teilcheneigenschaften. | | |
| **e)** Die Energie eines Photons hängt nur von seiner Frequenz ab. | | |
| **f)** Die Energie eines Photons hängt von seiner Farbe ab. | | |

**Ü 6.3** Vervollständige den Satzbeginn: „Beim Photoeffekt…"

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** „… spielt die Wellenlänge des einfallenden Lichts eine entscheidende Rolle." | | |
| **b)** „…treten Elektronen aus einem Metall aus." | | |
| **c)** „…spielt die Beleuchtungsstärke eine wesentliche Rolle." | | |

**Ü 6.4** Welche der folgenden Aussagen ist korrekt, welche nicht?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Ein Photon kann nur ganz oder gar nicht absorbiert werden. | | |
| **b)** Die Energie eines Photons ist direkt proportional zu seiner Frequenz. | | |
| **c)** Die Planck-Konstante h ist unabhängig vom Material. | | |
| **d)** Je kurzwelliger das Licht ist, umso besser löst das Licht Elektronen aus der Platte. | | |

**Ü 6.5** Aus Wolfgang Pauli, „Physik und Erkenntnis":

*»Ein besonders auffallendes Beispiel einer Erscheinung, für deren Deutung das Teilchenbild das naturgemäße ist, bildet andrerseits der lichtelektrische Effekt, der in der Auslösung von Elektronen an einer Metallplatte durch Licht besteht. … Wie Einstein 1905 gezeigt hat, läßt sich das Phänomen des lichtelektrischen Effekts mit Hilfe der Vorstellung beschreiben, daß die Energie E und die Bewegungsgröße P des Lichts … in „Lichtquanten" oder „Photonen" der Größe $E = h \cdot f$ und $P = h / \lambda$ raumzeitlich konzentriert bleibt.«*

**a)** Welche Einheit hat P? Um welche Größe handelt es sich daher?

**b)** Welche Energie E besitzt ein rotes Photon ($\lambda$ = 770 nm) und welche ein blaues ($\lambda$ = 390 nm)?

# 6.3 Farbspektrum

Die Dispersion des Lichts wurde in Kapitel 3.3.2 beschrieben. In diesem Kapitel wird jetzt auf „Feinheiten" der Spektren eingegangen.

**Abb. 117.1** *Auffächern des weißen Lichtstrahls beim Eintritt in ein optisch dichteres Medium. Das violette Licht wird stärker gebrochen als das rote Licht.*

## 6.3.1 Emissionsspektrum

Um Erkenntnisse über die Entstehung und Eigenschaften von Licht zu gewinnen, untersuchen wir Licht, das von verschiedenen Lichtquellen ausgesandt wird und erzeugen **Prismenspektren**. Da nur das Licht, das die Lichtquelle aussendet, zerlegt wird, nennt man dieses Spektrum **Emissionsspektrum**.

Als Lichtquelle kann jedes (selbstleuchtende) Objekt dienen.

**Experiment**

Licht eines heißen Gases lässt sich durch ein Prisma in seine Spektralfarben zerlegen. Je nach Art der Quelle erhält man entweder ein kontinuierliches Spektrum oder ein Linienspektrum.

**Abb. 117.2** *Versuchsaufbau für die Aufnahme eines Emissionenspektrums*

**a) Kontinuierliches Spektrum**

Ein kontinuierliches Spektrum enthält alle Wellenlängen des sichtbaren Lichts. Dabei weisen benachbarte Farben eine ähnliche Helligkeit auf. Glühlampen können ein derartiges Spektrum erzeugen.

**Abb. 117.3** *Emissionsspektrum einer Halogenlampe*

**b) Linienspektrum**

Führen wir den gleichen Versuch mit einem Lichtstrahl einer Quecksilberdampflampe aus, ergibt sich ein Farbbild, in dem einige stark leuchtende Linien auftreten. Man nennt daher ein derartiges Spektrum Linienspektrum.

**Abb. 117.4** *Emissionsspektrum des weißen Lichtes einer Quecksilberdampflampe*

## 6.3.2 Absorptionsspektrum

Geht (weißes) Licht durch Gas hindurch und untersucht man das durchgetretene Licht mittels eines Prismas, so treten an bestimmten Stellen des Spektrums (bei bestimmten Wellenlängen) dunkle Streifen auf. Das Licht mit diesen Wellenlängen wurde vom durchleuchteten Gas verschluckt (absorbiert). Die anderen Wellenlängen (Farben) bleiben erhalten. Man erhält ein sogenanntes **Absorptionsspektrum**.

**Experiment**

Der Versuchsaufbau ähnelt der Durchführung des Versuchs in **Abb. 117.2**; er wurde jedoch um einen Gasbehälter erweitert, sodass das weiße Licht einer Glühlampe zuerst das im Behälter befindliche Gas durchquert, bevor es durch das Prisma in Farben aufgefächert wird.

**Abb. 117.5** *Versuchsaufbau für die Aufnahme eines Absorptionsspektrums.*

**Ergebnis des Experiments:**

a)

b)

**Abb. 118.1** *Das Absorptionsspektrum* ***a)*** *von Natrium zeigt an der Stelle der so genannten D-Linie des Emissionsspektrums* ***b)*** *eine dunkle Linie.*

## Merk & Würdig

**Spektren:** Die Energieniveaus im Termschema werden experimentell durch Vermessung der Absorptions- oder Emissionsspektren bestimmt. Die Untersuchungen an leuchtenden Gasen ergeben Linienspektren: Die Elektronen eines einzelnen Atoms nehmen feste, scharf abgegrenzte Energieniveaus (Linien) ein.

## Ergänzung & Ausblick

### Fraunhofer'sche Linien

Das Licht eines Sterns, das die „kühlen" Randzonen oder die Atmosphäre des Sterns durchquert, zeigt ein Absorptionsspektrum. Die Analyse eines solchen Absorptionsspektrums durch Vergleichsmessungen im Labor lässt auf die chemische Zusammensetzung dieser Sternzonen schließen. Derzeit sind im Bereich von IR bis UV etwa 22 000 Linien bekannt, teilweise mit einer Genauigkeit von $10^{-4}$ nm. Sie konnten bislang mehr als 60 Elementen zugeordnet werden.

**Abb. 118.2** *Sonnenspektrum – die kräftigen, dunklen Linien sind nach dem Physiker FRAUNHOFER[1] benannt, der sie 1814 ausführlich beschrieb.*

## Übungen

Überprüfe deine deine Kenntnisse zum Thema Spektrum, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 6.6** Kreuze an, wie der folgende Satz korrekt zu vervollständigen ist: „Ein Spektrum …"

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** „… lässt auf die Art der Lichtquelle schließen." | | |
| **b)** „… dient zur Bestimmung der Wellenlänge z.B. des roten Lichts." | | |
| **c)** „… enthält die „Zerlegung" von weißem Licht." | | |

**Ü 6.7** Welche der folgenden Aussagen sind korrekt, welche nicht? Kreuze an:

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Glühende feste Körper besitzen ein kontinuierliches Spektrum. | | |
| **b)** Glühende Gase besitzen ein kontinuierliches Spektrum. | | |
| **c)** Die Spektrallinien sind charakteristisch für chemische Elemente. | | |
| **d)** Jedes chemische Element besitzt ein anderes Linienspektrum. Darum dient ein Linienspektrum zur Identifikation von Substanzen. | | |
| **e)** Jedes Gas absorbiert nur diejenige Farbe, die es im leuchtenden Zustand auch emittiert. | | |
| **f)** Die Sonne besitzt ein kontinuierliches Spektrum. | | |

[1] JOSEPH VON FRAUNHOFER (1787 Straubing – 1826 München), deutscher Physiker. Er erlernte den Beruf eines Spiegelmachers und Glasschleifers. Die von ihm entwickelten optischen Instrumente erlangten Weltruhm und verhalfen ihm zu einer akademischen Laufbahn, obwohl er keine Universität besucht hatte. 1814 entdeckte er die Absorptionslinien im Sonnenspektrum und er war der erste, der die Wellenlänge von Spektrallinien genau gemessen hat. Außerdem bestätigte er mit seinen Überlegungen und Experimenten den Wellencharakter des Lichts.

## 6.4 Bändermodell

In Metallen sind die sogenannten **Leitungselektronen** die Stromträger. Das sind die äußersten Elektronen in der Elektronenhülle eines Atoms. Sie sind bei Metallen nicht mehr an ein bestimmtes Atom gebunden, sondern können sich frei bewegen. Man spricht auch von einem **Elektronengas**. Die elektrische Leitfähigkeit und der Widerstand werden auf die **freie Bewegung von Elektronen** im leitenden Medium zurückgeführt. Dieser Sachverhalt wird mit Hilfe des sogenannten **Energiebändermodells** (kurz **Bändermodell**)[1)] graphisch dargestellt.

Betrachten wir nun ein einzelnes Atom: Seine Elektronen können nur diskrete (=ganz bestimmte) Energiewerte annehmen **(Abb. 119.2a)**. Bei mehreren Atomen, z.B. in einem Molekül, wechselwirken die Elektronen und die Energieniveaus verbreitern sich. **(Abb. 119.2b)**. Bei einem Kristall, bei dem eine Vielzahl von Atomen einander beeeinflussen, steigt die Anzahl der erlaubten Energiezustände; sie verschmieren zu Energiebändern. Zwischen den einzelnen Bändern ist den Elektronen der „Aufenthalt" verboten.

Das äußerste Band bezeichnet man als **Valenzband**. Es sit das höchste besetzte Energieband und trägt zur chemischen Bindung bei. Darüber befindet sich das **Leitungsband**. In ihm befinden sich keine Elektronen. **(Abb. 119.3)**.

Mit dem Bändermodell lässt sich nun die Leitfähigkeit von Metallen anschaulich erklären:

- **Metall** *(metal)*: Die „Lücke" zwischen dem Valenz- und Leitfähigkeitsband ist sehr klein. Bereits eine geringe Energiezufuhr genügt, damit Elektronen vom Valenz- in das Leitfähigkeitsband gehoben werden **(Abb. 119.4)**.
- **Halbleiter** *(semiconductor)*: sind durch eine schmale verbotene Zone zwischen den Bändern gekennzeichnet. Durch Zufuhr von Energie, aber auch durch geeignete Dotierung können Elektronen in das Leitfähigkeitsband gebracht werden **(Abb. 119.5)**.
- **Isolator** *(insulator)*: Zwischen den beiden Bändern liegt eine breite verbotene Zone. Sie kann nur mit Hilfe hoher Energieanwendung überwunden werden **(Abb. 119.6)**

**Abb. 119.3** *Prinzipielle Darstellung von Valenz- und Leitfähigkeitsband. (Die Breite der Bänder ist bedeutungslos.) Die einzelnen Energieniveaus verschmieren zu einem* ***Band****.*

**Abb. 119.1** *Modell für die Bewegung eines Elektrons in Metall. Die Elektronen bewegen sich sehr schnell (≈ $10^5$ m/s). Die Driftgeschwindigkeit (ihre mittlere Geschwindigkeit im Stromkreis) beträgt aber nur etwa $10^{-5}$ m/s, abhängig von der Feldstärke.*

**Abb. 119.2** *a) Diskrete Energieniveaus in einem Atom*

*b) Energiebänder in einem Festkörper*

### Ergänzung & Ausblick

Stark vereinfachte Darstellung der Bänder für

**Leiter**

**Abb. 119.4** *Es überlappen sich erlaubte Bänder, sodass eine Kombination aus Valenz- und Leitungsband entsteht.*

**Halbleiter**

**Abb. 119.5** *Die Energielücke zwischen dem vollen Valenzband und dem Leitungsband ist sehr klein, daher können schon bei Zimmertemperatur einige Elektronen in das Leitungsband übertreten. Im Valenzband bleiben positiv geladene „Löcher" zurück.*

**Isolatoren**

**Abb. 119.6** *Das volle Valenzband ist vom Leitungsband durch eine (zu) große Bandlücke getrennt.*

1) Das Bändermodell ist keine graphische Darstellung eines Atoms oder Kristalls. Es dient lediglich der Anschauung.

**Merk & Würdig**

- **Spektren von Atomverbänden** haben Bänderstruktur.
- **Leitungsband:** Für die **Leitfähigkeit** im Atomverband sind die Bänder interessant, die nicht vollständig mit Elektronen gefüllt sind. Nur in diesen sind die Elektronen frei beweglich und stehen für die Stromleitung zur Verfügung.
- Das energetisch niedrigste Band, das noch freie Plätze für Elektronen zur Verfügung hat, wird **Leitfähigkeitsband (Leitungsband)** genannt.
- **Valenzband:** Die Elektronen der äußersten Schale eines Atoms heißen **Bindungs- oder Valenzelektronen**.
- Die zwischen den möglichen Energien liegenden Zustände werden als **verbotene Zonen oder Energielücken** bezeichnet.
- **Leiter:** Das Valenzband ist gleichzeitig Leitungsband, bzw. es überlappen sich Leitungs- und Valenzband.
- **Isolator:** Das volle Valenzband ist vom (leeren) Leitungsband durch eine (zu) große Bandlücke getrennt.
- **Halbleiter:** Die verbotene Zone zwischen dem vollen Valenzband und dem (bei tiefen Temperaturen) leeren Leitungsband ist sehr klein, daher können „leicht" einige Elektronen in das Leitungsband übertreten.

**Man unterscheidet zwei fundamentale Prozesse der Lichtemission**

**a) Spontane Emission**

Ein angeregtes Atom …

$E_2$

$E_1$

… gibt Strahlung ab.

**Abb. 120.1** *Der Zeitpunkt, an dem ein angeregtes Atom ein Photon emittiert, ist willkürlich. Richtwert für die* ***mittlere Lebensdauer*** *t eines angeregten Zustands bei spontaner Emission: t = $10^{-8}$ s Spontan emittierte Photonen haben unterschiedliche Ausbreitungsrichtung, Phasenlage und Polarisation. Sie sind inkohärent.*

**b) Stimulierte (oder induzierte) Emission**

Auftreffende Energiequanten veranlassen angeregte Atome …

$E_2$ $E_2$

$E_1$ $E_1$

… zur Emission von gleichartigen Quanten.

**Abb. 120.2** *Ein angeregtes Atom kann durch Einwirkung eines eingestrahlten Photons, bereits vor Ablauf der mittleren Lebensdauer in den Grundzustand übergehen. Dieser Vorgang erfolgt nur, wenn die Energie des stimulierenden Photons gleich der Energiedifferenz des angeregten atomaren Zustands ist.*

*Anregendes und emittiertes Photon stimmen dann in allen Parametern überein: Sie haben*

*– gleiche Energie, Frequenz und Wellenlänge,*

*– gleiche Phasenlage, Polarisation und Richtung. Die Strahlung ist* ***kohärent****.*

## 6.5 Laser

**Laser** ist ein Kunstwort für *„**l**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation"* (übersetzt etwa: „Lichtverstärkung durch angeregte (stimulierte) Strahlungsemission"). Der Laser ist eine Strahlungsquelle, die Strahlung mit besonderen Eigenschaften emittiert. Er ist

- **kohärent**: Kohärentes Licht hat eine höhere Qualität; diese ist für viele physikalische Vorgänge von Bedeutung
- quasi-monochromatisch
- scharf gebündelt
- im sichtbaren und den angrenzenden Bereichen des elektromagnetischen Spektrums.

**Im Wesentlichen besteht jeder Laser aus drei Komponenten:**

1. Einem **aktiven Lasermedium**, von dem die Eigenschaften des Lasers weitgehend bestimmt werden, z. B. ein Gas, ein Kristall oder eine Halbleiter-Diode.
2. Einem **Pumpmechanismus**, der dem Lasermedium Energie zuführt, z. B. eine Blitzlampe oder eine elektrisch betriebene Gasentladung.
3. Einem **Laserresonator**, einem System aus Spiegeln und anderen optischen Elementen. Es sorgt für die **Rückkopplung** und damit für die induzierte Emission **(Abb. 120.2)** der Strahlung.

### 6.5.1 Allgemeines Funktionsprinzip

- Genügend Atome müssen in einen angeregten Zustand versetzt werden können.
- Nicht spontane, sondern **induzierte Emission** erzeugt das kohärente Licht **(Abb. 120.2)**.

Damit dies gelingt, sind als **aktives Lasermedium** Stoffe mit bemerkenswerten Eigenschaften notwendig: Ihre Atome müssen Energieniveaus besitzen, in denen die Elektronen unterschiedlich lang verbleiben.

So verweilen bei Lasermaterialien die Elektronen in mittleren Energieniveaus durchschnittlich $10^{-4}$ s, also ca. 10 000-mal länger als im höheren Energieniveau.

Auf solchen Niveaus sammeln sich die Elektronen **(Inversion der Besetzungszahlen)** Zuvor müssen die Elektronen allerdings unter Zufuhr von Energie auf das höchste Niveau (durch **Pumpen**, pumping) gehoben werden. Nach durchschnittlich $10^{-8}$ s fallen sie auf das Zwischenniveau.

Aus dem Zwischenniveau heraus ist nun induzierte Emission möglich: Die lange Verweildauer ermöglicht vielen Elektronen bei günstigen Bedingungen, z. B. wenn das Atom mit Licht der „richtigen" Wellenlänge bestrahlt wird, einen gleichzeitigen Wechsel ins tiefere Niveau. Eine Lichtverstärkung findet statt.

Ein Wellenzug mit der Energie, die der Differenz zwischen metastabilem Niveau und dem darunter liegenden Energieniveau entspricht, induziert also immer wieder gleichartige Wellenzüge.

- Dies ist eine Voraussetzung für kohärentes Licht.
- Zum Bau eines Lasers benötigt man ein aktives Medium.
- Verluste durch Absorption und spontane Emission werden durch einen Pumpmechanismus ausgeglichen.
- **Pumpen:** Die Energiezufuhr wird je nach Lasertyp auf unterschiedliche Weise erreicht: Durch Einstrahlung von intensivem Pumplicht einer Xenonlampe oder auch durch einen Primärlaser; bei Gaslasern mittels Gasentladung, bei Festkörperlasern durch Anlegen einer Spannung.
- **Optischer Resonator:** Das Lasermedium hat an beiden Enden einen Spiegel: einen perfekten Spiegel und einen teildurchlässigen Spiegel **(Laserfenster)**. Sie reflektieren die Lichtstrahlen im aktiven Medium und nur parallele und linear polarisierte Wellenzüge derselben Frequenz werden verstärkt **(Abb. 121.3)**.

Abhängig vom Aufbau ergeben sich eine ganze Reihe von verschiedenen Lasertypen, die sich vor allem in den erreichbaren Leistungen (zwischen einigen Mikrowatt und vielen Kilowatt) und den Frequenzeigenschaften unterscheiden.

Seit der Konstruktion des ersten funktionsfähigen Prototyps im Jahr 1960 hat sich der Laser in Wissenschaft und Technik stark ausgebreitet. Seit Anfang der neunziger Jahre ist der Laser besonders aus der Informationstechnologie und Unterhaltungselektronik nicht mehr wegzudenken.



**Abb. 121.1** *Vergleich der Kohärenzlängen von „normalem" Licht und Laserlicht.*



**Abb. 121.2** *Prinzipieller Aufbau eines Lasers*



**Abb. 121.3 *Optische Resonanz:*** *Zwischen den Spiegeln erfolgt eine Überlagerung von hin- und rücklaufender Welle, was zu einer stehenden Welle führt. Bei diesen Durchläufen erhöht sich infolge der stimulierten Emission die Anzahl der kohärenten Lichtquanten lawinenartig.*

*$R_1$, $R_2$ … Reflexionskoeffizient;*
*$W_p$ … Pumpenergie*

## 6.5.2 Festkörperlaser

Die gebräuchlichsten Festkörperlasermedien sind Stäbe aus kristallinem Rubin oder Glasstäbe, die Neodym enthalten. Die Enden eines solchen Stabes sind als zwei parallele Flächen ausgeführt. Ein Ende ist mit einem hoch reflektierenden nichtmetallischen Spiegelbelag versehen, das andere Ende ist teilverspiegelt und lässt etwa 2 % des Lichts austreten. Festkörperlaser bieten die höchste Leistungsausbeute. Sie werden üblicherweise in gepulster Betriebsart benutzt.

Die Energie (Intensität) des Laserstrahls wird über die Pulslänge und die Pulsfrequenz geregelt. Kurze Pulse in der zeitlichen Größenordnung von $12 \cdot 10^{-15}$ s sind erreichbar und wichtig, um etwa physikalische oder biologische Ereignisse von kürzester Dauer untersuchen zu können.

Das optische Pumpen geschieht mittels Xenon-Blitzröhren, Lichtbogen- oder Metalldampflampen. Die Frequenzbandbreite kann durch verschiedene Methoden in den Infrarot- und Ultraviolettbereich erweitert werden, auch Frequenzen im Röntgenbereich können erzielt werden, indem man z. B. Yttrium mit Laserstrahlen beschießt.



**Abb. 121.4** *Prinzip eines Festkörperlaser. Durch das Blitzen einer Blitzlampe ($W_p$) entsteht eine Kaskade von induzierten Emissionen.*

Abb. 122.1 *Prinzipieller Aufbau eines He-Ne-Lasers. Zwischen zwei Elektroden herrscht eine hohe Spannung: Die damit verbundenen Elektronenstöße versetzen die Heliumatome in einen angeregten Zustand. Die Heliumatome stoßen mit Neonatomen zusammen. Dabei wird Stoßenergie auf die Neonatome übertragen. Das aktive Medium ist das Neongas, das üblicherweise rotes Licht mit 633 nm aussendet.*

### 6.5.3 Gaslaser

Das Lasermedium eines Gaslasers kann ein reines Gas, ein Gasgemisch oder Metalldampf sein. Es befindet sich normalerweise in einem zylindrischen Quarzrohr unter geringem Druck. Die zwei Spiegel, die den Laserresonator bilden, sind oft außerhalb dieses Gefäßes angebracht. Gaslaser werden mit Licht, Elektronenstrahlen, elektrischem Strom oder über chemische Reaktionen gepumpt.

Der **Helium-Neon-Laser** (Abb. 122.1) ist bekannt für seine Frequenzstabilität, Farbreinheit und minimale Strahlaufweitung. Argon- Laser emittieren grünes Licht. In der Industrie werden zum Zerschneiden oder Schweißen von Metallen fast ausschließlich Infrarot-Laser verwendet, wobei vor allem **$CO_2$-Laser** weit verbreitet sind. Je nach benötigter Ausgangsleistung sind die Laserröhren sehr lang (mehrere Meter), wobei die Röhre dann aber gefaltet und das Licht über ein Spiegelsystem umgelenkt wird.

Gaslaser sind von Natur aus **Dauerstrich-Laser**: Sie geben bei konstantem Stromfluss ohne Unterbrechung einen Laserstrahl mit konstanter Intensität ab. Durch Änderung der Stromstärke im Gas kann die Intensität bei Bedarf geändert werden.

Abb. 122.2 *Aufbau einer Laserdiode*

### 6.5.4 Halbleiterlaser

Halbleiterlaser sind aus den Alltagsanwendungen (z. B. CD-Spieler und Laserdrucker) nicht mehr wegzudenken.

Halbleiterlaser basieren auf Halbleiterdioden, deshalb auch der Name **Laserdiode**. In ihren Abmessungen sind sie die kompaktesten Laser. Sie bestehen aus einem Verbund verschiedener Halbleiterschichten mit unterschiedlichen elektrischen Leitfähigkeiten (Abb. 122.2). Der Resonator ist durch zwei reflektierende Bruchflächen beschränkt.

Die hierzu am häufigsten verwendeten Halbleitermaterialien sind Galliumarsenid, Indiumphosphid und Galliumnitrid.

Das Pumpen erledigt der durch das Material fließende elektrische Strom. Halbleiterlaser sind geeignet für den Dauerbetrieb und erreichen Wirkungsgrade über 50 %.

Die Funktionsweise beruht auf demselben Prinzip wie die Lichtaussendung bei LED´s *(light emitting diodes)*. Durch die Diode fließt ein Strom. In der sogenannten aktiven Zone des Halbleiterlasers wird Licht erzeugt. Dort gehen Elektronen von einem hohen Energiezustand (Leitungsband) in einen niedrigeren (Valenzband) über, und die frei werdende Energie wird in Licht umgesetzt. Die Farbe des Lichts (Wellenlänge) hängt ab vom Energieunterschied zwischen Leitungs- und Valenzband. Dieser wiederum ist für verschiedene Halbleitermaterialien charakteristisch, somit hat die Wahl des Halbleitermaterials Einfluss auf die Emissionswellenlänge des Lasers.

# 7 Temperaturstrahlung

**In diesem Kapitel geht es um**

- Schwarze Körper
- Strahlungsgesetze
- Farbtemperatur

## Merk & Würdig

**Emittierte Strahlunsintensität**

$$I = \frac{P}{A}$$

P … Strahlungsleistung; [P] = W
A … Fläche; [A] = m²
[I] = W/m²

Abb. 124.1 ***Schwarzer Körper*** *Wegen der oftmaligen Reflexion im Inneren des Hohlraums ist die aus der Öffnung austretende Strahlung vernachlässigbar klein: α = 1*

## Merk & Würdig

Man bezeichnet die Strahlung, die ein erwärmter Hohlraum, emittiert, als **Hohlraumstrahlung**.

**Abb. 124.2** *Eine dunkle Oberfläche absorbiert und emittiert gleich gut. Eine helle Oberfläche absorbiert und emittiert schlecht.*

# 7.1 Strahlung eines Schwarzen Körpers

*(black body radiation)*

Jeder Körper gibt aufgrund seiner Temperatur Energie in Form von elektromagnetischer Strahlung ab. Man spricht auch vom Emissionsvermögen ε des Körpers.

Das Emissionsvermögen ist von der Strahlungsleistung P und von der Fläche des strahlenden Körpers abhängig. Die Strahlungsemission wird durch die Wärmebewegung der Atome bewirkt. Beispiele für Temperaturstrahler sind unsere Sonne, eine Glühlampe, ein Ofen etc.

Die vorherrschende Strahlung kann, je nach Temperatur, im unsichtbaren Bereich des elektromagnetischen Spektrums wie Wärmestrahlung (Infrarot) oder auch im sichtbaren Wellenlängenbereich liegen.

Umgekehrt kann jeder Körper einen Teil der von seiner Umgebung ausgehenden Temperaturstrahlung aufnehmen.

Diese Fähigkeit wird durch den **Absorptionsgrad α** beschrieben.

$$\alpha = \frac{\text{absorbierte Strahlenleistung}}{\text{auftreffende Strahlungsleistung}} \quad [\alpha] = 1$$

Der Absorptionsgrad eines Körpers ist von zwei Faktoren abhängig:

- von der Oberflächenbeschaffenheit (glatt – rau)
- von der „Helligkeit“ (hell – dunkel) der Oberfläche

## Merk & Würdig

Ein Körper, der die gesamte auftreffende Strahlung absorbiert, heißt **Schwarzer Körper** *(black body)*.

Ein **Schwarzer Körper** ist ein idealisierter Körper, der jede elektromagnetische Strahlung absorbiert. Er erscheint daher schwarz. Somit ist schwarz keine Farbe, sondern die Abwesenheit von Strahlung/Licht. Ein Hohlraum, in dem sich eine Öffnung befindet **(Abb. 124.1)**, ist die beste Näherung eines Schwarzen Körpers. Die einfallende Strahlung wird zur Gänze im Inneren absorbiert.

Die durch die Strahlung transportierte Energie erwärmt den Körper. Er nimmt aber nach einiger Zeit die gleiche Temperatur wie seine Umgebung an. Es stellt sich ein Temperaturgleichgewicht ein. Die Abstrahlung ist der Aufnahme der Energie gleich.

Dieser Zusammenhang wurde von KIRCHHOFF entdeckt und das entsprechende Gesetz nach ihm benannt. Es verknüpft das Absorptionsvermögen α und das Emissionsvermögen ε eines Schwarzen Körpers:

$\alpha(\lambda,T) = \varepsilon(\lambda,T)$ **Kirchhoff´sches Strahlungsgesetz**

Da sowohl α als auch ε von der Wellenlänge und von der Temperatur abhängig ist, schreibt man ausführlich: $\alpha(\lambda,T) = \varepsilon(\lambda,T)$.

Ein Körper, der gut absorbiert, emittiert also auch gut. Und zwar emittiert er genau die Wellenlängenanteile der Strahlung, die er auch gut zu absorbieren imstande ist **(Abb. 124.2)**.

**Experiment**

Erhitzt man einen Eisennagel über einer Bunsenbrennerflamme, so besitzt er zu Beginn seine typische stahlgraue Farbe. (Er ist also„nur" ein grauer Körper.)

Steigt die Temperatur, so beginnt der Nagel zu glühen. Zuerst tiefrot (Rotglut), dann immer heller, bis er fast weiß erscheint (Weißglut).

Wir erkennen einen Zusammenhang zwischen der emittierten Wellenlänge und der Temperatur des Körpers: Je höher die Temperatur des Strahlers ist, desto kürzer ist auch die Wellenlänge der emittierten Strahlung.

Man spricht auch von der **Farbtemperatur**.

**Abb. 125.1** *Das Experiment zeigt, dass Metall rot zu glühen beginnt. Das passiert bei 500 °C.*

## 7.2 Strahlungsgesetze

Untersucht man die Temperaturstrahlung genauer, kann man die Strahlungsleistung für kleine Wellenlängenintervalle bestimmen.

Dabei stellt man fest, dass die Strahlungsleistung eines Schwarzen Körpers nicht für alle Wellenlängen gleich ist.

Bei einer gewählten Temperatur nimmt sie bei einer bestimmten Wellenlänge einen größten Wert an und verschwindet nahezu bei sehr kleinen und sehr großen Wellenlängen.

Diese Strahlungsleistungskurven werden mathematisch durch das Strahlungsgesetz von Planck (**Planck´sches Strahlungsgesetz**) beschrieben:

$$L(\lambda,T) = \frac{2 \cdot c_0^2}{\lambda^5} \cdot \frac{h}{e^{\frac{h \cdot c}{k \cdot \lambda \cdot T}} - 1}$$

**Abb. 125.2** *Spektrale Verteilung der Temperaturstrahlung: Steigt die Temperatur, dann verschiebt sich $\lambda_{max}$ zu kürzeren Wellenlängen.*

*Beim Sonnenspektrum (5 870 K) liegt $\lambda_{max}$ mitten im sichtbaren Bereich, beim blau-grünen Licht. Die Kurven sind Isothermen.[2]*

$L(\lambda,T)$ … pro Wellenlängenbereich $\Delta\lambda$ abgegebene Strahlungsintensität; spektrale Strahldichte

$c_0$ … Lichtgeschwindigkeit; $c_0 \approx 300\,000$ km/s
h … Planck´sches Wirkungsquantum; $h = 6{,}67 \cdot 10^{-34}$ Js
λ … Wellenlänge der Strahlung, $[\lambda] = m$
k … Boltzmannkonstante; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K
T … (absolute) Temperatur; $[T] = K$

### 1) Das Wien´sche Verschiebungsgesetz[1]

Mathematisch gesprochen erhalten wir das Wien´sche Verschiebungsgesetz dadurch, dass man die Maxima der Kurve von **Abb. 125.2** bestimmt und verbindet.

Wie man (im Mathematikunterricht) zeigen kann, erhält man:

$$\boldsymbol{\lambda_{max} \cdot T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\ m \cdot K}$$

**Abb. 125.3** *WILHELM WIEN*

[1] WILHELM WIEN (1984 Gaffken, Ostpreußen – 1928 München), deutscher Physiker
[2] Die Sonne als Schwarzer Körper strahlt in Blaugrün am stärksten. Erst durch Absorption und Streuung strahlt die Sonne im gelben Licht maximal.

## Merk & Würdig

**Wien´sches Verschiebungsgesetz**

$\lambda_{max} \cdot T = b = const$

$\lambda_{max}$ … Wellenlänge maximaler spektraler Strahldichte; $[\lambda_{max}] = m$
T … absolute Temperatur des Strahlers; [T] = K
b = $2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m · K

## Merk & Würdig

**Stefan-Boltzmann-Gesetz**

$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$

P … Strahlungsleistung; [P] = W
A … Fläche des strahlenden Körpers; $[A] = m^2$
T … absolute Temperatur des Strahlers; [T] = K
σ … Stefan-Boltzmann-Konstante; $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W/m^2K^4$

## Merk & Würdig

Die Gesetze von Wien und von Stefan und von Boltzmann sind Sonderfälle des Planck´schen Strahlungsgesetzes.

Sie gelten streng nur für ideale Schwarze Körper.

Die Wellenlänge maximaler spektraler Strahldichte ist der Temperatur indirekt proportional ($\lambda \sim 1/T$). Außerdem erkennt man, dass die Maxima der Kurven bei steigender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen hin verschoben werden **(Abb. 125.2)**. Das ist der Grund für die Bezeichnung dieses Gesetzes.

Da mit steigender Temperatur das Maximum zu kürzeren Wellenlängen (blau) hin verschoben wird, die längeren Wellenlängen (rot) aber nicht verschwinden, ergibt sich bei sehr hohen Temperaturen eben die Weißglut. Eine Grünglut gibt es daher nicht.

## Beispiel 7.1

**Herleitung des Wien´schen Verschiebungsgesetzes**

Das Wien'sche Verschiebungsgesetz beschreibt die Abhängigkeit zwischen der Temperatur T und dem Maximum der Strahlungskurven.

Für die Herleitung des Wien'schen Verschiebungsgesetzes ist daher eine Extremwertbestimmung durchzuführen: Die erste Ableitung des Planck'schen Strahlungsgesetzes wird gleich null gesetzt, wobei T als Konstante aufgefasst wird: $L'(\lambda) = 0$

Man erhält mit der Abkürzung $\alpha = (h \cdot c_0) / (k \cdot \lambda \cdot T)$ und einigen elementaren Umformungen die Gleichung $5 + \alpha \cdot e^{\alpha} - 5 \cdot e^{\alpha} = 0$.

Aus dieser Gleichung berechnen wir mit einer Näherungsmethode α und erhalten $\alpha \approx 5$.

Wir setzen diesen Wert in die obige Abkürzung für α ein und erhalten
$\lambda \cdot T = (h \cdot c_0) / (5\ k) = const.$, das Wien'sche Verschiebungsgesetz

### 2) Stefan-Boltzmann-Gesetz[1)]

Berechnet man die gesamte Strahlungsleistung pro $m^2$ eines Strahlers, was der Fläche unter einer Kurve mit der Temperatur T in Abb. 125.2 (bei festem T) entspricht, so ergibt sich:

$P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ $\quad \sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ W/(m^2k^4)$ $\quad$ σ ... Stefan-Boltzmann-Konstante

Dieses Gesetz ist auch unter dem Namen **$T^4$-Gesetz** bekannt.

## Beispiel 7.2

Wieso strahlt die kleine Fläche eines Glühfadens so extrem viel Energie und Licht ab, während ein Mensch bei Körpertemperatur nur einen kleinen Teil seiner Energie durch Strahlung verliert?

Wir schätzen die notwendigen Größen ab und setzen sie in das Stefan-Boltzmann-Gesetz ein:

$A_{Glühfaden} \approx 1 mm^2; T_{Glühfaden} \approx 800$ K;
$A_{Mensch} \approx 0{,}5\ m^2; T_{Mensch} \approx 310$ K
$\Rightarrow P_{Glühfaden} = 9 \cdot 10^6$ W; $P_{Mensch} = 260$ W
Die höhere Temperatur ist für diesen eklatanten Unterschied verantwortlich.

[1)] Das Stefan-Boltzmann-Gesetz ist nach den österreichischen Physikern JOSEF STEFAN (1835 St. Peter bei Klagenfurt – 1893 Wien) und LUDWIG BOLTZMANN (1844 Wien – 1906 Duino-Aurisina, Italien) benannt.

## Ergänzung & Ausblick

- Besteht zwischen der Temperatur $T_1$ eines Körpers und seiner Umgebung $T_2$ ein Unterschied, so ist folgende Formel zu benützen: $P = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$
  Ursache: Auch die Umgebung bestrahlt den Körper. Das ist in der Strahlungsbilanz zu berücksichtigen.
- Die Strahlungsgesetze besitzen vor allem in der Astronomie große Bedeutung und haben für unser Wissen über die Sterne und das Werden des Universums entscheidende Impulse geliefert.
  Seit den 60er-Jahren des 20. Jahrhunderts ist die weitgehend isotrope[1] Hintergrundstrahlung ($\lambda \approx 10^{-3}$ m) bekannt. Diese Wellenlänge entspricht einer Temperatur von 2,7 K.
  Diese Strahlung wird als Indiz dafür angesehen, dass das Universum mit einem Urknall begann und sich seither entsprechend ausgedehnt und auf diese Temperatur abgekühlt hat.

Mit Hilfe des Forschungsprogramms **WMAP** (**Wilkinson Microwave Anisotropy Probe**, **(Abb. 127.3)** der NASA erstellt man eine Karte der Hintergrundstrahlung des Himmels **(Abb. 127.2)**.

Aufgrund der Daten von WMAP wird

**a)** das Alter des Universums auf 13,798 ± 0,37 Milliarden Jahre geschätzt[2];

**b)** angenommen, dass die Hintergrundstrahlung etwa 380 000 Jahre nach dem Urknall entstanden ist;

**c)** diese Strahlung als das „älteste Licht" angesehen;

**d)** eine mittlere Temperatur von 2,728 K für die Hintergrundstrahlung gemessen;

**e)** das derzeitige kosmologische Modell der Entstehung des Weltalls bestätigt;

**f)** bestätigt, dass das Weltall nur aus 5 % „normaler" Materie besteht. Der Rest ist die sogenannte dunkle Materie (27 %) und vor allem die dunkle Energie (68 %), über die noch viel spekuliert wird.

**Abb. 127.1** *PENZIAS und WILSON vor „ihrer" Radioantenne*

**Abb. 127.2** *Die Aufnahme zeigt den gesamten Himmel (ähnlich wie eine Weltkarte die Erde). Die Farben deuten die Temperaturverteilung an: Rot = wärmere Region; Blau = kühlere Region. Der Temperaturunterschied zwischen Rot und Blau liegt im Bereich von einigen μK.*

**Abb. 127.3** *Die Sonde WMAP ist 3,8 m hoch, besitzt einen Durchmesser von 5 m und eine Masse von 840 kg. Sie wird mit einer Leistung von 419 W versorgt.*

## Beispiel 7.3

Eine Glühbirne sendet Licht durch einen weiß glühenden Wolframfaden bei 3 200 K aus. Bei welcher Wellenlänge hat der Wolframfaden die maximale spektrale Strahldichte?

Das Wien´sche Verschiebungsgesetz $\lambda_{max} \cdot T = b$ liefert

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{mK}}{3\,200\ \text{K}} = 9 \cdot 10^{-7}\ \text{m}\,.$$

Die Strahlung liegt im Bereich des Infraroten.

**Abb. 127.4** *Das Strahlungsmaximum einer Glühbirne liegt nicht im sichtbaren, sondern im wärmenden Infrarotbereich.*

[1] Damit ist gemeint, dass die Strahlung aus allen Richtungen auf die Erde trifft.
[2] Neueste Daten, beruhend auf dem Weltraumteleskop Planck, geben ein Alter von 13,81 ± 0,05 Milliarden Jahren an.

## Beispiel 7.4

Die Oberflächentemperatur der Sonne ist mit Hilfe

**a)** des Wien´schen und

**b)** des Stefan-Boltzmann-Gesetzes zu berechnen.

**c)** Wie groß ist die Strahlungsleistung der Sonne?

Notwendige Daten:

$\lambda_{max}$ = 477 nm (Die Sonne ist ein gelber Stern.)

$r_s = 6{,}96 \cdot 10^8$ m … Radius der Sonne

$R = 149{,}6 \cdot 10^9$ m … Abstand Erde – Sonne

$S = 1\,400$ W/m² … Solarkonstante



**Abb. 128.1**

**a)** $\lambda_{max} \cdot T = b \Rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\ \text{mK}}{477 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} = 6\,080\ \text{K}$

Die Oberflächentemperatur der Sonne beträgt fast **6 100 K**.

**b)** Jeder Quadratmeter, der von der Sonne soweit entfernt ist wie die Erde von der Sonne, erhält 1 400 W. Daher muss gelten:

$P_{\text{von der Sonne}} = P_{\text{„Erde"}} \cdot \sigma \cdot 4r_s^2 \cdot \pi \cdot T^4 = S \cdot 4R^2 \cdot \pi \Rightarrow$

$\Rightarrow T^4 = \frac{S \cdot R^2}{\sigma \cdot r_s^2} = \frac{1\,400\ \text{W/m}^2 \cdot (149{,}6 \cdot 10^9\ \text{m})}{5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W/m}^2\text{K}^4 \cdot (6{,}96 \cdot 10^8\ \text{m})^2} = T = \mathbf{5\,811\ K}$

Die Oberflächentemperatur beträgt (nach dieser Rechnung) etwa **5 800 K**.

Da beide Gesetze Folgerungen des Planck´schen Strahlungsgesetzes sind, müsste man zu den gleichen Temperaturen kommen. Dass das nicht der Fall ist, liegt daran, dass die Sonne kein idealer Schwarzer Körper ist. Die Gesetze dürften also nicht ohne Weiteres auf die Sonne angewendet werden. Die unterschiedlichen Oberflächentemperaturen sind eine Folge der verschiedenen Temperaturdefinitionen und nicht die Folge mangelnder Kenntnisse von Daten oder von Ungenauigkeiten.

**c)** Die Strahlungsleistung berechnen wir mit Hilfe des Stefan-Boltzmann-Gesetzes und setzen dazu die Oberfläche der Sonne ein:

$P = \sigma \cdot (4r_s^2\pi) \cdot T^4 = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \text{W/m}^2\text{K}^4 \cdot 4\pi \cdot (6{,}92 \cdot 10^8\text{m})^2 \cdot (5\,800\ \text{K})^4$

$\mathbf{P = 3{,}8 \cdot 10^{26}\ W}$

Das bedeutet, dass die Sonne pro Quadratmeter rund **$6 \cdot 10^7$ W** abgibt. Bei dieser Rechnung blieb die Tatsache unberücksichtigt, dass die Umgebung der Sonne eine (wenn auch geringe) Temperatur besitzt.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über die Strahlungsgesetze, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 7.1** Aus einer Öffnung (20 cm x 20 cm) eines Schmelzofens wird Strahlung mit einer Energie von 4 kJ in einer Sekunde abgestrahlt. Welche Temperatur herrscht im Inneren des Ofens?

**Ü 7.2** Welche Leistung muss aufgewendet werden, um die Temperatur von geschmolzenem Platin (A = 1 cm², T = 1 773 °C) aufrecht zu erhalten? Wie groß ist die entsprechende Wellenlänge bei der größten Strahldichte?

Bemerkung: Vergleiche dazu die Definition der Grundeinheit 1 Candela der Grundgröße Lichtstärke: Die Basiseinheit 1 Candela ist die Lichtstärke, mit der 1/600 000 m² der Oberfläche eines Schwarzen Strahlers bei der Temperatur des beim Druck 101 325 Pa erstarrenden Platins senkrecht zur Oberfläche leuchtet.

**Ü 7.3** Ein Transistor soll nur durch Abstrahlung 1,5 W Verlustleistung abgeben. Seine Oberflächentemperatur darf 80 °C nicht überschreiten. Berechne die notwendige Abstrahl-Oberfläche (ohne Einfluss der Umgebungsstrahlung).

**Ü 7.4** Ein menschlicher Körper (Oberfläche A = 2 m²) besitzt eine Durchschnittstemperatur von 35 °C?

**a)** Welche Wellenlänge strahlt er aus?

**b)** Welche Strahlungsleistung muss er

**i)** an einem kalten Wintertag ($\vartheta_1 = -10$ °C),

**ii)** an einem heißen Sommertag ($\vartheta_2 = 35$ °C) aufbringen?

**Ü 7.5** Das Weltall ist mit der Hintergrundstrahlung von 2,7 K erfüllt. Wie groß ist $\lambda_{max}$?

**Ü 7.6** Ein Heizkörper strahlt bei 50 °C eine bestimmte Wärmemenge ab. Um welchen Faktor vergrößert sich die Energieabgabe durch Strahlung bei **a)** 100 °C **b)** 150 °C?

## Übungen

**Ü 7.7** Ist es Zufall, dass das menschliche Auge im gelben Spektralbereich besonders empfindlich ist? Wird diese Tatsache im Alltag ausgenützt?

Hinweis: Betrachte **Abb.125.2**.

**Ü 7.8** Adele und Barbara diskutieren, ob es einen Unterschied zwischen dem Leuchten einer Glühlampe und dem Leuchten einer Leuchtstoffröhre gibt?

- Adele behauptet, es gibt keinen Unterschied. Beide Strahlungen lassen sich in Spektralfarben zerlegen. Außerdem kann man beide problemlos beobachten.
- Barbara meint hingegen, dass das Entstehen der Strahlung eine Rolle spielt. Die Strahlung der Glühlampe sei eine Temperaturstrahlung (ist also von der Temperatur abhängig). Die Strahlung der Leuchtstoffröhre hängt nicht von der Temperatur ab, sondern vom Füllgas.

Wer hat Recht?

**Ü 7.9** Emmerich geht mit seinem Freund Lukas von der Schule nach Hause. Da Lukas im naturwissenschaftlichen Unterricht zu wenig aufgepasst hat, erklärt Emmerich noch alles einmal:

„Die elektromagnetische Strahlung, die ihre Entsteh... [Ein LKW rumpelt vorbei.] der ____________ des strahlenden Körpers. Nun ist es so, dass jeder Körper nur Temperaturstrahlung solcher Fr____________ emittieren kann, die er bei ____________ Temperatur auch abs____________. D.h., dass dunkle ____________ Flächen bei glei____________ ____________ratur ein größere Strahlungslei____________ als ____________ und gl____________ Flächen haben.

Einen Körper, der alle auftr____________ Strahlung ____________ nennt man ____________.

Wenn du dich noch an die Kurve erinnerst, von der die Lehrerin meinte, sie ____________ so kannst du dir noch merken:

Erstens: Mit zunehm____________ Temperatur wird auch die ____________ unter der ____________.

Zweitens: Bei ____________ Temperatur verschiebt sich das ____________ der Kurve zu ____________."

Kannst du die Lücken füllen?

## 7.3 Treibhauseffekt *(greenhouse effect)*

Ohne natürlichen Treibhauseffekt läge die Durchschnittstemperatur auf der Erde bei etwa –15 °C; tatsächlich beträgt die durchschnittliche Temperatur der Atmosphäre bei +15 °C **(Beispiel 7.4)**. Erst der natürliche Treibhauseffekt macht die Erde zu dem bewohnbaren Planeten, den man auch den „blauen Planeten" nennt.

**Erklärung des Treibhauseffekts:**

1) **Sonneneinstrahlung:**
Die von der Sonne kommende Strahlung entspricht dem Spektrum eines Schwarzen Strahlers mit Wellenlängen hauptsächlich im sichtbaren Bereich.

2) **Absorption:**
Ein Teil dieser Strahlung wird vom Erdboden absorbiert.

3) **„Wellenlängentransformaton":**
Die Erdoberfläche emittiert die Strahlung.
Allerdings hat diese Strahlung nun das Spektrum eines Schwarzer Körpers mit einer weitaus tieferen Temperatur (z.B. mittlere Oberflächentemperatur der Erde). Die Abstrahlung erfolgt in erster Linie bei Wellenlängen im Infrarotbereich.

4) **Die Atmosphäre:**
Das von der Erde zurück gestrahlte Infrarot wird in der Atmosphäre nicht so gut durchgelassen wie das sichtbare Licht. Es wird dort absorbiert und teilweise wieder reflektiert. Diese Rückstrahlung führt der Erdoberfläche wieder Energie zu.

5) **Strahlungsgleichgewicht:**
Mit dem Erreichen eines bestimmten Strahlungsgleichgewichts zwischen eingestrahlter Sonnenenergie und abgestrahlter Energie stellt sich eine Gleichgewichtstemperatur ein. Die sich einstellende Temperatur ist davon abhängig, wie sehr die beteiligten Stoffe (Wolken, Gase der Atmosphäre) Strahlung absorbieren bzw. reflektieren.

**Merk & Würdig**

Der Treibhauseffekt ist für das Klima der Erde mitverantwortlich.

Abb. 130.1 *Mittelwerte des Strahlungshaushaltes (in %) der Erde (Albedo ist das Reflexionsvermögen der Erde)*

Abb. 130.2 *Entwicklung des $CO_2$-Gehalts in der Atmosphäre (blau) und der mittleren Temperatur der Atmosphäre*

## Der anthropogene[1)] Treibhauseffekt[2)]

Die mittlere Temperatur der Erdoberfläche stieg in den letzten 100 Jahren um etwa 0,6 ° C an. Der größte Anstieg wurde während der letzten 30 Jahre verzeichnet. Die Erhöhungen des Anteils stark Wärme absorbierender Gase in der Atmosphäre der letzten Jahrzehnte wie Wasserdampf und $CO_2$, Methan ($CH_4$) **(Abb. 130.1)** sowie auch Staub beruhen auf der intensiven Verbrennung fossiler Brennstoffe (Kohle, Erdöl, Erdgas) und bewirk(t)en die Temperatursteigerung.

| Jahr | $CO_2$ | $CH_4$ | $N_2O$ | FCKW[3)] |
|---|---|---|---|---|
| 1900 | $296 \cdot 10^3$ | 974 | 292 | 0 |
| 1960 | $316 \cdot 10^3$ | 1 272 | 297 | 0,018 |
| 1980 | $337 \cdot 10^3$ | 1 569 | 303 | 0,158 |
| 1998 | $337 \cdot 10^3$ | 1 745 | 314 | 0,268 |
| 2010 | $389 \cdot 10^3$ | 1 808 | 322 | 0,8 |

Tab. 130.1 *Treibhausrelevante Gase der Atmosphäre in ppb (= parts per billion $10^9$)*

[1)] anthropogen (griech.: vom Menschen verursacht)

[2)] Der Treibhauseffekt, der in der Atmosphäre wirkt, muss unterschieden werden vom „Glashauseffekt". Dieser wirkt hinter verglasten Fassaden, beispielsweise in Gewächshäusern. Die erschwerte Abstrahlung von niederfrequenter Wärmestrahlung durch das Glas (Ursache beim Treibhauseffekt) ist beim Glashauseffekt nicht so dominant. Der Glashauseffekt wird hauptsächlich durch den unterbundenen Wärmeaustausch zwischen der warmen Luft innerhalb und der kalten außerhalb des Glases hervorgerufen. Windstöße können die erwärmte Luft nicht wegtragen und die warme Luft kann nicht nach oben entweichen da das Glas dies behindert.

[3)] FCKWs (Fluor-Chlor-Kohlen-Wasserstoffe) sind vermutlich Ozon-Vernichter und damit auch an der Vergrößerung der „Ozonlöcher" beteiligt. Das Ozon absorbiert in den höchsten Atmosphärenschichten UV-Strahlung der Sonne. Vermehrte UV-Einstrahlung erhöht in den betroffenen Regionen die Hautkrebsrate.

### Strategien zur Abwendung eines befürchteten Klimawandels

Von den Klimaforschern wird vorgeschlagen, dass nicht mehr als **2,5 t $CO_2$ pro Person und Jahr** emittiert werden soll/darf.

Dadurch will man erreichen, die globale Erwärmung auf 2 °C zu begrenzen. Dazu ist es notwendig, die $CO_2$-Konzentration in der Atmosphäre auf 450 ppm zu begrenzen. Das bedeutet, dass bis 2050 der weltweite Ausstoß an $CO_2$ um 50 % reduziert werden muss.

Um dem Nachholbedarf der Entwicklungs- und Schwellenländern gerecht zu werden, fordern Klimaforscher, dass die Industrieländer ihre $CO_2$-Emissionen bis 2050 sogar um 80 bis 90 % (im Vergleich zu 1990) senken sollen.

Es mangelt nicht an guten Absichtserklärungen, Resolutionen und Ideen, um vor allem den $CO_2$-Ausstoß zu minimieren.

Neben den einfachen Vorschlägen wie
- den Verzicht auf Autofahrten
- oder den Umstieg auf erneuerbare Energiequellen

gibt es auch aufwendige Ideen:

- **Speicherung von $CO_2$ in geologischen Schichten**
  Das in kalorischen Kraftwerken entstehende $CO_2$ wird verdichtet und in Tiefen über 800 m gepresst, um dort gespeichert zu werden. Die **CCS** (**C**arbon **C**apture and **S**torage) genannte Technologie ist weder technisch ausgereift noch wird sie bislang angewandt.
- **GEO-Engineering**
  So genannte GEO-Ingenieure greifen in das Klimageschehen ein, um die Erwärmung aufzuhalten. Dazu schlagen sie u. a. vor, in der Stratosphäre (zwischen 20 km und 35 km Höhe) Schwefeldioxid oder Schwefelwasserstoff einzubringen. Auf diese Weise entstehen Wolken, die die einfallende Sonnenstrahlung reflektieren sollen. Die Risiken dieser Methode sind nicht zu kalkulieren.
- **Düngung der Meere mit Eisen**
  Man hoffte, durch Düngung von Meerwasser mit Eisenoxid das Wachstum von Phytoplankton (Kleinalgen) anzuregen, sodass diese das $CO_2$ aus der Atmosphäre binden würden. Ruderfußkrebse haben das vermehrte Wachstum mit ihrer Gefräßigkeit jedoch gestoppt. Das Experiment in den Gewässern vor der Antarktis wurde 2009 gestoppt.
- **Elektroautos**
  Wird ein Elektroauto mit herkömmlichem Strom betrieben, so verursacht es pro Kilometer mehr $CO_2$ als ein mit Benzin betriebenes Fahrzeug. Abhilfe könnten erneuerbare Energiequellen liefern

**Abb. 131.1**

**Abb. 131.2** *Die CCS-Methode besteht aus den Schritten Abscheidung, Transport und Speicherung.*

**Abb. 131.3**

### Beispiel 7.5

Wie groß ist die Durchschnittstemperatur der Erde?
Für die Abschätzung soll die Erde als Schwarzer Körper aufgefasst werden.

Von der Sonne erhält die Erde die Strahlungsleistung:
P = Solarkonstante × Querschnitt der Erde = $S \cdot r^2\pi$.
Andererseits strahlt die Erde über ihre gesamte Oberfläche die Leistung $P = \sigma \cdot 4\pi r^2 \cdot T^4$ ab.
Diese beiden Leistungen sind gleich groß, so dass wir schreiben können:

$$S \cdot r^2\pi = \sigma \cdot 4r^2\pi \cdot T^4 \Rightarrow T = \sqrt[4]{\frac{S}{4\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1\,400 \text{ W/m}^2}{4 \cdot 5{,}76 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{ K}^4}} = 280 \text{ K} = 7\text{ °C}$$

Der tatsächlich gemessene Durchschnittswert beträgt 15 °C, sodass die Rechnung einen durchaus guten Näherungswert ergibt.

Es muss natürlich berücksichtigt werden, dass ein Teil der Sonneneinstrahlung an Wolken und Gletschern reflektiert wird. Die Verhältnisse in der Atmosphäre **(Abb. 130.1)** sind aber um einiges schwieriger zu beschreiben, sodass die Diskussion noch nicht zu einem abschließenden, allgemein anerkannten Urteil gekommen ist.

## Übungen

**Ü 7.10** Die folgende **Tabelle 132.1** enthält Beispiele wie sie typischerweise für Personen in Mitteleuropa gelten:

| $CO_2$-Quelle | Gramm $CO_2$/Einheit |
|---|---|
| Neuwagen (geplanter EU-Grenzwert) | 120 g/km |
| Neuwagen (aktuell) | 162 g/km |
| Sportwagen | 310 g/km |
| Bahnreise | 60 g/km |
| Strom (ohne erneuerbare Energie) | 600 g/kWh |
| Windstrom | 20 g/kWh |

**Tab. 132.1**

**a)** Berechne, wie viel Kilogramm $CO_2$ du produzierst, wenn
**i)** du mit der Bahn (auch Straßenbahn) zur Schule fährst,
**ii)** du mit dem Auto zur Schule gebracht wirst.

**b)** Wie weit kann deine Mutter bzw. dein Vater mit dem Auto fahren, bis sie/er 2,5 t $CO_2$ „erzeugt" hat?

**c)** Wie viel $CO_2$ erzeugt ein Haushalt in Österreich?
Durchschnittsverbrauch aller Haushalte im Jahre 2008 an Energie: 1 500 PJ
Vergleiche die Werte mit der Empfehlung der EU (2,5 t pro Jahr und Person).
Hinweis: Gehe von 8 Millionen Österreichern aus und dass die gesamte Energie in Form von Strom verbraucht wurde.

# 8 Elektrizität und Magnetismus

**In diesem Kapitel geht es um**

- elektrische und magnetische Felder
- Halbleiter
- Schaltungen
- Ströme
- elektromagnetische Wellen

## 8.1 Wiederholung

Folgende Grundlagen sind uns bereits aus Band 1 bekannt:

**Merk & Würdig**

**Ladung Q**

$[Q] = As = C$ … Coulomb

auch Elektrizitätsmenge.

Ladungen sind durch ihre Kraftwirkung gekennzeichnet

**Stromstärke I**

$[I] = A$ … Ampere

ist eine Grundgröße.

Es gilt $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

bzw. $I(t) = \frac{dQ}{dt}$

**Widerstand R**

$[R] = \Omega$ … Ohm

Der elektrische Widerstand wird verursacht durch die ständigen Zusammenstöße der Elektronen mit den Atomen des Leiters.

Es gilt $R = \frac{U}{I}$, das Ohm´sche Gesetz.

## 8.2 Elektrostatik

Bis zum Ende des 18. Jahrhunderts spielten elektrische Erscheinungen höchstens als Kuriosität eine untergeordnete Rolle. Die Versuche des italienischen Physikers ALESSANDRO VOLTA mit Froschschenkeln und die Entwicklung eines Blitzableiters durch den US-Politiker und Gelehrten BENJAMIN FRANKLIN **(Abb. 134.1)** seien als Beispiel genannt. Erst mit Beginn des 19. Jahrhunderts wurden die elektrischen und magnetischen Kräfte systematisch untersucht.

Elektromagnetismus ist für die gesamte Strukturbildung der Materie in einem Größenbereich von einigen Nanometern bis zu einigen Metern verantwortlich. Lediglich bei sehr großen und bei sehr kleinen Abmessungen spielen andere Kräfte eine wesentliche Rolle: die Gravitation bzw. die starke und schwache Wechselwirkung.

**Abb. 134.1** *ALESSANDRO VOLTA*

### 8.2.1 Elektrische Ladung *(electrical charge)*

Im Alltag macht sich Reibungselektrizität häufig bemerkbar: Beim Kämmen trockener Haare, beim Ausziehen eines Pullovers und beim Reiben eines Luftballons sind Kräfte und Funkenentladung beobachtbar. Gezielte Versuche, mittels Reibung „Elektrizität" zu erzeugen, zeigen, dass es zwei „Arten von Elektrizität" gibt:

Der Glasstab und der Hartgummistab werden durch das Reiben elektrisch geladen. Der Begriff **Ladung** *(charge)* wurde von BENJAMIN FRANKLIN eingeführt. Franklin nannte die verschiedenen Ladungsarten Plus (+) und Minus (–), wobei er Plus für den Glasstab willkürlich wählte. Diese Übereinkunft ist auch heute noch gültig: Daraus ergibt sich, dass Protonen positiv und Elektronen negativ geladen sind.

Experimentiert man mit dem Elektroskop **(Abb. 134.3)**, dann bemerkt man, dass einige Materialien die „Elektrizität" besser leiten und andere schlechter.

Man spricht von **Leitern** und **Nichtleitern** (*conductors and insulators*).

**Abb. 134.2** *BENJAMIN FRANKLIN*

**Experiment**

Reibungselektrizität:

Durch Reiben eines Glas- oder eines Kunststoffstabes mit einem Seidentuch bzw. Fell können unterschiedliche Kraftwirkungen sichtbar gemacht werden:

Hängt man einen Kunststoffstab, der mit Fell gerieben wurde, an einen Faden frei schwingend auf und bringt einen zweiten geriebenen Kunststoffstab in die Nähe, dann stellt man eine Abstoßung fest. Auch zwei Glasstäbe, die mit Seide gerieben wurden, **stoßen einander ab**.

Bringt man jedoch einen Kunststoffstab, der mit dem Fell gerieben wurde, in die Nähe eines an Seide geriebenen Glasstabs, so **ziehen die Stäbe einander an**.

**Abb. 134.3** *Das Experiment zeigt: Gleich geladene Körper stoßen einander ab und verschieden geladene ziehen einander an.*

## 8.2.2 Colulomb´sches Gesetz

Um die Größe der Kraft zu bestimmen, die zwischen geladenen Körpern wirkt, verwendete DE COULOMB[1] eine Drehwaage **(Abb. 135.2)**.

Im Grunde ist das Experiment ähnlich wie das Experiment von Cavendish aufgebaut, mit dem dieser die Gravitationskräfte untersucht hat. Die Gravitationskräfte zwischen den Kugeln sind allerdings weitaus kleiner als die elektrostatischen Kräfte.

- **Prinzip der Ladungserhaltung:**
  Bei allen Vorgängen in der Natur bleibt die Summe der Ladungen konstant.
- Die Kräfte zwischen den beiden Kugeln mit den Ladungen $Q_1$ und $Q_2$ nehmen mit dem Abstand r zum Quadrat ab.

$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

- Es gilt das **Wechselwirkungsgesetz:**
  Wirkt eine Kraft auf einen Körper, dann existiert eine gleich große Gegenkraft auf den zweiten Körper (auch wenn die Ladungen $Q_1$ und $Q_2$ verschieden sind).

### Merk & Würdig

**Coulomb´sches Gesetz[2]**

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

F … Kraft zwischen den Ladungen; Coulomb-Kraft, [F] = N
$\varepsilon_0$ … elektrische Feldkonstante
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$
$Q_1$, $Q_2$ … Ladungen der beiden Körper, [Q] = C
r … Abstand zwischen den beiden Ladungen, [r] = m

### Beispiel 8.1

Wie groß ist die Kraft zwischen zwei positiv geladenen Körpern im Abstand von 2 cm, die die Ladung von jeweils $10^{-6}$ C tragen?

$$F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^{-6} \cdot 10^{-6}}{(0{,}02)^2} \text{ N} = 22{,}5 \text{ N}$$

Es wirkt eine abstoßende Kraft von **22,5 N**.

### Merk & Würdig

Die SI-Einheit der Ladung Q (oft auch q) ist über das Ampere (A) definiert:

**[Q] = C = As**

C … Coulomb
As… Amperesekunde

**Elementarladung e**

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$$



**Abb. 135.1** *Ein Elektroskop dient zum Nachweis von Ladungen.*

**Abb. 135.2** *Historische Darstellung einer Coulomb´schen Drehwaage (links) und die Drehwaage von Cavendish (rechts).*



**Abb. 135.3** *Die elektrische Kraft zwischen zwei Ladungen wirkt grundsätzlich in Richtung der Verbindungslinie der beiden geladenen Teilchen. Gleichnamig geladene Teilchen stoßen einander ab, ungleichnamig geladene Teilchen ziehen einander an.*

[1] CHARLES AUGUSTIN DE COULOMB (1736 Angoulme – 1806 Paris), französischer Ingenieur und Physiker. Er war Mitglied der Akademie der Wissenschaften und Generalinspektor des Unterrichtswesens. Kurz nach Ausbruch der französischen Revolution wurde er in eine Kommission berufen, welche die Aufgabe hatte, ein neues Maßsystem auszuarbeiten. Mitten in der Arbeit am „Urmeter" erfolgte der Befehl Robespierres, alle königstreuen Wissenschaftler seien sofort aus ihren Ämtern zu entfernen. Coulomb verlor seinen Posten und den gesamten Familienbesitz; unter Napoleon wurde er wieder rehabilitiert.

[2] Genau genommen ist das Coulomb'sche Gesetz nur für **punktförmige Ladungen** anwendbar.

## Beispiel 8.2

Die Gravitationskraft ist im Vergleich zur Coulomb-Kraft zumeist vernachlässigbar. Am Beispiel der Kräfte zwischen zwei Protonen ($m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg) soll dies nachgerechnet werden.
($G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm²/kg²)
Jedes Proton hat die Ladung $Q = +e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.

Die elektrische abstoßende Kraft zwischen zwei Protonen beträgt daher:

$$F_E = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Die Gravitationskraft ist anziehend und beträgt

$$F_E = G \frac{m_p \cdot m_p}{r^2}$$

Um die beiden Kräfte zu vergleichen, bildet man am besten das Verhältnis der Beträge:

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{\frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_0^2}}{G \cdot \frac{m_p^2}{r_0^2}} = \frac{e^2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot G \cdot m_p^2} = \mathbf{1{,}24 \cdot 10^{36}}$$

**Beachte:** Das Verhältnis dieser beiden Kräfte hängt nicht vom Abstand r der beiden Protonen ab. Die elektrische Kraft ist im berechneten Fall um **36 Zehnerpotenzen** größer!

**Abb. 136.1** *Für **Protonen** im Atomkern muss der elektrischen Abstoßungskraft eine gleichwertige Anziehungskraft entgegenstehen; für die Bindung reicht die Gravitationskraft bei weitem nicht aus! Die Bindungskräfte werden durch eine weitere Kraft, die **Kernkraft**, aufgebracht.*

## Übungen

**Überprüfe deine Kenntnisse über die Elektrostatik, indem du die folgenden Übungen durchführst.**

**Ü 8.1** Berechne die elektrische Kraft zwischen zwei geladenen Teilchen im Abstand von 1 m, die jeweils die Ladung von 1 C tragen.

**Ü 8.2** Mond und Erde: Angenommen, die Coulomb-Kraft wäre zwischen Mond und Erde gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet zu der Gravitationskraft. Welche (gleich große) Ladung müssten Mond und Erde jeweils haben?
($m_{Erde} = 6 \cdot 10^{24}$ kg; die Mondmasse ist das 0,0123-fache der Erdmasse, mittlerer Abstand Erde-Mond: $3{,}8 \cdot 10^8$ m)

**Ü 8.3** Zwei Ladungen von je 0,05 μC wirken in einem Abstand von 5 cm aufeinander.

**a)** Wie groß ist die Kraft zwischen diesen beiden Körpern?

**b)** Aus wie viel Elementarladungen besteht jede der betrachteten Ladungen.

**Ü 8.4** In einem **Wasserstoffatom** beträgt die Anziehungskraft zwischen Elektron und Proton ungefähr $8 \cdot 10^{-8}$ N. Berechne mit dem Coulomb'schen Gesetz den mittleren Abstand zwischen Elektron und Proton?
Hinweis: Auf diesem Weg können die Verhältnisse in einem Wasserstoffatom allerdings nur sehr ungenau beschrieben werden. Exakter werden sie mit Hilfe der Quantenmechanik berechnet.

**Ü 8.5** *Protons: Calculate the repulsive force between two protons 1 mm apart.*

**Ü 8.6** Wenn du die folgenden Wörter in der richtigen Reihenfolge einfügen kannst, hast du dich mit der Elektrostatik beschäftigt:

*Elektron – Reibung – zwei Arten – negative – Proton – Abstand – Kräfte*

Wir wissen, dass es ________________ von Ladungen – positive und negative – gibt, weil zwischen ihnen ________________ wirken. Aus der Mechanik ist bekannt: Wenn eine Kraft wirkt, müssen zwei Körper daran beteiligt sein. Z. B. stoßen einander zwei ________________ Ladungen ab. Der Betrag der Kraft hängt von der Ladung der beiden Körper und vom ________________ der beiden Ladungen ab. Coulomb hat das in dem nach ihm benannten Gesetz beschrieben. Die negative Ladung stammt vom ________________, die positive vom ________________ im Kern. Dass viele Körper scheinbar keine Ladung besitzen, bedeutet, dass die Anzahl der positiven und negativen Ladungen gleich groß ist. Mit Hilfe von ________________ können die Ladungen getrennt werden, sodass einem die Haare zu Berge stehen können.

**Abb. 136.2** *zu Ü 8.6*

## Übungen

**Ü 8.7** Die Materie besteht aus geladenen Teilchen. Wieso spüren wir ihre (elektrischen) Kräfte nicht?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Weil die Elektronen im Atom gebunden sind. | | |
| **b)** Weil die Anzahl der Elektronen und Protonen im Atom gleich groß ist. | | |
| **c)** Weil wir daran seit der Geburt gewöhnt sind. | | |
| **d)** Weil die Kräfte viel zu klein sind. | | |

### 8.2.3 Elektrisches Feld *(electric field)*

Zur Veranschaulichung der Kraftwirkung von Ladungen wird das Konzept des **elektrischen Felds** verwendet. Diese Modellvorstellung hat sich auch bei der Beschreibung der Gravitation durch das Gravitationsfeld bewährt.

Allein durch die Anwesenheit einer elektrischen Ladung Q wird eine Eigenschaft des umgebenden Raums festgelegt: Auf jede weitere Ladung q (mit beliebigen Raumkoordinaten) wirkt eine Kraft, die bei Punktladungen durch das Coulomb'sche Gesetz beschrieben wird **(Abb. 137.1)**.

Bei ruhenden elektrischen Ladungen spricht man vom elektrostatischen Feld. Ähnlich wie beim Gravitationsfeld kann jedem Punkt des Raums ein Kraftvektor zugeordnet werden. Man bezeichnet solche Felder als **Vektorfelder**.

Um ein Feld zu überprüfen bringt man eine **Ladung q** in das Feld. Auf diese Ladung q wirkt eine Kraft F. Diese Kraft wird gemessen, sodass man über die Richtung und Stärke des Felds etwas erfährt.

Nun hat diese Ladung q allerdings ein eigenes Kraftfeld. Dieses verändert das zu messende Kräftesystem. Wählt man die Ladung q allerdings sehr klein, kann der Effekt vernachlässigt werden! Solch eine Ladung nennt man **Probeladung q**.

Dividiert man die Kraft F an den jeweiligen Messpunkten durch diese Probeladung q erhält man eine **Feldgröße**, die **Feldstärke E**. Diese beschreibt das Feld unabhängig von der Probeladung q. Sie hat die Einheit Newton pro Coulomb (N/C) oder Volt pro Meter (V/m).

Ist die **Feldstärke E** eines Kraftfeldes gegeben, dann kann die **Kraft** auf eine (kleine) Ladung q durch $\mathbf{F = E \cdot q}$ ermittelt werden.

**Jeder elektrische Körper ist von einem Feld umgeben.**

Mithilfe von **Feldlinien** kann die räumliche Struktur eines Felds veranschaulicht werden.

**Merk & Würdig**

Ein Raum, in dem jedem Punkt eine Kraft auf eine Ladung zugeschrieben werden kann, bezeichnet man als **elektrisches Feld**.



**Abb. 137.1** *Feldstärke E und Kraft F*

**Merk & Würdig**

**Elektrische Feldstärke**

Elektrische Kraft F pro (kleiner) Probeladung q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$\vec{E}$ … Feldvektor in Kraftrichtung; $[\vec{E}] = N/C = V/m$

**Abb. 137.2** *Um Beute zu jagen benützen Schnabeltiere das elektrische Feld. Sie können noch auf elektrische Feldstärken von $0{,}5 \cdot 10^{-5}$ V/m reagieren.*



**Abb. 137.3** *In großer Entfernung entspricht auch das Feld eines ausgedehnten Körpers dem einer Punktladung. Das Feldlinienbild einer geladenen kugelförmigen Elektrode (rot) entspricht dem einer Punktladung. Die Feldrichtung wird vom Pluspol weglaufend vereinbart. Man erkennt, dass die Feldlinien radialsymmetrisch (im Raum kugelsymmetrisch) sind. Dies passt zur $1/r^2$-Abhängigkeit des Coulomb'schen Gesetzes.*

**Elektrisches Feld und Feldvektor …**

**Abb. 138.1** *Im Tierreich können zur Feindabwehr erhebliche Feldstärken aufgebaut werden. Feldlinienbild am Beispiel des „Elephant gnathonemus" (Elefantenrüsselfisch).*

**Abb. 138.2** *Elektrisches Feld und Feldvektor zweier gleich großer Ladungen*

**Abb. 138.3** *Elektrisches Feld und Feldvektor zweier ungleichnamiger Ladungen*

**Abb. 138.4** *In einem homogenen Feld zwischen zwei sehr großen geladenen Platten ist die Feldstärke überall gleich groß.*

## Merk & Würdig

- Die Feldlinien eines elektrischen Felds gehen von positiven Ladungen aus (Quellen).

**Abb. 138.5**

**Abb. 138.6**

- Elektrische Feldlinien enden in negativen Ladungen (Senken).
- Feldlinien schneiden einander nie.
- Elektrische Feldlinien stehen immer normal auf Oberflächen gut leitender Materialien.
- Elektrische Feldlinien beginnen und enden nie im leeren Raum.

## Beispiel 8.3

**Elektrofilter**

Wie groß ist die Kraft auf ein geladenes Staubteilchen ($5 \cdot 10^{-16}$C), das sich

**a)** im natürlichen elektrostatischen Erdfeld (180 N/C) befindet?

**b)** im Feld eines Elektrofilters ($4 \cdot 10^{5}$ N/C) befindet?

Es muss dabei überprüft werden, ob die Kraft für die Funktion eines Filters ausreichend groß ist – ein Vergleich mit der Schwerkraft ist dazu geeignet. (Masse des Staubteilchens: $2 \cdot 10^{-12}$ kg)

**a)** Die Kraft ergibt sich mit

$F = Q \cdot E = 5 \cdot 10^{-16}\text{C} \cdot 180\ \text{N/C} = \mathbf{0{,}9 \cdot 10^{-13}\ N}$

**b)** Die Kraft ergibt sich mit

$F = Q \cdot E = 5 \cdot 10^{-16}\text{C} \cdot 4 \cdot 10^{5}\ \text{N/C} = \mathbf{2 \cdot 10^{-10}\ N}$

Die Gewichtskraft $F = m \cdot g = \mathbf{2 \cdot 10^{-11}\ N}$ ist kleiner!



**Abb. 138.7** ***Prinzip des Elektrofilters:*** *Der Ionisator überträgt Ladungen auf die Staubpartikel, die im starken elektrischen Feld der Kollektorplatten abgelenkt werden und auf den Platten haften bleiben.*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über das elektrische Feld, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 8.8** Welche Kraft wirkt auf ein **α-Teilchen** (Heliumkern, $Q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C), das sich im homogenen elektrischen Feld eines Detektors (40 000 N/C) befindet?

Welche Beschleunigung wirkt auf das Teilchen? ($m_\alpha = 4 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg)

**Ü 8.9** **a)** Berechne die **Feldstärke** einer geladenen **Punkt-Elektrode**:
Entfernung von der Elektrode 1,2 m; Ladung 5 μC.

**b)** Welche Ladung muss man in dieselbe Entfernung bringen, damit eine Kraft von $1 \cdot 10^{-3}$ N messbar ist?

**Ü 8.10** *The electric field strength 50 cm from the centre of a* ***small charged sphere*** *is 18 N/C. Calculate the charge on the sphere.*

## 8.3 Kondensator *(capacitor)*

Kondensatoren sind elektrische Bauelemente, die zur Speicherung elektrischer Energie und elektrischer Ladung dienen. Die Ladung befindet sich auf zwei gegenüberliegenden leitenden Materialien, den Elektroden. Diese sind voneinander isoliert. Die Anwendungen des Kondensators sind vielfältig, ob als Energiequelle zum Zünden einer Blitzröhre in einem Photo-blitz oder als wichtiger Bestandteil (Glättungskondensator) eines Netzgerätes, das Gleichstrom liefern soll. Praktisch in jedem Elektronikgerät werden Kondensatoren verwendet.



**Abb. 139.2**

**Abb. 139.1** *Ein* ***Plattenkondensator*** *besteht aus zwei parallelen Platten; diese werden entgegengesetzt aufgeladen. Für Experimente lässt sich der Abstand der Platten verändern.*

### a) Plattenkondensator

Der Plattenkondensator **(Abb. 139.1)** hat zwar keine große technische Bedeutung, aber die physikalischen Zusammenhänge lassen sich an diesem Typ einfach zeigen. Diese Zusammenhänge lassen sich auf andere Kondensatorentypen übertragen.

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei Platten, die entgegen gesetzt aufgeladen werden. Im Inneren des Kondensators entsteht durch Überlagerung der Felder der unterschiedlich geladenen Platten ein homogenes elektrisches Feld.

In **Abb. 139.3** erkennt man, dass das Feld im Außengebiet die Feldstärke null besitzt. Im Inneren beträgt die Feldstärke

$$E = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0} = \frac{U}{d} \Rightarrow U = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0} \cdot d$$

Dabei ist

$E$ … elektrische Feldstärke, $[E] = N/C$
$Q$ … Ladung einer Platte, $[Q] = C$
$A$ … Plattenfläche, $[A] = m^2$
$\varepsilon_0$ … elektrische Feldkonstante, $[\varepsilon_0] = As/Vm$
$U$ … elektrische Spannung zwischen den Platten, $[U] = V$
$d$ … Plattenabstand, $[d] = m$



**Abb. 139.3** *Das elektrische Feld eines Plattenkondensators lässt sich als Überlagerung der elektrischen Felder zweier entgegengesetzt geladener Einzelplatten verstehen.*

## Beispiel 8.4

**Feldstärke eines Plattenkondensators**

**a)** Gesucht ist die Feldstärke E im Inneren eines Plattenkondensators.
Gegeben ist eine Spannung von U = 350 V und ein Plattenabstand von 2 mm.

**b)** Ab welchem Abstand kann es zu einem dielektrischen Durchbruch kommen?
(Durchbruchsfeldstärke in Luft 3 MV/m)

**a)** $E = \frac{U}{d} = \frac{350\ \text{V}}{2 \cdot 10^{-3}\ \text{m}} = 175\ \text{kV/m}$

**b)** $d = \frac{U}{E} = \frac{350\ \text{V}}{2 \cdot 10^{6}\ \text{V/m}} = 0{,}11\ \text{mm}$

Der Abstand der Platten darf also nicht beliebig verkleinert werden, da sonst ein Funkenüberschlag erfolgt. Durch Feuchtigkeit oder bei Staub in der Luft könnte der Durchschlag allerdings schon bei größeren Abständen erfolgen.

## Merk & Würdig

**Kapazität C**

Die **Kapazität C** gibt an, wie viel Ladung Q in einem Kondensator bei einer bestimmten Spannung U gespeichert werden kann:

**Q = C · U**

**Merke: „Kuh = Kuh“**

[Q] = C

[U] = V

[C] = F

Dipolmolekül (z.B. Wasser)

unpolarer Stoff

Abb. 140.1 ***Materie im elektrischen Feld:*** *Die Feldstärke wird durch Materie abgeschwächt.*

Abb. 140.2 *MICHAEL FARADAY*

### b) Kapazität eines Kondensators

Schließt man die Platten eines Kondensators an ein Hochspannungsgerät, dann wird der Kondensator „aufgeladen“. Es fließt eine bestimmte positive Ladungsmenge zur positiven Platte und eine negative Ladung zur negativen Platte, bis die Potenzialdifferenz zwischen den Platten gleich der angelegten Spannung ist.

Der Kondensator wirkt wie ein **Ladungsspeicher**. Um die doppelte Ladung zu speichern, muss man die anliegende Spannung verdoppeln. Die anliegende Spannung U und die aufgebrachte Ladung Q sind zueinander proportional: $Q \sim U$

Wie viel Ladungsmenge man bei einer bestimmten anliegenden Spannung aufbringen kann, das hängt von der Größe und Bauform des Kondensators ab.

Dies drückt man mittels Proportionalitätsfaktor C aus: $Q = C \cdot U$

Der Proportionalitätsfaktor C legt fest, wie viel Ladung bei gegebener Spannung in einem bestimmten Kondensator gespeichert werden kann. Man nennt diesen Faktor Kapazität (*capacity*). Die Einheit der **Kapazität** ist das **Farad**[1] **F**:

F = C/V = As/V

In der Praxis werden Kondensatoren verwendet, die eine Kapazität von wenigen pF (= $10^{-12}$ F) bis einige µF (= $10^{-6}$ F) aufweisen.

### c) Dielektrizitätskonstante

Bringt man zwischen die geladenen Platten eines Kondensators eine isolierende Keramik- oder Kunststoffplatte, so sinkt die Spannung zwischen den Platten. Die Stärke des Effekts hängt vom Material, dem sogenannten **Dielektrikum** *(dielectric)*, ab. Das Phänomen kann durch Influenz erklärt werden:

Die Ladungswolke um die Atomkerne verformt sich durch die elektrische Kraft im elektrischen Feld. Im zuvor unpolaren Material zwischen den Platten bilden sich, wie man in **Abb. 140.1** sieht, **Dipole** mit Vorzugsrichtung – die Moleküle werden **polarisiert**.

Es entsteht ein entgegengesetztes Feld E, das das ursprüngliche Feld schwächt. Somit sinken die Feldstärke und die Spannung durch Einbringen eines Dielektrikums am Kondensator ab.

Die **relative Dielektrizitätszahl** $\varepsilon_r$ (**Permittivitätszahl**, *dielectric constant*) ist ein Maß für die Polarisation des Stoffs und gibt an, wievielmal die Kapazität eines Kondensators durch Einbringen eines Isolierstoffes größer wird. $\varepsilon_r$ ist abhängig vom Material **(Tab. 141.1)**.

[1] MICHAEL FARADAY (1791 Newington – 1867 Hampton Court), englischer Naturforscher. Er entdeckte die Verflüssigung von Gasen wie Chlor, $CO_2$ und Ammoniak, die elektromagnetische Induktion, die Drehung der Polarisationsebene eines Lichtstrahls durch ein Magnetfeld (Faraday-Effekt) und die nach ihm benannten Grundgesetze der Elektrolyse. Er entwickelte auch den Begriff des elektrischen Feldes.

Wenn man in die Gleichung $C = \frac{Q}{U}$ die Gleichung $U = \frac{Q}{A \cdot \varepsilon_0} \cdot d$ (Seite 140) einsetzt, kürzt sich die Ladung Q, und wir erhalten $C = \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$. Wenn nun auch $\varepsilon_r$ berücksichtigt wird, erhalten wir $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$.

**Beispiele für relative Dielektrizitätszahlen**

| Material | $\varepsilon_r$ |
|---|---|
| Wasser | ca. 80 |
| Glimmer | 5,4 |
| Glas | 5 … 15 |
| Hartpapier | 4 … 8 |
| Transformatoröl | 2,24 |
| Luft | 1,000 6 |
| Vakuum | 1,000 000 |

**Tab. 141.1**

### Beispiel 8.5

**Plattenkondensator**

Ein Plattenkondensator besteht aus zwei quadratischen Platten mit 7,1 cm Kantenlänge. Der Plattenabstand beträgt 0,5 mm.

Welche Kapazität hat der Kondensator **a)** mit Luft und **b)** mit Hartpapier ($\varepsilon_r = 4$) als Dielektrikum?

**a)** $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \frac{A}{d} = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{C^2}{Nm^2} \cdot 1 \cdot \frac{(7{,}1 \cdot 10^{-2}\ m)^2}{0{,}5 \cdot 10^{-3}\ m} = 8{,}9 \cdot 10^{-11} F = 90 pF$

Der Kondensator besitzt **90pF**.

**b)** Die Kapazität C ist 4-mal so groß als mit Luft: **C = 0,36 nF**

#### d) Kondensatorschaltungen

**Parallelschaltung** *(capacitors in parallel)*



**Abb. 141.1**

Sind $C_1$ und $C_2$ die Einzelkapazitäten, so gilt für die gesamte Ladung Q:

$$Q = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U = U \cdot (C_1 + C_2)$$

Für die Gesamtkapazität C gilt:

$$C = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2$$

Für n parallel geschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_i$ gilt:

**Die Gesamtkapazität ist die Summe der Einzelkapazitäten.**

$$C_g = \sum_{i=1}^{n} C_i$$



**Abb. 141.3**

**Serienschaltung** *(capacitors in series)*



**Abb. 141.2**

Die Spannungen $U_1$ und $U_2$ addieren sich zur Gesamtspannung U. Daher gilt:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}; U_2 = \frac{Q}{C_2} \Rightarrow U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

Daraus folgt für den Kehrwert der Gesamtkapazität C:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Für n in Reihe geschaltete Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_i$ gilt:

**Der Kehrwert der Gesamtkapazität ist die Summe der Kehrwerte der Einzelkapazitäten.**

$$\frac{1}{C_g} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$



**Abb. 141.4**

## Beispiel 8.6

**a)** Zu berechnen ist die Gesamtkapazität der Schaltung in **Abb. 142.1** mit den Kondensatoren $C_1 = 2\ \mu F$, $C_2 = 3\ \mu F$ und $C_3 = 5\ \mu F$.

**b)** Welche Ladung Q kann mit dieser Schaltung bei einer angelegten Spannung von 24 V gespeichert werden und wie verteilt sich diese auf die Einzelkapazitäten?

**a)** Für die Parallelschaltung $C_1//C_2$ ergibt sich eine Kapazität:

$C_{parallel} = C_1 + C_2 = 5\ \mu F$

Für die Gesamtschaltung ergibt sich:

$$C = \frac{C_{parallel} \cdot C_3}{C_{parallel} + C_3} = 2{,}5\ \mu F$$

**b)** Die Schaltung speichert insgesamt:

$Q = C \cdot U = 2{,}5\ \mu F \cdot 24\ V = \mathbf{60\ \mu C}$.

In der Serienschaltung $C_3$ und $C_{parallel}$ speichert jeder Teil dieselbe Ladung Q. Damit kann die Spannung $U_p$ an $C_1//C_2$ ermittelt werden:

$$U_p = \frac{Q}{C_{parallel}} = \frac{60\ \mu F}{5\ \mu F} = 12\ V$$

Diese Spannung liegt an den Kondensatoren $C_1$ und $C_2$ jeweils an, daher gilt:

$Q_{C_1} = C_1 \cdot U_p = \mathbf{24\ \mu C}$ $\qquad Q_{C2} = C_2 \cdot U_p = \mathbf{36\ \mu C}$

**Probe:** Beide Ladungen ergeben zusammen 60 µC, also die Gesamtladung!



**Abb. 142.1**

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über den Kondensator, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 8.11** Welche der folgenden Aussagen über einen Kondensator ist richtig, welche falsch?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Verringert man den Abstand zweier geladener Kondensatorplatten, so sinkt die Spannung. | | |
| **b)** Kondensatorplatten müssen immer rund sein. | | |
| **c)** In einem Kondensator werden Ladungen gespeichert. | | |
| **d)** Man verdoppelt die Fläche der Kondensatorplatten. Die Kapazität verdoppelt sich ebenfalls. | | |
| **e)** Die beiden Platten eines Kondensators besitzen immer gleiche Ladung. | | |
| **f)** Ein Kondensator speichert auch Energie. | | |
| **g)** Die Kapazität eines Kondensators wird durch Einschieben von Material zwischen die Platten verkleinert. | | |

**Ü 8.12** Welche Ladung enthält ein Kondensator mit einer Kapazität von 8 nF bei einer Spannung von 230 V?

**Ü 8.13** Berechne die Kapazität eines Plattenkondensators (in Luft) mit der Fläche $A = 1\ dm^2$, dessen Platten einen Abstand $d = 1\ cm$ haben. Wie ändert sich die Kapazität und Ladung Q, wenn der Plattenabstand auf 1 mm verringert wird?

**Ü 8.14** Welcher der beiden folgenden Sätze ist richtig, welcher falsch? Kreuze an:

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Bei Reihenschaltung ist die Gesamtkapazität immer kleiner als die kleinste Einzelkapazität. | | |
| **b)** Bei Parallelschaltung ist die Gesamtkapazität immer größer als die größte Einzelkapazität. | | |

## Übungen

**Ü 8.15** Deine Laborlehrkraft gibt dir zwei Kondensatoren ($C_1$ = 10 µF, $C_2$ = 50 µF).

**a)** Wie musst du die Kondensatoren schalten, damit ihre Gesamtkapazität 60 µF beträgt?

**b)** Erhältst du bei Reihenschaltung von $C_1$ und $C_2$ eine Gesamtkapazität von (1) mehr als 10 µF (2) weniger als 50 µF (3) weniger als 10 µF (4) mehr als 50 µF?

**Beachte:** NICHT rechnen, sondern überlegen.

**Ü 8.16** Zwischen zwei Platten eines Kondensators (A = 1,5 $dm^2$) herrscht eine Spannung von 11 V bei einem Abstand von 5 mm. Wie groß ist die Kraft, mit der die beiden Platten einander anziehen?

Hinweis: Die untere Platte sei fest und die andere Platte beweglich, dann kann man das von der unteren Platte ausgehende Feld als halb so groß wie das Gesamtfeld im Kondensator annehmen. Dieses Feld bewirkt eine Kraft auf die geladene bewegliche Platte.

**Ü 8.17** *An air-spaced capacitor of 1 µF is needed. Estimate the size of the plates if they are 1 mm apart?*

**Ü 8.18** Zwei Kondensatoren mit einer Kapazität von 20 nF und 30 nF werden **a)** parallel und **b)** seriell geschaltet.
Wie groß ist ihre Gesamtkapazität?

**Ü 8.19** Berechne die Gesamtkapazität der jeweiligen Schaltung aus **Abb. 143.1**.
Die Kondensatoren haben jeweils 3 µF.

**Ü 8.20** Eine Serienschaltung aus einem 2-pF- und einem 4-pF-Kondensator ist mit einer 180 V Spannungsquelle verbunden. Wie groß sind die gespeicherten Ladungen und die anliegenden Spannungen?

**Ü 8.21** *If you take out the short circuit in picture Abb. 144.1 c), what is the **total capacity** of the circuit? (All capacities are the same and have 2 nF.)*

a)
b)
c)
d)

**Abb. 143.1** *zu Ü 8.19 und Ü 8.21*

## 8.4 Stromkreis *(electric circuit)*

In der Elektrostatik haben wir uns mit ruhenden oder einzelnen bewegten elektrischen Ladungen beschäftigt. Damit ein elektrisches Feld erzeugt wird, müssen Ladungen transportiert werden, d. h., es muss **elektrischer Strom** fließen. Fließt dieser elektrische Strom von einer Quelle (z. B. Batterie) in Leitungen zu einem Verbraucher (z. B. Glühlampe, Elektromotor, etc.) und wieder zurück zur Quelle, so spricht man von einem **Stromkreis**.

Quelle
Leitung
Verbraucher

**Abb. 143.2** *Der einfachste Stromkreis*

### 8.4.1 Elektrische Stromstärke *(intensity of electric current)*

Im einfachsten Fall fließen in jeder Sekunde gleich viele Ladungen durch den Leiter. Man spricht dann von konstantem **Gleichstrom** (*direct current*, Abkürzung: DC).

In diesem Fall ist die durch den Querschnitt A des Leiters fließende Ladungsmenge ΔQ zur verstrichenen Zeitdauer Δt direkt proportional: $\Delta Q = I \cdot \Delta t$

Der Proportionalitätsfaktor I heißt **elektrische Stromstärke I** (kurz „elektrischer Strom I").

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- Der elektrische Strom gibt die transportierte Ladung pro Zeit an:
- In differenzieller Schreibweise **(Beispiel 8.8)**
$$I = \frac{dQ}{dt}$$
- Die elektrische Stromstärke I ist im internationalen Maßsystem als SI-Grundgröße definiert.

**Merk & Würdig**

**Elektrische Stromstärke**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

Basiseinheit: [I] = A

$\Delta Q = I \cdot \Delta t$

$[\Delta Q] = [I] \cdot [\Delta t] = As$

ΔQ … Ladungsmenge, die pro Zeiteinheit durch den Leiter fließt
Δt … dazu benötigte Zeit

- Die Einheit[1] der elektrischen Stromstärke ist als Basiseinheit mit **Ampere A** festgelegt.
- Damit kann die Einheit der Ladung Coulomb C auch als **Amperesekunde As** bezeichnet werden.
- **Stromrichtung:** Die negativ geladenen Elektronen bewegen sich vom Minuspol zum Pluspol; dies nennt man die **physikalische Stromrichtung**.
- Die **technische Stromrichtung** ist in Richtung der Bewegung von positiven Ladungsträgern, also vom positiven zum negativen Pol, definiert.
- In **elektrischen Stromkreisen** wird die technische Stromrichtung eingezeichnet!
- Die Größe der elektrischen Stromstärke wird mit dem **Amperemeter** gemessen. Die **elektrische Spannung** wird mit dem **Voltmeter** ermittelt **(Abb. 144.1)**.

**Abb. 144.1** *Ein handelsübliches Multimeter, das sowohl Amperemeter als auch Voltmeter ist.*

## Beispiel 8.7

Michael hat vergessen, die Innenraumbeleuchtung seines Kfz abzuschalten. Die voll geladene 12 V Autobatterie hat eine Ladungsmenge laut Typenschild von 35 Ah.

**a)** Wie lange kann sie Strom für die Innenraumbeleuchtung liefern, wenn diese dauernd einen Strom von 1,5 A zieht, bis die Batterie vollkommen entladen ist?

**b)** Wie viel Ladung in Amperesekunden fasst die Batterie und wie vielen verschiebbaren Elementarladungen entspricht dies?

**a)** $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta Q}{I} = \frac{35\ \text{Ah}}{1{,}5\ \text{A}} = 23{,}3\ \text{h}$

Nach nicht ganz **24 Stunden** ist die Batterie leer.

**b)** $Q = 35\ \text{Ah} = 35 \cdot 3600\ \text{As} =$ **126 000 C**

Dividiert man durch $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ As, ergibt sich die große Zahl von $\mathbf{7{,}9 \cdot 10^{23}}$ **Elementarladungen**, die die Batterie zur Verfügung stellen kann.

## Beispiel 8.8

Während einer Minute steigt die Stromstärke linear von 0 A auf 6A. Welche Ladung fließt durch den Leiter?

Aus $I = \frac{dQ}{dt}$ folgt $Q = \int I\,dt$ mit $I = 0{,}1\ t$, da der Strom sich in 60 s um 6 A ändert.

$$Q = \int_0^{60} 0{,}1\ t\,dt = 0{,}1 \frac{1}{2} 60^2 - 0^2 = 180\ \text{C}$$

Während einer Minute fließen **180 C** oder fast $2 \cdot 10^{21}$ Elektronen durch den Leiter.

**Abb. 144.2** *Die Fläche unter der Geraden $I = 0{,}1 \cdot t$ entspricht den fließenden Ladungen.*

**Abb. 144.3** *ANDRÉ MARIE AMPÉRE*[2]

[1] Zur Definition der Einheit 1 Ampere siehe **Kapitel 8.6.1, Beispiel 8.14**

[2] ANDRÉ MARIE AMPÉRE (1775 Polcymieux, Lyon – 1836 Marseille), französischer Mathematiker und Physiker. Er entdeckte die magnetischen Wirkungen in der Umgebung stromdurchflossener Leiter, erklärte den Magnetismus durch Molekularströme. Er genoss keine Schulbildung, sondern war auf jedem Wissensgebiet Autodidakt, wie es viele Vertreter der Aufklärung forderten.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über die Stromstärke, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 8.22** Ein Gewitterblitz transportiert in der Zeitspanne von $10^{-4}$ s eine Ladungsmenge von 5 C. Wie groß ist die Stromstärke?

**Ü 8.23** Wie viele Elektronen wandern bei einer Stromstärke von 1 A pro Sekunde durch einen metallischen Leiter?

**Ü 8.24** Der Startermotor eines 4-Taktmotors zieht beim Startvorgang ca. 300 A Strom aus der Autobatterie. Wie lang kann mit einer voll geladenen 12 V Autobatterie und 45 Ah Ladekapazität der Startvorgang ausgeführt werden? (Beachte, dass beim Starten die Batteriespannung auf durchschnittliche 8 V absinkt.)

**Ü 8.25** *LED: Calculate the current: 2 μC flows through a light-emitting diode in 1 ms.*

**Ü 8.26** Interpretiere die Gleichung $Q = \int I\,dt$ graphisch.

## 8.4.2 Elektrischer Widerstand *(electric resistance)*

In einem Leiter tritt dem Strom I ein **elektrischer Widerstand R** entgegen, vor allem durch sogenannte „Verbraucher". Die Ursache für diesen elektrischen Widerstand in metallischen Leitern sind laufende Zusammenstöße der Elektronen mit den Gitterbausteinen des Metalls. Bei diesen Zusammenstößen geben die Elektronen einen Teil ihrer Energie an das Metall ab. Die Elektronen werden nach jedem Stoß durch die anliegende Spannung wieder beschleunigt.



**Abb. 145.1** *Die* ***Elektronenbewegung*** *im Leiter führt durch Stoßvorgänge zur Energieumwandlung: Elektrische Energie (kinetische Energie der Elektronen) geht über in kinetische Bewegung des Kristallgitters (Erwärmung des Leiters).*

### a) Ohm´sches Gesetz

SIMON OHM[1] fand 1826 einen Zusammenhang zwischen Stromstärke, Spannung und dem elektrischen Widerstand: $U = R \cdot I$

Mit Hilfe eines Experiments kann Ohms Überlegung nachvollzogen werden.

## Experiment

### Widerstand eines Metalldrahts

Man verbindet Netzgerät, Spannungs- und Strommessgerät wie in der abgebildeten Schaltung mit einem Metalldraht. Die Messergebnisse der Strom- und Spannungsmessung trägt man in einer Tabelle ein und stellt sie in einem U-I-Diagramm **(Abb. 145.3)** dar. Dies wiederholt man mit einem anderen Draht.



**Abb. 145.2** ***Messaufbau*** *(links) und* ***Schaltplan*** *zur Überprüfung des Ohm´schen Gesetzes*



**Abb. 145.3** ***U-I-Diagramm****; Widerstandskennlinie zweier Metalldrähte.*

[1] GEORG SIMON OHM (1789 Erlangen – 1854 München), deutscher Physiker. Er war Lehrer am Gymnasium in Köln und an der Kriegsschule in Berlin, ab 1833 Leiter der Polytechnischen Schule in Nürnberg, ab 1849 Professor für Mathematik und Physik an der Universität in München. 1826 entdeckte er das nach ihm benannte Gesetz und arbeitete auch an einer Theorie der Obertöne sowie in der Optik. Ohm lebte in ärmlichen Verhältnissen, und seine wissenschaftliche Leistung wurde in Deutschland viele Jahre ignoriert. Das verbitterte Ohm noch mehr. „Was gilt schon das Ansehen eines Mannes im eigenen Lande, wenn er, unvermögend und deshalb ungeliebt, still Ergebnisse vorweist. Man wird ihn ignorieren, solange herausgeputzte schwachsinnige Schwätzer das große Wort an unseren Akademien führen", sagte er.

## Merk & Würdig

**Ohm´sches Gesetz**

$I = \frac{U}{R}$

Einheit des Widerstandes:

[R] =[U]/[I] = V/A = Ω (Ohm)

U … Spannung, [U] = V
I … Stromstärke, [I]= A
R … Widerstand, [R] = Ω

Man erkennt im Experiment auf Seite 145, dass die Stromstärke I zur angelegten Spannung U direkt proportional ist; die Kennlinie ist linear: **I ~ U**

Der Anstieg der Kennlinie hängt von der Art des gewählten Drahtes ab. Sie ist also von dessen elektrischem **Widerstand R** abhängig. Bei gleicher Spannung U fließt durch einen größeren elektrischen Widerstand weniger Strom als durch einen niedri-geren Widerstand. Die **Widerstandskennlinie** eines kleineren Widerstands steigt also stärker an als die eines größeren.

Dies wird im **Ohm´schen Gesetz** zum Ausdruck gebracht.

Zur Wiederholung aus Band 1 (S. 126): Gleichstromleistung $P = U \cdot I$

## Beispiel 8.9

Ein Strom mit der Stärke 1,5 A fließt über eine Glühwendel.
Welchen Widerstand hat die Glühlampe, wenn die anliegende Batteriespannung 4,5 V beträgt?

Der Widerstand beträgt $R = \frac{U}{I} = \frac{4{,}5\ V}{1{,}5\ A} = 3\ \Omega$.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über den elektrischen Widerstand, indem du die folgenden Übungen durchführst.

**Ü 8.27** Gefahren des elektrischen Stroms:

Es wird empfohlen, nur mit einer Hand statt mit beiden Händen in ein elektrisches Gerät zu greifen.
Der Strom fließt dann nur durch die Hand und nicht über den Brustkorb (und dem Herz) zur anderen Hand.
Was sagst du dazu? Ist diese Aussage richtig oder falsch?

**Ü 8.28** Welche Spannung liegt an einem Metallfilmwiderstand mit 470 Ω an, wenn eine Stromstärke von 5,8 mA gemessen wird?

**Ü 8.29** Auf welchen Wert muss ein verstellbarer Widerstand in einer Schaltung gestellt werden, wenn bei einer Spannung von 9 V ein Strom von 30 mA fließen soll?

**Ü 8.30** Welcher Strom fließt durch eine Glühlampe (R = 250 Ω) bei 230 V?

**Ü 8.31** Welchen Spannungsabfall verursacht ein Widerstand von 10 kΩ bei einem Strom von 2 mA?

**Ü 8 32** Du hältst eine 1,5 V Taschenlampenbatterie zwischen den Fingern. Dabei erhältst du keinen Stromschlag, obwohl Strom fließt. Hältst du die Pole der Batterie an die Zunge, spürst du ein Kribbeln. Warum?
Berechne jeweils die Stromstärke.

$R_{Finger} = 10\,000\ \Omega$, $R_{zunge} = 1\,000\ \Omega$

Hinweis:
Wahrnehmungsgrenze I = 0,1 mA;
ab 10 mA gesundheitliche Probleme;
6 A wird zur Defribillation des Herzens benützt.

Falls dir die Aufgabe Schwierigkeiten bereitet, lies in Band 1 nach.

### b) Die Kirchhoff´schen Gesetze *(Kirchhoff´s laws)*

Mithilfe der Regeln von KIRCHHOFF[1] können auch die Verhältnisse von Strömen und Spannungen in komplizierten Netzwerken mehrerer Verbraucher und mehrerer Spannungsquellen berechnet werden.

Es gibt zwei Kirchhoff´sche Regeln:

**Merk & Würdig**

**Erstes Kirchhoff´sches Gesetz; die Knotenregel** *(node law)*

Die Summe aller in einem Knoten zu- und abfließenden Ströme ist gleich null. (Abfließende Ströme werden negativ gezählt.)

$$I_1 + I_2 + I_3 + \ldots + I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

Abb. 147.1 *GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF*

Abb. 147.2 *Auch zur Berechnung einfachster Schaltungen, wie sie beispielsweise bei der Verwendung einer Steckerleiste entstehen, sind die Kirchhoff´schen Gesetze brauchbar.*

Die Summe der zufließenden Ströme ist …
Knoten
… gleich der Summe der abfließenden Ströme.

Abb. 147.3 *Knotenregel*

**Merk & Würdig**

**Zweites Kirchhoff´sches Gesetz; die Maschenregel** *(Loop law)*

Für eine Masche gilt, dass der Betrag der Summe der Spannungen, die die Spannungsquellen liefern, gleich dem Betrag der Summe der Spannungsabfälle ist.

$$\sum U_i = 0$$

$$\sum_n U_n - \sum_m I_m \cdot R_m = 0$$

$U_i$ … Teilspannungen, $[U_i] = V$
$U_n$ … n Spannungsquellen, $[U_n] = V$
$I_m \cdot R_m$ … an m Widerständen abfallende Spannungen, $[I_m \cdot R_m] = V$

Abb. 147.4 *Maschenregel: Die Gesamtspannung U entspricht der Summe der einzelnen Spannungsabfälle.*

[1] GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1824 Königsberg – 1887 Berlin), deutscher Physiker. Er lehrte in Breslau, Heidelberg und in Berlin. Aufgrund eines Sturzes im Jahre 1868 war er auf den Rollstuhl angewiesen und musste seine Vorlesungen in Experimentalphysik aufgeben. Der Physiker entdeckte mit Robert BUNSEN die Spektralanalyse, arbeitete auf dem Gebiet der Thermodynamik, Wärmeleitung, Lichtemission und Absorption (Kirchhoff'sches Strahlungsgesetz). Auf dem Gebiet der Elektrizitätslehre stellte er mit 21 Jahren die grundlegenden Gesetze zur Berechnung von Strömen und Spannungen in elektrischen Schaltungen auf.

## c) Schaltung von Widerständen

### Parallelschaltung von Widerständen *(resistors in parallel)*

Abb. 148.1

Die Spannung U an den Widerständen ist gleich groß:
$U_1 = U_2 = U_3$; der Strom I teilt sich in $I_1$, $I_2$ und $I_3$ auf. Es gilt daher

$$I = \frac{U}{R} = I_1 + I_2 + I_3 \qquad \frac{U}{R} = \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3}$$

Daher folgt $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

**Parallelschaltung von Widerständen**

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \dots \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}$$

### Serienschaltung von Widerständen *(resistors in series)*

Abb. 148.2

Der Strom ist in allen Widerständen gleich groß:
$I_1 = I_2 = I_3$

Die Gesamtspannung teilt sich auf:

$U = U_1 + U_2 + U_3$

Für den Gesamtwiderstand ergibt sich

$R \cdot I = R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 + R_3 \cdot I_3$

Daher folgt $R = R_1 + R_2 + R_3$

**Serienschaltung von Widerständen**

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i$$

## Beispiel 8.10

In der Schaltung (Abb. 150.3) sind der Gesamtwiderstand, die Teilspannungen und die Teilströme zu berechnen.

Zunächst wird der unterlegte Parallelwiderstand $R_p$ errechnet:

$$R_p = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{1\,\text{k}\Omega \cdot 2{,}2\,\text{k}\Omega}{1\,\text{k}\Omega + 2{,}2\,\text{k}\Omega} = 0{,}688\,\text{k}\Omega$$

Der Gesamtwiderstand R ergibt sich damit mit $R = R_1 + R_p = 0{,}116\,\text{k}\Omega$

Die Stromstärke I kann nun über das Ohm´sche Gesetz ermittelt werden:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{9\,\text{V}}{0{,}116\,\text{k}\Omega} = \mathbf{7{,}8\,mA}$$

Durch die Widerstände $R_1$ und $R_p$ fließt jeweils dieser Strom I; damit ergeben sich für die Spannungsabfälle: $U_1 = R_1 \cdot I =$ **3,7 V** und $U_p =$ **5,3 V**.

Die Kontrolle über die **Maschenregel** ergibt:

$U_1 + U_p = 3{,}7\,\text{V} + 5{,}3\,\text{V} = 9\,\text{V} = U$

Für die Teilströme folgt aus dem Ohm´schen Gesetz:

$$I_2 = \frac{U_p}{R_2} = \frac{5{,}3\,\text{V}}{1\,\text{k}\Omega} = \mathbf{5{,}3\,mA};\; I_3 = \frac{U_p}{R_3} = \frac{5{,}3\,\text{V}}{2{,}2\,\text{k}\Omega} = \mathbf{2{,}4\,mA}$$

Die Kontrolle über die **Knotenregel** ergibt auch hier, abgesehen von „Rundungsfehlern", eine Übereinstimmung:

$I_2 + I_3 = 5{,}3\,\text{mA} + 2{,}4\,\text{mA} = 7{,}7\,\text{mA} \approx I$

**Abb. 148.3** ***Netzwerke*** *können schrittweise vereinfacht werden. Es entstehen dadurch* ***Ersatzschaltungen****, die wesentliche Eigenschaften der ursprünglichen Schaltung aufweisen.*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Stromkreise, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 8.33** Berechne den Gesamtwiderstand einer Parallelschaltung von 2, 3, 4 … Widerständen mit jeweils 2 Ω.

**Ü 8.34** Weihnachtsbeleuchtung: In einer Lichterkette sollen 20 LEDs (12 V/0,55 W) parallel geschaltet werden.

**a)** Welcher Gesamtstrom ist notwendig?

**b)** Welchen Gesamtwiderstand haben die Verbraucher?

**Ü 8.35** Berechne

**a)** den Gesamtwiderstand

**b)** die Teilspannungen und

**c)** die Teilströme der in **Abb. 149.1** dargestellten Schaltung für U = 10 V.



**Abb. 149.1** *zu Ü 8.35*

**Ü 8.36** Berechne

**a)** die Widerstände der Lämpchen und

**b)** den Gesamtwiderstand der in **Abb. 149.2** dargestellten Schaltung.

**c)** Welcher Strom fließt durch die Lämpchen bei der anliegenden Spannung in der Schaltung?



**Abb. 149.2** *zu Ü 8.36*

**Ü 8.37** Welche der folgenden Aussagen über Schaltungen und Stromkreis ist richtig, welche falsch?

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| **a)** Schaltet man zwei Widerstände in Serie, so ist der Gesamtwiderstand größer als der größte Einzelwiderstand. | | |
| **b)** Bei Serienschaltung fließt durch jeden Einzelwiderstand der gleiche Strom I. | | |
| **c)** In einer Schaltung fließt von der Batterie mehr Ladung weg, als ankommt. | | |
| **d)** Mit zwei 10 Ω-Widerständen können keine 5 Ω erzeugt werden. | | |
| **e)** *A lightbulb has a resistance of 40 ohm. A current of 2 amp flows through it. 20 volts are operating.* | | |

**Ü 8.38** Wieso glüht der Faden einer Glühbirne, aber nicht die Zuleitung?

### d) Messung von Strom und Spannung

Das wichtigste Prinzip beim Messen ist, dass die Messung selbst möglichst keinen Einfluss auf die zu messenden Größen hat.

Ein Messgerät im Stromkreis ist selbst Teil dieser Schaltung und beeinflusst diese daher. Da es unmöglich ist, Strom und Spannung zu messen, ohne in die Schaltung einzugreifen, muss der Einfluss so klein wie möglich sein.

Bei der **Strommessung** soll der **Innenwiderstand möglichst klein** sein, damit am Instrument kein nennenswerter Spannungsabfall auftritt. Das Amperemeter wird in Serie geschaltet.

Bei der **Spannungsmessung** soll der **Innenwiderstand möglichst** groß sein, damit die Stromstärke nicht verändert wird. Das Voltmeter wird parallel geschaltet.



**Abb. 149.3** *Die **Strommessung** erfolgt so, dass der gesamte Strom über das in Serie geschaltete Messgerät fließt. Das Voltmeter soll den Spannungsabfall am Widerstand messen, es soll nur ein kleiner Strom über das Voltmeter fließen. Daher wird es parallel geschaltet.*

## Übungen

Mit der folgenden Übung testest du deine Fähigkeit, Probleme im Rahmen von Laborübungen zu lösen.

**Ü 8.39** Im Rahmen einer Laborübung stehst du vor folgenden Problemen:

**a)** Du siehst vier Schaltungen, um Strom und/oder Spannung zu messen.
Welche ist zweckmäßig bzw. korrekt? Begründe deine Wahl.

**Abb.150.1** **Abb. 150.2** **Abb. 150.3** **Abb. 150.4**

**b)** Du hast einen Widerstand, von dem du nicht weißt, wie groß er ist.

Kannst du mit einem Voltmeter und einem Amperemeter, deren Innenwiderstände du nicht kennst, den Widerstand bestimmen? Schlage ein Verfahren vor.

## Merk & Würdig

**Elektrische Leistung P**

im Gleich- und Wechselstromkreis für Ohm´sche Widerstände:

$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$

$[P] = V/A = W$ (Watt)

**Elektrische Arbeit W:**

$W = P \cdot t$

Einheit oft in kWh:

$1\ \text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6\ \text{J}$

U … Spannung; [U] = V
I … Stromstärke; [I] = A
R … Widerstand; [R] = Ω
t … Zeitdauer; [t] = s

### e) Joule'sche Wärme

Der durch den elektrischen Widerstand fließende Strom führt zu einer Erwärmung des Leiters. Ursache für dieses Entstehen der **„Joule´schen Wärme"**: Bewegungsenergie geht bei Stößen der Elektronen mit dem Kristallgitter von den Ladungsträgern auf das Gitter über **(Abb. 145.1)** und wird in der Folge von der Leiteroberfläche abgestrahlt. Diese Energie muss laufend von einer Energiequelle (z. B. Batterie) dem System zugeführt werden.

Die Arbeit *W*, die beim Fließen der Ladungsträger in einem Stromkreis verrichtet wird, ist: $W = Q \cdot U$

Aus der Definition der Stromstärke $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ kann für eine **konstante Stromstärke** (Gleichstromkreis) auch geschrieben werden: $Q = I \cdot t$.

Somit ergibt sich für die elektrische Arbeit, die in der Zeit t verrichtet wird: $W = U \cdot I \cdot t$

Für die **elektrische Leistung *P*** erhält man: $P = \frac{W}{t} = \frac{U \cdot I \cdot t}{t} = U \cdot I$

Diese Formel beschreibt die Leistung im Gleichstromkreis. Die Definition $P = U \cdot I$ kann auch für Ohm´sche Widerstände (Lötkolben, Glühlampe, Heizgerät) im **Wechselstromkreis** verwendet werden. Sie wird am Leistungsschild von Elektrogeräten als **Nennleistung** bezeichnet.

Setzt man das Ohm´sche Gesetz in die Leistungsformel ein, ergibt sich auch:

$P = U^2/R = I^2 \cdot R$

Diese Leistung wird an einem Ohm´schen Widerstand in Form von Wärme abgestrahlt und muss als elektrische Leistung zugeführt werden.

## Beispiel 8.11

**Heizstrahler**

Um einen Wohnraum zu heizen, soll ein elektrischer Heizstrahler mit einer Nennleistung von 1,8 kW bei 230 V Netzspannung 48 Stunden lang betrieben werden.

**a)** Welche Sicherung muss mindestens vorgesehen werden?
(Fließt beispielsweise auf Grund eines fehlerhaften Verbrauchers ein zu großer Strom kann durch überhitzte Leitungen Feuergefahr ausgehen. Sicherungen oder Sicherungsautomaten sollten in diesem Fall den Stromkreis unterbrechen.)

**b)** Welchen Widerstand weist die Heizspirale auf?

**a)** $P = U \cdot I \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{1\,800\text{ W}}{230\text{ V}} = \mathbf{7{,}8\text{ A}}$

Eine 10-A-Sicherung wird ausreichen. (Spezielle Verbraucher, wie Pumpen oder Motoren benötigen, da sie hohe Einschaltströme und geringere Ströme im Dauerbetrieb haben, spezielle Sicherungsmaßnahmen; beispielsweise Motorschutzschalter oder träge Sicherungsschalter.)

**b)** $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{(230\text{ V})^2}{1\,800\text{ W}} = \mathbf{29{,}4\ \Omega}$

Der Widerstand einer Heizspirale ist allerdings temperaturabhängig. Er stellt sich daher erst im heißen Zustand auf etwa 30 Ω ein.



**Abb. 151.1** ***„Innenleben" von Heizdrähten.*** *Sie finden Verwendung in Bügeleisen, Waschmaschinen, Heizstrahlern, ...*



**Abb. 151.2** *Heizstrahler und seine Heizspirale*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über Stromkreise, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 8.40** **Weltmeister im Bügeln** … Berechne die Stromstärke beim Betrieb eines Bügeleisens mit der Leistung von 800 W bei 230 V.
Welche Energie (in Joule bzw. kWh) wird dabei während einer Einschaltdauer von 12 Minuten verbraucht?

**Ü 8.41** Ein Stromkreis wird gleichzeitig von einer Waschmaschine (2 000 W), dem Staubsauger (1 200 W), einer Lampe (100 W) und dem Geschirrspüler (1 200 W) belastet.
Da schaltet sich noch der Kühlschrank (150 W) ein.
Wird die Sicherung (16 A) diese zusätzliche Belastung aushalten? (U = 230 V)

**Abb. 151.3** ***Weltmeisterschaft in Extrembügeln.*** *Was im Normalfall nervende Hausarbeit bedeutet, wird für manche zum ultimativen Adrenalin-Kick: Ob das neue „Sportgerät", mit dem die Wäsche in Form gebracht werden soll, allerdings an die Steckdose angeschlossen ist?*

# 8.5 Halbleiter

Ein Stoff, dessen spezifischer Widerstand ρ zwischen dem der Leiter und dem der Isolatoren liegt, wird als **Halbleiter** *(semiconductor)* bezeichnet. *(A semiconductor is a material with a resistivity between that of conductors and insolators.)*

**Silizium** *(silicon)* und **Germanium** sind die wichtigsten Halbleiter. Sie sind Elemente der 14. Gruppe (IV. Hauptgruppe) im Periodensystem und besitzen 4 Elektronen in der äußersten Elektronenschale – die sogenannten Valenzelektronen *(valence electrons)*. Diese Elektronen sind zusammen mit den Valenzelektronen der Nachbaratome für die chemische Bindung des Kristallgitters zuständig. Jedes Atom ist daher mit vier Nachbaratomen durch ein gemeinsames Elektronenpaar verbunden.

Diese vier Nachbaratome bilden die Eckpunkte eines Tetraeders mit einem zentralen Si-Atom **(Abb. 152.1)**.

**Abb. 152.2** zeigt die erweiterte räumliche Darstellung.

Die Halbleitereigenschaften dieser Materialien zeigen sich erst bei besonderer Reinheit und bei regelmäßigem Aufbau über ihre gesamte Ausdehnung aus (Kristall).

**Abb. 152.1** *Die vier Si-Atome in den Ecken des Würfels bilden ein Tetraeder.*

**Abb. 152.2** *Tetraedrisches Gitter eines Halbleiterkristalls.*

## 8.5.1 Leitungsmechanismus

Die Elektronen sind durch die Bindungsenergie der Elektronen an einen Atomkern gebunden. Diese Bindungsenergie kann man durch die sogenannten **Energieniveaus** darstellen. Sie erleichtern das Verständnis des Mechanismus der Leitfähigkeit eines Halbleiters.

Das „unterste" Band in dieser Darstellung wird als **Valenzband** *(valence band)*, das nächste als **Leitfähigkeitsband** *(conduction band)* bezeichnet. Dazwischen liegt die **„verbotene Zone"** (*gap*, **Abb. 152.3**).

Halbleiter zeichnen sich im Bändermodell durch einen kleinen energetischen Abstand zwischen Valenzband und Leitfähigkeitsband aus.

Reicht bereits die Zimmertemperatur aus, um Valenzelektronen aus der Außenschale frei zu bekommen, so spricht man von **Eigenhalbleitung**. Ein Halbleiter mit diesen Eigenschaften wird auch Eigenhalbleiter (*pure or intrinsic*[1] *semiconductor*) genannt.

Bei Anlegen einer Spannung werden Elektronen in das Leitfähigkeitsband gehoben. An ihrer Stelle entstehen positive Elektronenlöcher oder kurz **Löcher**[2] *(holes)*.

Das Auffüllen eines Lochs im Atomgitter mit einem freien Elektron nennt man **Rekombination** (*recombination*). Die Löcherwanderung kommt somit durch fortschreitende Rekombination benachbarter Elektronen und Löcher zustande.

Kleinste Mengen von fremden Atomen verändern den spezifischen Widerstand eines Halbleiters sehr stark. So senkt Arsen (As) in einer Konzentration von 1 ppm[3] den spezifischen Widerstand von Silizium auf ein Hunderttausendstel.

Diese „Verunreinigung" des reinen Halbleitermaterials mit Fremdatomen bezeichnet man als **Dotieren** *(doping)* eines Halbleiters. Ein derartiger Halbleiter wird Störstellenhalbleiter genannt. Zum Dotieren nimmt man Atome, die um ein Valenzelektron mehr (= fünfwertiges Element, z. B. Arsen) oder weniger (= dreiwertiges Element, z. B. Gallium Ga, Bor B) als Silizium haben.

Im Leitfähigkeitsband können sich die Elektronen frei bewegen.

verbotene Zone

Im Valenzband sind die Elektronen an das Atom gebunden.

Energie *E* in eV

**Abb. 152.3**

| Kategorie | ρ in Ωm |
|---|---|
| Isolator | $10^{11} - 10^{15}$ |
| Halbleiter | $2 \cdot 10^{11}$ |
| Leiter | $\approx 10^{-8}$ |

**Tab. 152.1 Spezifische Widerstände ρ**

[1] „intrinsic" (engl.) = „intrinsisch". Mit diesem Wort wird eine Eigenschaft bezeichnet, die von „innen" kommt. Also eine Eigenschaft, die ein Objekt einfach hat.
[2] Auch der Name **Defektelektron** ist gebräuchlich.
[3] ppm (parts per million) = 1 Teil unter $10^6$ Teilen

**Abb. 153.1** *Durch die thermische Bewegung werden Elektronen als Ladungsträger frei.*

**Abb. 153.2** *Die Halbleiterelemente im Periodensystem*

## Man unterscheidet n-Leiter und p-Leiter[1].

### n-Leiter

Wird Silizium mit Arsen dotiert, so sind vier der fünf Elektronen an der Bindung beteiligt. Das fünfte Elektron ist nur sehr schwach an das Arsen gebunden, sodass es leicht in das Leitfähigkeitsband gebracht werden kann.

**Abb. 153.3** ***Fünfwertiges Arsen*** *enthält ein Außenelektron mehr als das vierwertige Silizium. Im Si-Kristall tragen vier Elektronen von As zur Bindung bei.*

**In einem n-Leiter wirken die Elektronen als bewegliche Ladungsträger.** *(Electrons are the majorities carriers on the n side.)*

### p-Leiter

Wird Silizium mit einem dreiwertigen Element wie Bor dotiert, so gibt es in der B-Si-Bindung ein Elektron zu wenig. Elektronenlöcher entstehen. Das fehlende Elektron wird dann aus dem Valenzband ersetzt. Es entsteht dort ein Loch.

**Abb. 153.4** ***Dreiwertiges Bor*** *enthält ein Außenelektron weniger als das vierwertige Silizium. Im Siliziumkristall tragen nur drei Elektronen von Bor zur Bindung bei.*

**In einem p-Leiter wirken die positiven Löcher als bewegliche Ladungsträger.** *(Holes are the majorities carriers on the p side.)*

Die Wirkungsweise aller Halbleiterbauelemente beruht auf der Berührung von n- und p-dotiertem Material. Dabei entsteht der sogenannte **p-n-Übergang** *(p-n-junction)*.

In dieser dünnen Grenzschicht ($d \approx 10^{-6}$ m) können Elektronen diffundieren.

## 8.5.2 Halbleiter-Bauelemente

### a) Diode *(p-n junction diode)*

Bei der Wirkungsweise einer Diode müssen wir auf die Polung der Spannungsquelle achten.

**Merk & Würdig**

**Halbleiterdioden** wirken im Stromkreis wie elektrische Ventile.
Sie lassen den Strom in einer Richtung durch (Durchlassrichtung), bei anderer Polung sperren sie (Sperrrichtung).

**Abb. 153.5** *Si-Wafer sind das Ausgangsmaterial für Halbleiter.*

[1] Typische n-Leiter-Elemente: Phosphor P, Arsen As,
Typische p-Leiter-Elemente: Bor B, Aluminium Al, Gallium Ga

### Fall 1

Die Kathode der Diode wird mit dem negativen Pol der Spannungsquelle verbunden.

**Abb. 154.1** *Die angelegte Spannung treibt die Elektronen (und auch die Löcher) in die durch Elektronendiffusion erzeugte Sperrschicht. Ein Ladungstransport durch die Sperrschicht ist daher möglich. Man nennt diese Schaltung der Diode auch Durchlassrichtung der Diode. Das Lämpchen leuchtet.*

**Abb. 154.3** *Die Diode in Durchlassrichtung*

### Fall 2

Die Kathode der Diode wird mit dem positiven Pol der Spannungsquelle verbunden.

**Abb. 154.2** *Die ladungsträgerarme Schicht wird durch die angelegte Spannung noch vergrößert. Ein Ladungstransport ist weitgehend unmöglich. Diese Schaltung der Halbleiterdiode heißt Sperrrichtung. Das Lämpchen leuchtet nicht.*

**Abb. 154.4** *Die Diode in Sperrrichtung*

## Ergänzung & Ausblick

### Leuchtdioden LED *(light emitting diode)*

LEDs werden in Durchlassrichtung betrieben. Bei der Rekombination eines Elektrons (aus dem Leitfähigkeitsband) mit einem Loch (aus dem Valenzband) wird Energie in Form von Strahlung frei. Die emittierte Wellenlänge hängt vom Abstand des Leitungs- und Valenzbandes ab. Dieser Abstand lässt sich durch Verwendung verschiedener Kombinationen von Elementen der III. Hauptgruppe (B, Al, Ga, In) und der V. Hauptgruppe (N, P, As, Sb) variieren und so verschiedenfarbiges Licht erzeugen. Als Grundmaterial wird häufig Galliumarsenid (GaAs) oder Galliumphosphid (GaP) verwendet.

Aus einer Leuchtdiode wird dann eine Laserdiode, wenn der Pumpstrom eine gewisse (materialabhängige) Größe erreicht.

Es tritt dann die erzwungene (= stimulierte) Emission ein **(Abb. 154.5)**.

**Abb. 154.6** *Vergleich Glühbirne – LED*

**Abb. 154.5** ***Schematische Zeichnung einer Laserdiode*** *Zwischen zwei GaAlAs-Schichten befindet sich das Licht emittierende Material GaAs. Die beiden GaAlAs-Schichten besitzen einen kleineren Brechungsindex und einen größeren Bandabstand. Der Laserstrahl wird deswegen besser gebündelt.*

| Farbe | Halbleiter |
|---|---|
| Rot | GaAsP |
| Orange | GaAsP |
| Gelb | AlGaInP |
| Grün | GaP |
| Blau | SiC, GaN |

**Tabelle 154.1**

**Abb. 154.7** *Mithilfe geeigneter Dotierung lässt sich (fast) jede Farbe erzeugen. Seit einigen Jahren gibt es sogar weiße LEDs.*

**b) Transistor**

Das Wort Transistor ist ein Kunstwort. Es leitet sich von *transfer resistor*[1] ab. Es beschreibt damit einen elektronischen Bauteil, dessen Widerstand *(resistance)* steuerbar ist. Der erste Transistor wurde in den 1940er-Jahren in den USA entwickelt[2]. Die ersten Transistoren waren – im Vergleich zu heute – sehr groß **(Abb. 155.1)**.

Die Möglichkeit, mehrere Transistoren gemeinsam mit anderen elektrischen Bauteilen wie Widerständen und Kondensatoren „in einem Stück" zu fertigen, führte 1958 durch eine Erfindung von JACK KILBY[3] zur Entwicklung der Integrierten Schaltungen (**IC**, *integrated circuits*).

**Abb. 155.1** *Der erste Transistor war etwa so groß wie eine 1- Cent-Münze.*

### Aufbau eines bipolaren Transistors

Er besteht aus drei Halbleiterschichten, was zwei p-n-Übergänge, also zwei in Reihe geschaltete Dioden bedeutet. Eine Schicht sendet Ladungsträger aus (= emittiert Ladungsträger), weshalb sie **Emitter** *(E, emitter)* genannt wird. Die mittlere Schicht steuert die Abgabe von Ladungsträgern durch den Emitter. Sie wird **Basis** (B, *base*) genannt. Sie ist sehr dünn (typische Schichtdicke $10^{-6}$ m) und sehr schwach dotiert. Die dritte Schicht „sammelt" die Ladungsträger. Sie wird als **Kollektor** (C, *collector*) bezeichnet. Der Emitter ist stärker dotiert als der Kollektor. Es gibt sowohl npn- als auch pnp-Transistoren. Die Wirkungsweise dieser Transistoren ist gleich.



**Abb. 155.2** *Prinzipieller Aufbau und Schaltbild eines Transistors*

## 8.6 Magnetismus

Das Phänomen des Magnetismus *(magnetism)* war bereits den antiken Griechen bekannt. Die anziehende Wirkung des natürlich vorkommenden Magnetit oder Magneteisensteins auf Eisen war ihnen vertraut. Um 1780 bestimmte COULOMB die Kräfte zwischen zwei Magneten. Experimente von OERSTED[4], FARADAY und AMPERE in der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts bildeten die Grundlage für Maxwell, die Elektrizität und den Magnetismus zum **Elektromagnetismus** zu vereinigen, die bis dahin als zwei verschiedene Erscheinungen angesehen wurden.

**Abb. 155.3** *Magnetit $Fe_3O_4$*

Elektrizität und Magnetismus ähneln sich in vielerlei Hinsicht. In einem sind sie allerdings grundverschieden: Elektrische Ladungen kann man trennen, magnetische Pole nicht. Es gibt keine magnetischen Monopole. Beim Zerbrechen einer Magnetnadel entstehen wieder zwei ganze Magnetnadeln mit je zwei Polen.

### 8.6.1 Magnetfeld *(magnetic field)*

In Analogie zum elektrostatischen Feld definiert man das **Magnetfeld**. Das magnetische Feld kann durch (magnetische) Feldlinien *(magnetic field lines)* anschaulich dargestellt werden. Sie treten aus dem Nordpol aus und am Südpol wieder in den Magneten ein. Im Inneren eines Magneten laufen die Feldlinien zurück. Die Feldlinien sind somit geschlossen. Man spricht in diesem Zusammenhang von einem **Wirbelfeld**, im Gegensatz zu einem **Quellenfeld** einer elektrischen Ladung.

**Merk & Würdig**

Jeder Magnetismus hat als Ursache einen fließenden Strom.

[1] Übersetzt etwa „Übertragungswiderstand"
[2] JOHN BARDEEN (1908 – 1991), WALTER BRATTAIN (1902 – 1987) und WILLIAM SHOCKLEY (1910 – 1989) erhielten 1956 für die Entwicklung des Transistors den Nobelpreis.
[3] Für die Entwicklung des integrierten Schaltkreises erhielt JACK KILBY (ein Techniker der Firma Texas Instruments) im Jahre 2000 den Nobelpreis für Physik.
[4] HANS CHRISTIAN OERSTED (1777 Kopenhagen – 1851 Kopenhagen), dänischer Physiker. Sein klassischer Versuch **(Abb. 157.1)** bedeutete den Beginn des Elektromagnetismus. Er stellte als Erster Aluminium her. Ein Satellit, der das irdische Magnetfeld untersucht, trägt seinen Namen.

Ein Magnetfeld kann wie folgt erzeugt werden:

### a) Permanentmagnet

Hufeisen- und Stabmagnete sind die bekanntesten Formen.

**Abb. 156.1** *Feldlinienverlauf außerhalb eines Hufeisenmagnets*

**Abb. 156.2** *Anziehende und abstoßende Wirkung zweier Magnete*

**Abb. 156.3** *Analogie zwischen einem elektrostatischen Feld (links) und einem Magnetfeld (rechts) bezüglich der Feldlinien*

## Beispiel 8.12

Man besitzt zwei äußerlich vollkommen gleich aussehende Eisenstäbe, von denen man nur weiß, dass einer ein Stabmagnet, der andere aber nicht magnetisiert ist. Wie kann man ohne weitere Hilfsmittel den Magnet identifizieren?

Man hält den einen Stab in die Mitte des zweiten Stabs.

**Abb. 156.4** *Links: Der Stab 1 ist der Magnet, da er Stab 2 anzieht.*
*Rechts: Der Stab 1 ist unmagnetisch. Da ein Magnet in der Mitte unmagnetisch ist, ziehen einander die beiden Stäbe nicht an.*

**Abb. 156.5** *Symbolische Darstellung der Weiß´schen Bezirke*

Die magnetischen Eigenschaften von Eisen stecken in der atomaren Struktur. Jedes Elektron weist ein kleines Magnetfeld auf. In Eisen ist es aufgrund des Aufbaus der Elektronenhülle besonders günstig, wenn sich die Magnetfelder der Elektronen benachbarter Atome parallel ausrichten.

Alle Stoffe, die in dieser Hinsicht dem Eisen ähnlich sind, heißen **Ferromagnetika** *(ferromagnetic materials)*, wie auch Kobalt Co und Nickel Ni.

Die Idee, dass Magnete aus vielen kleinen Magneten aufgebaut sind, geht auf Ampere zurück (Ampere´sche Elementarmagnete).

In unmagnetischem Eisen sind die Bereiche, in denen sich die Elementarmagnete jeweils parallel ausrichten, relativ klein. Solche Bereiche mit parallel ausgerichteten Elementarmagneten heißen **Weiss´sche Bezirke**[1] *(magnetic domains)*. Liegt keine bevorzugte Richtung dieser Magnetfelder vor, so heben sich die magnetischen Kräfte nach außen auf.

Die Weiss´schen Bezirke können durch äußere Magnetfelder verändert werden.

[1] Benannt nach dem französischen Physiker PIERRE ERNEST WEISS (1865 – 1940)

### b) Magnetfeld um einen geraden stromdurchflossenen Leiter
*(magnetic field due to a current)*

OERSTED entdeckte 1819, dass magnetische Körper in der Nähe stromdurchflossener Leiter Kräfte erfahren. Diese Kräfte können um Größenordnungen stärker als die elektrostatischen Kräfte (und noch viel stärker als die Gravitationskräfte der Erde) sein.

Die Richtung des Magnetfelds lässt sich mit der sogenannten **Rechten-Hand-Regel** *(right-hand-rule)* merken **(Abb. 157.2)**.

Rechte-Hand-Regel

**Abb. 157.2** *Bei der Rechten-Hand-Regel weist der Daumen in die Stromrichtung und die gekrümmten Finger der Hand in die Richtung des Magnetfelds.*

Der Pfeil weist nach **oben** aus der Zeichenebene.

Der Pfeil weist nach **unten** in die Zeichenebene.

**Abb. 157.3** *„Schaft" und „Spitze" lassen die Orientierung des Magnetfelds normal zur Zeichenebene erkennen*

Die Magnetnadel stellt sich senkrecht zum stromdurchflossenen Leiter ein.

**Abb. 157.1** *Oersteds Versuch, erstmals 1819 durchgeführt; ein stromdurchflossener Leiter ist von einem magnetischen Kraftfeld umgeben.*

Die Größe, die die Stärke eines Magnetfelds charakterisiert, wird **magnetische Flussdichte B**, aus historischen Gründen auch **magnetische Induktion** *(field magnitude)* genannt. Sie beschreibt das Magnetfeld ähnlich wie die elektrische Feldstärke E das elektrische Feld beschreibt.

Die SI-Einheit der magnetischen Induktion ist das **Tesla**[1], abgekürzt T. Es gilt $1\ T = 1\ Vs/m^2$. Die Richtung der Flussdichte ist die Richtung der magnetischen Feldlinien, die definitionsgemäß vom magnetischen Nordpol zum magnetischen Südpol weisen. Die Stärke des magnetischen Feldes wächst mit der Stromstärke I und sinkt mit der Entfernung r vom Leiter[2]:

$$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}$$

Die **magnetische Feldkonstante $\mu_0$** oder **Permeabilität des Vakuums** *(permeability of free space)* spielt die gleiche Rolle wie die elektrische Feldkonstante $\varepsilon_0$ beim elektrischen Feld.

Ebenfalls aus historischen Gründen und in Analogie zum elektrischen Feld wird die magnetische Flussdichte B mit $\mu_0$ zu einer neuen Größe **H** verknüpft: der **magnetischen Feldstärke**.

$H = B/\mu_0 \qquad [H] = A/m$

Auch sie dient zur Charakterisierung eines Magnetfelds.

**Abb. 157.4** *Konzentrische Magnetfeldlinien eines stromdurchflossenen Leiters, der normal zur Zeichenebene steht. Der Strom im Leiter fließt aus der Zeichenebene heraus* ***(Abb. 157.3).***

**Abb. 157.5** *NIKOLA TESLA*

**Merk & Würdig**

**Magnetische Flussdichte B**
(magnetische Induktion)

Magnetfeld in der Umgebung eines geraden, Strom durchflossenen Leiters

$$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}; \qquad H = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}$$

$[H] = A/m$; $[B] = T = Vs/m^2$

$\mu_0$ … magnetische Feldkonstante; µ0 = 4π · 10–7 Vs/Am
H … magnetische Feldstärke
I … Stromstärke im Leiter; [I] = A
r … Entfernung vom Leiter; [r] = m

[1] NIKOLA TESLA (1856 Smiljan, Kroatien – 1943 New York), kroatischer Physiker. Er erfand den Wechsel- und den Drehstrom sowie das Prinzip des Drehstroms und des Drehstrommotors.
Er gründete in den USA mehrere Firmen, u.a. die Tesla Electric Light Company und baute 1896 das erste Kraftwerk bei den Niagarafällen. Unter seinen mehr als 40 Patenten befinden sich Arbeiten über drahtlose Telegrafie, neuartige Bogenlampen, Blitzableiter, etc. Sein Ideenreichtum versiegte bis ins hohe Alter nicht.

[2] Genau genommen gilt diese Gleichung nur für sehr lange Leiter.

| Magnetische Flussdichten B in T | |
|---|---|
| Elektromagnet | bis 50 |
| Kernspintomographie | bis 4 |
| Erdmagnetfeld | $\approx 5 \cdot 10^{-5}$ |
| Stromleitungen (im Haushalt) | bis $10^{-5}$ |
| Gehirnströme | $\approx 10^{-15}$ |

**Tab. 161.1** *Beispiel für magnetische Flussdichten*

## Beispiel 8.13

Wie groß ist die Stärke des Magnetfeldes 8 cm von einem mit 4 A durchflossenen geradlinigen, langen Leiter?

Wir setzen die Zahlenwerte in die Gleichung $B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}$ ein.

$$B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r} = \frac{4\,\pi \cdot 10^{-7}\ \text{Vs/Am}}{2\,\pi} \cdot \frac{4\text{A}}{0{,}08\ \text{m}} = 0{,}00001\ \text{T}$$

Die Stärke des Magnetfelds beträgt **B = 10 µT**.

## Beispiel 8.14

Zwei parallele Drähte im Abstand von 40 cm werden jeweils von 15 A durchflossen. Welche Feldstärke herrscht genau zwischen ihnen, wenn die Ströme **a)** in die gleiche und **b)** in die entgegen gesetzte Richtung fließen (Abb. 158.1)?

**a)** Die Feldstärken besitzen gleiche Richtung: ↑↑
In der Mitte besitzen die Feldlinien daher entgegengesetzte Richtung. Die Werte für H werden daher subtrahiert.
$H = H_1 - H_2 = \mathbf{0}$, also $\mathbf{H_1 = H_2}$

**b)** Die Feldstärken besitzen entgegen gesetzte Richtung: ↑↓
Die Werte für H werden addiert.

$$H = H_1 + H_2 = 2 \cdot H_1 = 2 \cdot \frac{I}{2\pi r} = \frac{15\text{A}}{0{,}2\ \text{m} \cdot \pi} = 23{,}9\ \text{A/m}$$

Es herrscht eine Feldstärke von **24 A/m**.



**Abb. 158.1** *zu Beispiel 8.12*

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über das Magnetfeld, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 8.42** Ein Draht wird von 0,6 A durchflossen. Welche magnetische Feldstärke herrscht in einer Entfernung von
**a)** 5 cm
**b)** 10 cm?

**Ü 8.43** Es ist zu zeigen, dass gilt:
1 T = 1 Vs/m2 = 1 N/Am = 1 Ns/Cm

**Ü 8.44** Berechne die Feldstärken unter einer Freileitung in Abhängigkeit des Abstandes (für 3 m, 6 m, 9 m, 12 m, 15 m, 20 m und 25 m, Abb. 158.2). Vergleiche die Werte mit dem irdischen Magnetfeld von 40 µT Stärke.



**Abb. 158.2** *zu Ü 8.44*

### c) Magnetfeld einer Spule

Die Feldlinien verlaufen im Außenraum der Spule ähnlich wie um einen Stabmagneten. Im Innenraum liegen die Feldlinien parallel und annähernd überall gleich dicht. Das Magnetfeld im Inneren einer Spule ist homogen.

Magnetfelder von Spulen spielen in Elektromagneten eine wichtige Rolle.

Für die magnetische Flussdichte B im Inneren einer (langen) stromdurchflossenen Spule im Vakuum gilt:

**Merk & Würdig**

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{l}$$

N … Anzahl der Windungen, [N] = 1
I … Stromstärke, [I] = A
$l$ … Spulenlänge, [$l$] = m

Zeigen die Fingerspitzen der rechten Hand in die Stromrichtung, … … so zeigt der Daumen zum Nordpol der Spule.

**Abb. 159.1** *Die Rechte-Hand-Regel für eine Spule*

Die Feldlinien verlaufen im Außenraum ähnlich.
Im Innenraum liegen die Feldlinien parallel und überall gleich dicht (homogen).

**Abb. 159.2** *Magnetfeld einer Strom durchflossenen Spule*

### d) Materie im Magnetfeld

**Experiment**

An eine Spule mit 600 Windungen legen wir eine Spannung von 20 V an **(Abb. 159.3)**. Das durch die Spule erzeugte Magnetfeld kann mittels einer Magnetnadel nachgewiesen werden. Da sie nur leicht ausschlägt, schließen wir auf ein schwaches Magnetfeld.

Der Versuch wird nochmals durchgeführt. **(Abb. 159.4)** Doch diesmal wird in die Spule ein Eisenkern eingeschoben. Wieder beobachten wir die Magnetnadel und erkennen einen deutlichen Ausschlag. Das Magnetfeld muss durch den Eisenkern offensichtlich verstärkt worden sein.

**Ergebnis:** Das Magnetfeld der Spule mit Eisenkern ist (bei gleichem Stromfluss) bedeutend stärker als das Magnetfeld ohne Eisenkern.

Das schwache Magnetfeld kann mit einer Magnetnadel nachgewiesen werden.

**Abb.159.3**

Die Magnetnadel wird stark ausgelenkt.
Eisenkern

**Abb. 159.4**

**Merk & Würdig**

Magnetische Flussdichte im Materie erfüllten Raum

$\mathbf{B = \mu_0 \mu_r H}$

$\mathbf{B = \mu H}$

$\mathbf{\mu = \mu_0 \cdot \mu_r}$

$\mu$ … Permeabilität, $[\mu]$ = Vs/Am
$\mu_r$ … relative Permeabilität, $[\mu_r] = 1$

Die Überlagerung des Magnetfelds der Spule mit den ausgerichteten atomaren Magnetfeldern ergibt ein etwa 1000-fach verstärktes Magnetfeld. Die gerade besprochene Eigenschaft von Stoffen, das Magnetfeld zu verstärken, wird durch die so genannte relative Permeabilität $\mu_r$ beschrieben. Sie gibt an, um wie viel das Magnetfeld im Inneren des Spulenkerns stärker ist als das Magnetfeld einer Spule im Vakuum.

Als Gleichung geschrieben, erhalten wir $B = \mu_0 \mu_r H$.

Wir erkennen, dass die relative Permeabilität eine dimensionslose Größe ist: $[\mu_r] = 1$

**Übungen**

Wenn du im folgenden Text die Wörter richtig zuordnen kannst, hast du viel über das Magnetfeld gelernt.

**Ü 8.45** Jeder Magnet besitzt zwei Stellen, an denen das stärkste ____________ gegenüber nicht-magnetischen Körpern besteht. Diese Stellen nennt man Süd- bzw. ____________. ____________ Pole stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an. Den Raum um einen Magneten stellt man als Magnetfeld mit ____________ dar. Die von einem Magneten ausgehenden Feldlinien sind geschlossene Kurven. Sie treten am Nordpol aus und am Südpol wieder ein. Jeder Magnet versucht, sich in Richtung eines bereits vorhandenen Magnetfeldes auszurichten. Das wird durch die ____________ erklärt.
Verschiedenartige Substanzen, die in ein Magnetfeld gebracht werden, ändern jeweils die auf Luft bezogene ____________ H zur magnetischen ____________ B. Sie hängen über die ____________ $\mu$ ($[\mu] = 1$) zusammen:

Einzusetzen sind: *Nordpol – Elementarmagnete – Gleichnamige – Flussdichte – Feldlinien – Permeabilität – Anziehungsvermögen – Feldstärke*

## 8.6.2 Kraftwirkung im magnetischen Feld

Befindet sich ein stromdurchflossener Leiter in einem äußeren Magnetfeld, so beeinflussen sich die beiden Magnetfelder. Auf den Leiter wirkt eine Kraft. Diese Kraft wird als **Lorentz-Kraft**[1] *(Lorentzforce)* bezeichnet. Es gilt allgemein, dass die Lorentz-Kraft genau dann wirkt, wenn sich Ladungen in einem Magnetfeld bewegen.

Bewegt sich ein geladenes Teilchen der Ladung Q mit der Geschwindigkeit v durch ein Magnetfeld mit der magnetischen Flussdichte B normal zu den Feldlinien, so wirkt auf das Teilchen eine Kraft F.

**Abb. 160.1** *Je nach Orientierung des Stroms bewegt sich die Leiterschaukel zum oder vom Hufeisenmagnet.*

**Abb. 160.2** *HENDRIK ANTON LORENTZ und ALBERT EINSTEIN*

**Merk & Würdig**

**Lorentz-Kraft auf eine bewegte Ladung**

$\mathbf{F = Q \cdot v \cdot B}$

F … Lorentz-Kraft, [F] = N
Q … Ladung, [Q] = C
v … Geschwindigkeit der Ladung, [v] = m/s
B … magnetische Induktion, [B] = T

**Lorentz-Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter**

$\mathbf{F = I \cdot \mathit{l} \cdot B}$

I … Stromstärke im Leiter, [I] = A
$l$ … Länge des Leiters, [$l$] = m
B … magnetische Induktion, [B] = T

[1] HENDRIK ANTOON LORENTZ (1853 Arnhem, Holland – 1928, Haarlem), holländischer Physiker. Für die Erarbeitung einer mathematischen Theorie des Elektrons, bevor dieses nachgewiesen wurde, erhielt er 1902 gemeinsam mit seinem Schüler PIETER ZEEMAN den Nobelpreis. Sein Name ist außerdem untrennbar mit der Relativitätstheorie verbunden: Die Lorentz-Kontraktion ist nach ihm benannt.

### Beispiel 8.15

**Definition von 1 A**

Das Ampere ist gleich der Stärke des elektrischen Stroms, der durch zwei geradlinige, dünne unendlich lange Leiter, die in einer Entfernung von 1 Meter parallel zueinander im leeren Raum angeordnet sind, unveränderlich fließend bewirken würde, dass diese beiden Leiter aufeinander eine Kraft von 0,000 000 2 Newton je 1 Meter ausüben.

(Definition seit 1948)

$I = 1\,\mathrm{A}$ $I = 1\,\mathrm{A}$ $1\,\mathrm{m}$ $F = 2 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N}$

**Abb. 161.1** *Die blau gezeichneten Kräfte betragen jeweils 1 N.*

### Beispiel 8.16

Ein Bündel von 50 Drähten läuft quer durch ein 3 cm langes Magnetfeld (B = 0,4 T). Welche Kraft greift an dem Drahtbündel an, wenn pro Draht 4 A Strom fließen?

Ein Draht erfährt die Kraft $F = I \cdot l \cdot B$; n Drähte verstärken die Kraft F auf $F_n = n \cdot I \cdot l \cdot B$

Also: $F_n = 50 \cdot 0{,}03\,\mathrm{m} \cdot 4\,\mathrm{A} \cdot 0{,}4\,\mathrm{T} = \mathbf{2{,}4\,N}$

$\vec{B}$ $I$ $\vec{F}$ $l$ $\vec{v}$

**Abb. 161.2** *Lorentz-Kraft für ein Strom durchflossenes Drahtstück (Beachte: $B \perp l$)*

### Beispiel 8.17

Dass die Erde ein Magnetfeld besitzt, bemerken wir nur bei Verwendung eines Kompasses.
Aber wie steht es mit einer bewegten Ladung? Können wir die dabei auftretende Lorentz-Kraft bemerken? Um das zu bestimmen, reiben wir einen Glasstab mit Seide. Dadurch bringen wir eine Ladung von 30 nC auf den Glasstab auf. Nun bewegen wir ihn mit 3 m/s normal zum Magnetfeld der Erde mit $B = 5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$.
Wie groß ist die dabei auftretende Kraft?

Die Gleichung $F = Q \cdot v \cdot B$ liefert uns die gesuchte Kraft.
Da alle Größen betragsmäßig bekannt sind, setzen wir sie in die Gleichung ein:
$F = 30 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C} \cdot 3\,\mathrm{m/s} \cdot 5 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T} = \mathbf{4{,}5 \cdot 10^{-12}\,N}$
Wir bemerken diese Kraft nicht. Sie kann für makroskopische Effekte und Objekte vernachlässigt werden. Aber kleine Massen (z. B. Protonen, $m_p \approx 10^{-27}$ kg) reagieren darauf (Stichwort Polarlichter).

## 8.7 Elektromagnetische Induktion

Die elektromagnetische Induktion ermöglicht beispielsweise die Umwandlung von mechanischer in elektrische Energie und die Umwandlung von Wechselströmen mit hoher Spannung in solche mit geringer Spannung und umgekehrt. Die elektromagnetische Induktion wurde von FARADAY 1831 durch systematische Grundlagenforschung entdeckt.

Induktion tritt in folgenden vier Fällen auf:

**(1)** Ein Leiter wird in einem magnetischen Feld eines Magneten bewegt **(Abb. 162.1)**.

**(2)** Der Leiter wird festgehalten und der Magnet bewegt **(Abb. 162.2)**.

**(3)** Eine Strom durchflossene Spule wird in einem Magnetfeld eines Magneten bewegt.

**(4)** In einer Spule, die sich in einem Magnetfeld befindet, wird die Stromstärke verändert.

Wir untersuchen, von welchen Parametern die Induktionsspannung $U_{ind}$ abhängig ist. Dafür benötigen wir einen Permanentmagneten und einen zu einer Schleife (Spule) gebogenen Leiter. Ein Messinstrument zur Messung vervollständigt den Aufbau.

### Merk & Würdig

**Definition von Induktion**

Induktion nennt man das Entstehen von Spannung in einem Leiter durch Änderung eines magnetischen Felds.

Bei der Induktion kommt es auf die Relativbewegung zwischen Leiter und Magnetfeld an. In den Leiter wird dann eine Spannung $U_{ind}$ induziert.

- Ändert sich das Magnetfeld, so wird ein elektrisches Feld erzeugt.
- Ändert sich das elektrische Feld, so wird ein Magnetfeld erzeugt.

Abb. **162.1** *Nur wenn der Leiter bewegt wird, tritt eine Induktionsspannung auf.*

**Abb. 162.2** *Nur wenn der Dauermagnet bewegt wird, tritt eine Induktionsspannung auf.*

## Merk & Würdig

**Induktion bei einem geradlinigen, senkrecht zur magnetischen Flussdichte bewegten Leiter**

$U_{ind} = v \cdot l \cdot B = \mu_0 \cdot v \cdot l \cdot H$

$U_{ind}$ … zwischen den Leiterenden induzierte Spannung, $[U_{ind}] = V$
$v$ … Relativgeschwindigkeit zwischen Leiter und Magnetfeld, $[v] = m/s$
$l$ … Länge des Leiters, $[l] = m$
$B$ … magnetische Flussdichte, $[B] = T$
$\mu_0$ … magnetische Feldkonstante; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am
$H$ … magnetische Feldstärke, $[H] = A/m$

Mit dieser Anordnung können wir drei Grunderscheinungen untersuchen.

Wegen der Bewegung des Leiters im Magnetfeld wirkt auf die Elektronen des Leiters die Lorentz-Kraft. Das führt zu einer Verschiebung der Elektronen im Leiter. Diese bewegten Elektronen stellen einen elektrischen Strom, den Induktionsstrom $I_{ind}$, dar **(Abb. 162.1 und Abb. 162.2)**. Die entsprechende Induktionsspannung wird mit dem Voltmeter gemessen.

Die indizierte Spannung $U_{ind}$ hängt von der Relativgeschwindigkeit v zwischen Leiter und Magnetfeld, von der Länge des Leiters *l* und vom Betrag der magnetischen Flussdichte B ab.

## Beispiel 8.18

Ein Flugzeug fliegt mit etwa 1 000 km/h in einer Höhe, in der das Magnetfeld der Erde $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ T groß und fast vertikal ist.
Wie groß ist die induzierte Spannung, wenn das Flugzeug eine Flügelspannweite von 60 m hat?

Wir verwenden die Gleichung $U_{ind} = B \cdot l \cdot v$. Wir setzen die gegebenen Zahlenwerte ein:
$U_{ind} = 4{,}8 \cdot 10^{-5}\ T \cdot 60\ m \cdot 280\ m/s = \mathbf{0{,}8\ V}$
Diese Spannung ist kein Grund zur Aufregung.

**Abb. 162.4** *zu* ***Beispiel 8.18***

## Beispiel 8.19

**Fließgeschwindigkeitsmessung des Bluts in Adern**
*(electrmagnetic blood-flow measurement)*
Da in Blut immer geladene Ionen vorhanden sind, lässt sich mit der nebenstehenden Anordnung die Fließgeschwindigkeit des Bluts in Adern ohne Eingriff messen. Die Ader habe einen Durchmesser von 3 mm, das angelegte Magnetfeld sei 0,07 T stark und die gemessene induzierte Spannung $U_{ind}$ betrage 0,1 mV.
Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Blut?

Da auch hier $v \perp B$ ist, benützen wir $U_{ind} = B \cdot l \cdot v$ und formen um:

$$v = \frac{U_{ind}}{B \cdot l} = \frac{0{,}1 \cdot 10^{-3}\ V}{0{,}07\ T \cdot 3 \cdot 10^{-3}\ m} = 0{,}048\ m/s$$

Das Blut fließt also mit etwa 50 cm/s durch die Adern.

**Abb. 162.5** *zu* ***Beispiel 8.19***

**Ergänzung & Ausblick**

**Induktivität einer Spule**

Die Änderung des Stromes in einem Leiter (einer Spule) erzeugt in den eigenen Windungen eine Selbstinduktion. Die induzierte Spannung ist der ursprünglichen Spannung entgegen gerichtet und hängt von der der zeitlichen Änderung der Stromstärke ab. Es gilt

$$U_{ind} = -L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \text{ mit } L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{l} \ldots\ldots$$ [1]

L wird als **Induktivität** einer Spule bezeichnet. Die SI-Einheit der Induktivität ist das **Henry**[2] (1 H = 1 Vs/A).

$\mu$ … Permeabilität ($= \mu_o \cdot \mu_r$), $[\mu]$ = Vs/Am
N … Windungszahl, [N] = 1
A … Querschnittsfläche der Spule, $[A] = m^2$
$l$ … Länge der Spule, $[l]$ = m
t … Zeit, [t] = s

## 8.8 Wechselstrom *(AC, alternating current)*

1882 baute EDISON[3] das erste Elektrizitätswerk in New York, mit dem er Gleichstrom *(**d**irect **c**urrent, D. C.)* von 110 V erzeugte. Im selben Jahr wies TESLA auf die Möglichkeit eines Wechselstromgenerators hin. WESTINGHOUSE[2] erwarb die Patente von Tesla und baute als Konkurrenz zu Edison eine Stromversorgung auf Wechselstrombasis *(alternating current, A. C.)* auf.

Den darauf folgenden Werbefeldzug (Edison experimentierte mit Hunden, um die Gefährlichkeit des Wechselstroms zu demonstrieren; Tesla nutzte den sogenannten Skin-Effekt[5] aus und ließ 200 000 V eines hochfrequenten Wechselstroms über seinen Körper ableiten.) gewann Tesla aufgrund der Vorteile, die die Wechselstromtechnologie bot. Wechselstrom konnte durch Transformatoren auf mehrere kV transformiert und so hunderte Kilometer fast verlustfrei transportiert werden. Beim Gleichstromnetz von Edison wurden die Verluste auf Grund des Ohm´schen Widerstands zu groß.

**Abb. 163.1** *THOMAS ALVA EDISON*

### 8.8.1 Erzeugung von Wechselstrom

Die in **Kapitel 8.7** berechnete Spannung $U_{ind}$ gilt nur für eine sehr kleine Drehung. Es gilt nun, für eine volle Umdrehung $U_{ind}$ zu bestimmen.

Die **induzierte Spannung** ist $U_{ind} = U = B \cdot l \cdot v$, wenn $v \perp B$ ist. Bilden sie den Winkel $\varphi$, so gilt für $U = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi$.

**Abb. 163.2** *GEORGE WESTINGHOUSE*

[1] Oder in differenzieller Form $U = -L \cdot \frac{dI}{dt}$

[2] JOSEPH HENRY (1797 Albany, New York – 1878,Washington), US-amerikanischer Physiker. Er wird als einer der bedeutendsten Physiker Amerikas des 19. Jahrhunderts angesehen. 1831 entdeckte er die elektromagnetische Selbstinduktion unabhängig von Faraday, der seine Beobachtungen aber früher veröffentlichte. Wegen seiner Verdienste wurde er der erste Sekretär des neu geschaffenen Smithonian Institution of Technology, ein auch heute noch renommiertes Institut.

[3] THOMAS ALVA EDISON (1847 Milan, Ohio – 1931 West Orange, New Jersey), US-amerikanischer Erfinder. Wegen seiner vielen Erfindungen wurde er „Zauberer vom Menlo Park" genannt, dem Ort, an dem er viele seiner Erfindungen machte: Glühlampe, Kohlemikrophon, Tonaufzeichnungsgeräte, Kinoaufnahmeapparate, elektrische Kraftwerke, etc. Außerdem elektrifizierte er Schloss Schönbrunn, was allerdings nicht Kaiser Franz Joseph I. bezahlte, sondern die Stadt Wien.

[4] GEORGE WESTINGHOUSE (1846 Central Bridge, New York – 1914, New York), US-amerikanischer Ingenieur. Bekannt wurde er durch die Erfindung der Druckluftbremse. 1884 gründete er die Westinghouse Electric & Manufactoring Company und baute gemeinsam mit TESLA das erste Elektrizitätswerk bei den Niagara-Fällen. Ein Jahr später lieferten die drei Turbinen Strom.

[5] Beim Skin-Effekt bleiben hochfrequente Wechselströme an der Oberfläche eines Leiters und dringen nicht in den Leiter selbst ein.

Diese Spannung wird auf jeder Windungslänge $l$ induziert, so dass wir für die gesamte induzierte Spannung $U = 2 \cdot B \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi$ erhalten. Diese Spannung muss noch zeitabhängig gemacht werden. Wir wissen, dass die Leiterschleife mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega = \varphi/t$ rotiert.

Wir formen auf $\varphi = \omega \cdot t$ um, setzen ein und erhalten: $u = 2 \cdot B \cdot l \cdot v \cdot \sin(\omega \cdot t)$[1)]

Nun hängt aber auch die Geschwindigkeit v von ω ab: $v = r \cdot \omega$, wobei r in unserem Fall d/2 ist **(Abb. 164.1)**. Wir erhalten daher $u = (l \cdot d) \cdot B \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$

Das Produkt $l \cdot d$ entspricht der umschlossenen Fläche A der Leiterschleife, und für N Schleifen finden wir die Formel $u = N \cdot A \cdot B \cdot \omega \cdot \sin \omega t$ für die induzierte Spannung U von N Leiterschleifen, die sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω drehen. Wir können dafür auch noch $u = U_0 \cdot \sin \omega t$ schreiben, wobei $U_0 = N \cdot A \cdot B \cdot \omega$ die **maximale induzierte Spannung** ist.

Man erkennt, dass die entstehende Wechselspannung **sinusförmig** ist.

Die Stromstärke i(t) des Wechselstroms gehorcht dem Gesetz $i = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

Dass Spannung und Strom keine Phasenverschiebung besitzen, gilt nur für einen rein Ohm´schen Widerstand ohne induktiven und kapazitiven Einflüssen.



**Abb. 164.1** *Ein Generator mit einer einfachen rechteckigen Leiterschleife, die sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit in einem homogenen Magnetfeld dreht, erzeugt eine sinusförmige Spannung.*

**Merk & Würdig**

**Effektivwerte**

$U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$

$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$U_0$ … maximale Spannung; $[U_0] = V$
$I_0$ … maximale Stromstärke; $[I_0] = A$
$U_{eff}$ … effektive Spannung; $[U_{eff}] = V$ *(root-mean-square $V_{rms}$)*
$I_{eff}$ … effektive Stromstärke; $[I_{eff}] = A$ *(root-mean-square $I_{rms}$)*

Die Nenndaten von Elektrogeräten werden als Effektivwerte angegeben.

**Beispiel 8.20**

Wie groß ist $U_0$, wenn eine Spule (N = 500 Windungen, a = 8 cm im Quadrat) in einem homogenen Magnetfeld (B = 1,5 T) für eine Umdrehung 80 ms benötigt?

Für die Gleichung $U_0 = N \cdot A \cdot B \cdot \omega$ ist nur noch die Winkelgeschwindigkeit ω zu berechnen; alle anderen Größen sind bekannt.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi \text{ rad}}{80 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 78{,}5 \text{ rad/s}$$

$U_0 = N \cdot A \cdot B \cdot \omega = 500 \cdot (0{,}08 \text{ cm})^2 \cdot 1{,}5 \text{ T} \cdot 78{,}5 \text{ rad/s} = 376{,}99 \text{ V}$
Die maximale Spannung beträgt **377 V**.

## 8.8.2 Leistung eines Wechselstroms

Wir untersuchen die Leistung des Wechselstroms bei einem rein Ohm´schen Widerstand. Für die elektrische Leistung des Verbrauchers, die ebenfalls von der Zeit abhängig ist, gilt:

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = U_0 \cdot \sin \omega t \cdot I_0 \cdot \cos \omega t = \frac{1}{2} \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \sin 2\omega t$$

Aus der Gleichung kann man ablesen, dass die elektrische Leistung P(t) periodisch zwischen 0 und $\frac{1}{2} U_0 \cdot I_0$ schwankt **(Abb. 164.2)**.

Geeignete Umformung mit

$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ und $U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ ergibt

$$P = \frac{1}{2} \cdot I_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin 2\omega t = I_{eff} U_{eff} \sin 2\omega t$$

Der Maximalwert von $\sin(2 \cdot \omega \cdot t)$ ist 1, so dass wir schreiben können:

$$P = U_{eff} \cdot I_{eff}$$

Die Leistung eines Wechselstromes entspricht der Leistung eines Gleichstroms mit der Effektivspannung und der Effektivstromstärke des Wechselstroms.



**Abb. 164.2** *Aus dem Diagramm lässt sich erkennen, dass die mittlere Leistung P der halben Maximalleistung entspricht.*

**Ergänzung & Ausblick**

Im Allgemeinen sind in Wechselstromkreisen Strom und Spannung gegeneinander um φ phasenverschoben. Dies wirkt sich mindernd auf die (mittlere) Leistung der Schaltung aus.

Es gilt dann für die sogenannte **Wirkleistung**:

$$P = \frac{1}{2} \cdot U_0 \cdot I_0 \cdot \cos \varphi = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos \varphi$$

Die **Wirkleistung** P oder $P_w$ ist jene Leistung, die im Verbraucher zur Umwandlung in andere Energieformen umgesetzt wird.

cos φ wird als **Leistungsfaktor** bezeichnet. Er ist im Allgemeinen kleiner als 1; nur bei rein Ohm´scher Leistung ist cos φ = 1.

[1)] Wechselstromgrößen werden mit Kleinbuchstaben abgekürzt.

### Beispiel 8.21

Die für den technischen Wechselstrom angegebene Spannung von 230 V ist die Effektivspannung. Seine maximale Spannung (Scheitelspannung) liegt daher wesentlich höher. Wie hoch ist sie?

Da $U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ ist, gilt $U_0 = U_{eff} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot 230\ \text{V} = 235\ \text{V}$

### Beispiel 8.22

In einem österreichischen Haushalt ist ein Stromkreis mit einer 10-A-Sicherung ($I_{eff}$) abgesichert. Welche Leistung darf höchstens dem Netz entnommen werden?

Für die Leistung eines Wechselstromes gilt $P = U_{eff} \cdot I_{eff} = 230\ \text{V} \cdot 10\ \text{A} = 2{,}3\ \text{kW}$
Es dürfen also dem Netz maximal **2,3 kW** entnommen werden. Beachte, dass z. B. ein Ölradiator mit einer Nennleistung von 1,5 kW bereits

$I_{eff} = \frac{P}{U_{eff}} = \frac{1\,500\ \text{W}}{230\ \text{V}} = 6{,}5$ A „entnimmt“.

Man darf daher nicht zu viele Geräte in denselben Stromkreis „hängen“.

### Beispiel 8.23

Kann ein Verbraucher 150 W elektrische Energie „verbrauchen“, wenn er an 230 V Wechselspannung angeschlossen ist und in ihm ein Strom von 0,5 A fließt?

Wir setzen in die Gleichung für P ein: $P = U \cdot I \cdot \cos\varphi$

$150\ \text{W} = 230\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A} \cdot \cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{150\ \text{W}}{230\ \text{V} \cdot 0{,}5\ \text{A}} = 1{,}3 > 1$

Nein, da sein Leistungsfaktor $\cos\varphi$ größer als 1 ist. Bei diesen Angaben für Leistung und Arbeit müsste $I > 0{,}66$ A sein.

### Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse über den Wechselstrom, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 8.46** Was wird mit der „Stromrechnung“ bezahlt?
- **a)** eine Leistung
- **b)** die geflossene Ladungsmenge
- **c)** die verbrauchte Energie
- **d)** die gelieferten Elektronen
- **e)** die geforderte Spannung

**Ü 8.47** Im Rahmen einer Laborübung sollst du in der einfachen Schaltung in Abb. 165.1 die im Verbraucher R „verbrauchte“ Energie bestimmen. Zeichne die notwendigen Messinstrumente ein.

**Abb. 165.1** *zu Ü 8.47*

**Ü 8.48** Welche Kreisfrequenz und Periodendauer haben folgende Wechselströme?

**a)** 16 2/3 Hz  **b)** 50 Hz  **c)** 2 kHz

**Ü 8.49** Wie groß ist die Spannung u(t) „unseres“ Wechselstroms (U = 230 V; f = 50 Hz) 0,0001 s nach einem Nulldurchgang?

**Hinweis:** Siehe auch Kapitel 2

**Ü 8.50** In einem durchschnittlichen Haushalt werden pro Tag etwa 15 kWh Strom „verbraucht“. Wie viel Elektronen „fließen schätzungsweise durch diesen Haushalt“?

**Ü 8.51** In Österreich fahren die elektrischen Lokomotiven mit 16 2/3 Hz Wechselstrom. Dies ist allerdings nicht international einheitlich. So wird z. B. in Ungarn 50 Hz Wechselstrom, in Frankreich 25 Hz Wechselstrom und in Italien Gleichstrom benutzt.
- **a)** Welche Kreisfrequenzen und Schwingungsdauern haben diese Ströme?
- **b)** Welche Probleme ergeben sich durch diese unterschiedlichen Ströme?

## Übungen

**Ü 8.52** Stimmt alles?

### Der kleine Irrtum mit den Energiesparlampen

# Netzverluste durch Blindstrom

Von Harald Reiterer, SN-Redaktion Vorarlberg

BREGENZ. Heute, 21. Dezember, ist der kürzeste Tag des Jahres – und es ist am längsten dunkel, sofern uns nicht eine Glühlampe mit ihrem Licht die Nacht erhellt. Manche davon sind Stromsparlampen. Der Stromzähler läuft langsamer, doch insgesamt gesehen sparen sie keine Energie.

Sie verbrauchen 12, 18 oder 25 Watt, viel weniger als eine herkömmliche Glühbirne, und sind dabei noch unglaublich hell. „Das Licht" ist im Haushalt zwar nicht der Hauptverbraucher, wie man weiß, doch das Groschenzählen vergangener Tage wich einem immer stärker werdenden Umweltbewußtsein der Konsumenten. Bei den Stromsparlampen irrt jedoch der Mensch, denn wenn sie auch am Zähler weniger Strom verbrauchen, es muß dafür genauso viel Wasser die Donau oder einen Berg hinunterfließen, und sie werden auch genauso heiß.

Des Rätsels Lösung heißt: Cosinus-Phi, dieser ist normalerweise 1,0. Bei diesen Lampen wird er durch vorgeschaltete Drosselspulen einfach verschoben. Und dieser Strom, der dann der Spannung „hinten nachläuft", kann vom normalen Zähler nicht mehr gemessen werden – und ist gratis. Strom verbraucht wird aber trotzdem, und zwar „Blindstrom" mit einem cos-Phi von etwa 0,6.

„Wir haben echte Verluste im Netz", bestätigte Martin Schönach, Energiesparexperte der Vorarlberger Kraftwerke AG, allerdings sind sie gering. Produziert werden muß er dennoch, der Blindstrom – und so gesehen ist die Energieersparnis bei älteren Stromsparlampen keine echte.

Als Energiesparer werden von den VKW, die neuen elektronischen Stromsparlampen empfohlen – schon wegen der längeren Lebensdauer pro Einschaltung, denn eingeschaltet bleiben sollten alle Sparlampen mindestens eine Stunde (früher zwei Stunden). Dann aber leuchten sie 6000-8000 Mal.

**Abb. 166.1**

**a)** Gut gemeinte Informationen können durchaus Fehler enthalten. Der Zeitungsartikel **(Abb. 166.1)** soll kritisch gelesen und allfällige Fehler entdeckt werden.

**b)** Was bedeutet $\cos \varphi = 1$? Wie groß sind daher die Wirkleistung und die Blindleistung?

**c)** Kann der angesprochene Strom tatsächlich nicht gemessen werden? Welcher „Strom" wird im Zähler gemessen?

**d)** Wenn der Blindstrom für uns gratis ist und er trotzdem produziert werden muss, wer bezahlt ihn dann?

**e)** Der Sprecher des E-Werkes meint: „Wir haben Verluste." Wo sind diese?

**Ü 8.53** American standard households use 120 V rms. How great is the peak value Vp?

**Ü 8.54** *An electric hair dryer has a power of 1500 W at 230 V. How great is **a)** the resistance of the hair dryer **b)** the rms current **c)** the maximum power?*

## 8.9 Transformator *(transformer)*

Das öffentliche Stromnetz ist viele tausende Kilometer lang. Wie bei jeder Stromleitung tritt auch hier die Joule´sche Wärme auf. Natürlich ist es im volkswirtschaftlichen Interesse, möglichst wenig Verlust an elektrischer Energie zu erleiden.

Es ist dabei günstig, bei Transporten von elektrischer Energie über weite Strecken, Hochspannung zu verwenden *(hightension transmission)*.

Gehen wir von einem Kraftwerk mit einer Leistung P aus. Möglichst viel von dieser Leistung soll über eine Fernleitung mit dem Widerstand R übertragen und bei einem Verbraucher wirksam werden. Die Fernleitung wird mit einer Spannung U betrieben. Die Stromstärke I in der Leitung wird durch den Widerstand R der Leitung und des Verbrauchers begrenzt.

**Merk & Würdig**

Ein Transformator kann Ströme und Spannungen in Ströme und Spannungen mit anderer Amplitude umwandeln.

**Merk & Würdig**

Die **Verlustleistung $P_v$** bei einer Übertragung einer Leistung P durch eine Fernleitung mit dem Widerstand R ist dem Quadrat der Übertragungsspannung indirekt proportional:

$P_v \sim \frac{1}{U^2}$

Verlustleistung $P_v$ in der Leitung: $P_v = I^2 \cdot R$

I … Effektivwert der Stromstärke in der Fernleitung, [I] = A
R … Ohm´scher Widerstand der Fernleitung, [R] = Ω

Leistung des Kraftwerks: $P = U \cdot I$

$$\frac{P_v}{P} = \frac{I^2 \cdot R}{U \cdot I} = \frac{R \cdot P}{U^2}$$

Der Anteil der Verlustleistung $P_v$ ist **indirekt proportional** zum Quadrat der Spannung.

**Beispiel 8.23**

Wie groß ist der Anteil der Verlustleistung bei einer Gesamtleistung von 1 GW (Leitungswiderstand R = 50 Ω) für die Spannungen 230 V und 380 kV?
Welche finanziellen Verluste treten auf, wenn 1 kWh mit 19 Cent zu Buche schlagen?

Mit Hilfe der obigen Gleichung $\frac{P_v}{P} = \frac{R \cdot P}{U^2} = \frac{50\,\Omega \cdot 10^9\,W}{(230\,V)^2} = 10^6$

230 V führen daher bei den angegebenen Werten auf derart große Stromstärken, dass die Verlustleistung die Gesamtleistung aufzehrt.
Bei 380 kV beträgt die Verlustleistung **35 %** der Gesamtleistung.

(Wegen $\frac{P_v}{P} = \frac{R \cdot P}{U^2} = \frac{50\,\Omega \cdot 10^9\,W}{(380 \cdot 10^3\,V)^2} = 0{,}35 = 35\,\%$)

Dies wäre mit Kosten von etwa 500 Millionen Euro pro Jahr verbunden. Verringert man R oder senkt man die Gesamtleistung P, die für die Leitung vorgesehen ist, dann sinken auch die Verluste entsprechend.

### 8.9.1 Wirkungsweise eines Transformators

Ein Transformator besteht im Prinzip aus einer **Erregerspule** (Primärspule; *primary*), einer **Induktionsspule** (Sekundärspule; *secondary*) und einem gemeinsamen, geschlossenen Weicheisenkern **(Abb. 168.1)**.

Liegt an der Primärspule eine Wechselspannung, dann erzeugt der elektrische Strom, der durch die Primärspule fließt, ein veränderliches magnetisches Feld. Der entstehende magnetische Fluss durchdringt auch die Sekundärspule, wodurch in ihr Induktionsspannungen hervorgerufen werden. Beide Spulen sollten möglichst knapp nebeneinander liegen, um einen geschlossenen magnetischen Kreis zu erhalten.

Das Prinzip ist auch im einfachen Experiment **(Abb. 168.1)** ersichtlich.

genormte Anschlussbezeichnungen
1.1
2.1
1.2
2.2
Eisenkern
Spule

**Abb. 167.1** *Schaltsymbol eines Transformators mit Eisenkern*

Stromquelle mit veränderlicher Stromstärke

Voltmeter misst $U_{ind}$

Induktionsspule

felderzeugende Spule

**Abb. 168.1** *Für die Induktionsspannung gilt* $U_{ind} \sim \frac{\Delta B}{\Delta t}$ *(Für den Transformator wichtig)*

veränderlicher magnetischer Fluss

$N_1$

$N_2$

$\sim u_1$

$\sim u_2$

Primärspule

Eisenkern

Sekundärspule

**Abb. 168.2** *Prinzipaufbau eines Transformators*

Der Eisenkern hat folgende Funktion: Er dient zur Verstärkung des Magnetfeldes, sodass der gesamte magnetische Fluss von einer Spule zur anderen fließen kann. Um Wirbelstromverluste[1)] zu verringern, besteht der Kern aus vielen dünnen, voneinander isolierten, weichmagnetischen Eisenblechen. Durch einen geschlossenen Eisenkern wird praktisch der gesamte magnetische Fluss durch beide Spulen geführt, sodass wenig Streuverlust auftritt **(Abb. 168.2)**.

Der Wirkungsgrad realer Transformatoren kann bis zu 99 % betragen.

### a) Der unbelastete Transformator

Unter einem unbelasteten Transformator versteht man einen Transformator, an dem bei der Sekundärspule kein Verbraucher angeschlossen ist. An der Sekundärspule wird daher keine Leistung entnommen. Beim unbelasteten Transformator besteht ein einfaches Verhältnis zwischen den Spannungen $U_1$ und $U_2$ an Primär- und Sekundärspule einerseits und den Windungszahlen $N_1$ und $N_2$ der beiden Spulen andererseits.

**Merk & Würdig**

**Unbelasteter Transformator**

Beim unbelasteten Transformator verhalten sich die Spannungsbeträge so wie die Windungszahlen.

$$U_1 : U_2 = N_1 : N_2$$

$U_1, U_2$ … Maximalspannungen; $[U_1] = [U_2] = V$

$N_1, N_2$ … Windungszahlen; $[N_1, N_2] = 1$

### b) Der belastete Transformator

Für die Praxis ist der Fall des belasteten Transformators wichtig, bei dem an der Sekundärseite elektrische Energie entnommen wird. Abgesehen von Verlusten muss die primärseitig aufgenommene Leistung gleich der sekundärseitig abgegebenen Leistung sein. Der Energieerhaltungssatz liefert den notwendigen Zusammenhang zwischen den Strömen und Spannungen.

**Merk & Würdig**

**Belasteter Transformator**

Beim belasteten Transformator verhalten sich die Stromstärken indirekt proportional zu den Spannungen.

$$I_1 : I_2 = U_2 : U_1 = N_2 : N_1$$

$I_1, I_2$ … Maximalströme; $[I_1] = [I_2] = A$

$U_1, U_2$ … Maximalspannungen; $[U_1] = [U_2] = V$

$N_1, N_2$ … Windungszahlen; $[N_1, N_2] = 1$

[1)] Wirbelströme *(eddy current)* entstehen, wenn sich Leiter und ein umgebendes Magnetfeld relativ zueinander bewegen; also: ruhender Leiter – sich änderndes Magnetfeld, bewegter Leiter – konstantes Magnetfeld.

## Übungen

Überprüfe deine Kenntnisse zum Thema Transformatoren, indem du folgende Übungen durchführst.

**Ü 8.55** Ein Transformator wird primärseitig (N = 100 Windungen) an 100 V angeschlossen. Die Sekundärseite besitzt 200 Windungen. An ihr ist ein Verbraucher mit 50-Ω-Widerstand angeschlossen.

**a)** Welche Spannung wird an der Sekundärseite abgegeben?

**b)** Wie groß ist der Strom auf der Sekundärseite?

**c)** Wie groß ist die Leistung auf der Sekundärseite?

**d)** Wie groß ist die Leistung auf der Primärseite? (verlustfreier Transformator)

**Ü 8.56** Bekanntlich darf man einen Transformator nicht an Gleichstrom anschließen. Warum? Was passiert, wenn man es trotzdem macht?

**Ü 8.57** Niedervolt-Beleuchtungen kommen mit einer Spannung von 12 V aus. Diese muss durch einen Transformator (P = 130 W) von der Netzspannung auf diese Spannung transformiert werden.

**a)** In welchem Verhältnis müssen die Windungszahlen der Primär- und Sekundärspule stehen?

**b)** Wie groß ist der Strom auf der Sekundärseite?

**Ü 8.58** Ein Eisenkern mit Joch ist wie in **Abb. 169.1 a** aufgebaut und primärseitig an 12 V angeschlossen. Welche Spannung zeigt das Voltmeter auf der Sekundärseite an? (siehe **Abb. 169.1 b, c, d**)

**Ü 8.59** *Miss Ellen brings a coffee machine (P = 990 W) back from USA. Unfortunately, it only operates at 110 V rms.*

***a)*** *What can she do that the machine operates at 230 V?*

***b)*** *How much current will the coffee machine draw from the 230 V line?*

***c)*** *How great is the current at the secondary?*

***d)*** *How big is the resistance of the machine?*



**Abb. 169.1** *zu* ***Ü 8.58***

## 8.10 Elektromagnetische Wellen

Während der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurden von OERSTED, AMPERE und FARADAY die grundlegenden Versuche zu Elektrizität und Magnetismus gemacht und damit der Elektromagnetismus entdeckt. Vor allem FARADAY hatte an der Entwicklung der heute benützten Begriffe wesentlichen Anteil. Der Ausdruck Feld geht auf ihn zurück. Er dachte dabei an die „magnetischen Linien", die Eisenfeilspäne um einen Magneten bilden. Zunächst dienten sie ihm nur zur Veranschaulichung, doch seine Intuition und sein physikalisches Verständnis ließen sie bald für ihn zur „physikalischen Realität" werden. Seine Ideen konnte er allerdings nicht in mathematischen Gleichungen ausdrücken. Dazu beherrschte er die Mathematik zu wenig.

Die Aufgabe, Faradays Ideen in eine mathematische Sprache zu übersetzen, übernahm JAMES CLERK MAXWELL[1]. Er fasste die Faraday´schen Feldlinien als mathematisches Bild auf und gelangte so zu den nach ihm benannten Gleichungen. Er stellte sich den Raum

**Die beiden klassischen Experimente von Faraday und Oersted**



**Abb. 169.2** *Oersteds Versuch, erstmals 1819 durchgeführt; ein stromdurchflossener Leiter ist von einem magnetischen Kraftfeld umgeben.*

[1] JAMES CLERK MAXWELL (1831 Edinburgh – 1879 Cambridge), englischer Physiker. Einer der bedeutendsten Physiker des 19. Jahrhunderts. In seinen Arbeiten beschäftigte er sich hauptsächlich mit dem Elektromagnetismus (seine erste Publikation war „On Faraday´s Lines of Force", die er mit 24 Jahren veröffentlichte) und der kinetischen Gastheorie (Ableitung des Gesetzes über die Geschwindigkeitsverteilung).

**Abb. 170.1** *Faradays Versuch, erstmals 1825 durchgeführt; nur wenn der Dauermagnet bewegt wird, zeigt das Voltmeter Spannung an.*

von einem Medium erfüllt vor. Darin sollte sich die elektrische und magnetische Wirkung, so wie Schall in Luft, ausbreiten. Aus historischen Gründen nannte er diesen Stoff Äther. Er erkannte: „Die Geschwindigkeit (…) stimmt so genau mit der Geschwindigkeit des Lichtes überein, dass wir kaum den Gedanken zurückweisen können, dass das Licht aus Transversalwellen desselben Mediums besteht, welches auch Ursache der elektrischen und magnetischen Erscheinungen ist." Maxwell hat damit die Optik und den Elektromagnetismus miteinander verknüpft.

Maxwell „übersetzte" die von Faraday gefundenen experimentellen Befunde („Ein sich änderndes Magnetfeld erzeugt ein elektrisches Feld" und „Ein sich änderndes elektrisches Feld erzeugt ein Magnetfeld") in die Sprache der Mathematik.

Diese Maxwell´sche Feldtheorie beinhaltet grundlegende Aussagen über die Erzeugung der Felder durch Materie (Aussagen 1 und 2) und ihre wechselseitige Entstehung (Aussage 3 und 4). Diese Aussagen sind noch durch die Kraftgesetze (Wirkung der Felder auf Materie; Aussagen 5 und 6) zu ergänzen.

## Feldgleichungen

| Aussage 1 | Aussage 2 |
|---|---|
| **Abb. 170.2**<br>Q verursacht $\vec{E}$<br>Elektrische Ladungen Q sind Quellen und Senken des elektrischen Felds.<br>*Electric field lines begin and end on charges.* | **Abb. 170.3**<br>Es gibt keine magnetischen Einfachpole (Monopole). Die magnetischen Feldlinien sind in sich geschlossen.<br>*There are no magnetic charges. Magnetic field lines do not begin or end.* |
| **Aussage 3** | **Aussage 4** |
| **Abb. 170.4**<br>$\vec{B}(t)$ verursacht $\vec{E}(t)$<br>Veränderliche magnetische Felder erzeugen elektrische Felder mit ringförmig geschlossenen Feldlinien.<br>*Changing magnetic flux produces electric field.* | **Abb. 170.5**<br>I(t) und $\vec{E}(t)$ verursacht $\vec{B}(t)$<br>Ströme und veränderliche elektrische Felder erzeugen ringförmig geschlossene magnetische Felder.<br>*Electric current produces magnetic field.* |

## Kraftgesetze

| Aussage 5 | Aussage 6 |
|---|---|
| **Abb. 170.6**<br>$\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$<br>$\vec{E}$ wirkt auf Q<br>Coulomb´sches Gesetz | **Abb. 170.7**<br>$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \cdot \vec{B})$<br>$\vec{E}$ wirkt auf I<br>Lorentz-Kraft |

Maxwell konnte darüber hinaus zeigen, dass die elektromagnetische Wirkung sich mit der Geschwindigkeit $c_0$ ausbreitet. Er stellte damit fest, dass alle elektromagnetischen Störungen (= elektromagnetische Wellen) die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzen: die Vakuumlichtgeschwindigkeit.

Die Aussagen 3 und 4 lassen die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen *(electromagnetic waves)* verstehen:

**Abb. 171.1** *Ein durch beschleunigte Ladungen verursachtes veränderliches Feld erzeugt ein (veränderliches) magnetisches Feld. Dieses erzeugt ein (veränderliches) elektrisches Feld usw. Die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen lässt sich so als ein wechselseitiges Erzeugen von elektrischen und magnetischen Feldern verstehen.*

**Abb. 171.2** *Die Vektoren des elektrischen wie des magnetischen Feldes stehen normal aufeinander und auch normal auf die Fortpflanzungsrichtung der Welle. Sie besitzen auch keine Phasenverschiebung.*

**Merk & Würdig**

**Vakuumlichtgeschwindigkeit $c_0$**

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

$\varepsilon_0$ … elektrische Feldkonstante
$\varepsilon_0 = 8{,}854\,187\,819 \cdot 10^{-12}$ F/m $\mu_0$ · magnetische Feldkonstante
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m

## 8.10.1 LC-Schwingkreis *(LC circuit)*

Ein LC-Schwingkreis besteht aus einer Spule (Induktivität L) und einem Kondensator (Kapazität C), die in einem Kreis geschaltet sind.

In dieser Schaltung wird das elektrische Feld des Kondensators als Energiespeicher verwendet:

$E_e = C \cdot U^2/2$

Ebenso benützt man das magnetische Feld der Spule als Energiespeicher:

$E_m = L \cdot I^2/2$

Der Kondensator wird durch eine Spannungsquelle aufgeladen.

Anschließend wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt **(Abb. 171.3)**.

Nun wird der Stromkreis zwischen Kondensator und Spule geschlossen. Der Kondensator entlädt sich und baut in der Spule ein Feld auf **(Abb. 171.4)** und **(Abb. 171.5)**.

Ist der Kondensator weitgehend entladen, bricht das Magnetfeld zusammen. Aufgrund der daraus entstehenden Induktionsspannung fließt ein Induktionsstrom, der der Abnahme des Stroms entgegenwirkt. Der Strom fließt mit gleicher Orientierung weiter und lädt den Kondensator entgegen gesetzt gepolt auf **(Abb. 171.6)**.

Der Kondensator entlädt sich daraufhin wieder und baut in der Spule ein Magnetfeld auf, das daraufhin …

**Abb. 171.3**

**Abb. 171.4**

**Abb. 171.5**

**Abb. 171.6**

**Abb. 171.7**

Dieses wechselseitige Entladen und Laden des Kondensators wiederholt sich so lange, bis durch innere Reibung (Ohm´scher Widerstand der Drähte) und Abstrahlung von Energie (in Form von elektromagnetischen Wellen) der Strom praktische auf null gesunken ist.

Den eigentlichen Schwingungszustand des Schwingkreises können wir uns so vorstellen, dass Ladungen zwischen den Kondensatorplatten hin und her pendeln. Der dabei auftretende Strom wechselt periodisch die Richtung (Wechselstrom).

Wir können den Schwingungszustand auch so verstehen: Energie wechselt periodisch zwischen dem elektrischen Feld des Kondensators und dem magnetischen Feld der Spule. Wir kennen das bereits vom Fadenpendel, bei dem potenzielle und kinetische Energie einander abwechseln **(Abb. 172.2)**.

**Abb. 172.1** *WILLIAM THOMSON*

**Merk & Würdig**

**Thomson´sche Formel**

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ω … Frequenz des Schwingkreises, $[\omega] = s^{-1}$
L … Induktivität, [L] = H
C … Kapazität, [C] = F

**Abb. 172.2** *Analogie zwischen einem Schwingkreis und einem Federpendel. Man erkennt das „Hin- und Herpendeln" zwischen magnetischer und elektrischer Energie bzw. zwischen $E_{pot}$ und $E_{kin}$.*

Wie bei einem Pendel kann man auch beim Schwingkreis die Periodendauer T berechnen:

$$\frac{1}{T} = f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

**Merk & Würdig**

| **Schwingungen eines LC-Schwingkreises** | **Schwingungen eines Federpendels** |
|---|---|
| Magnetische Energie | Kinetische Energie |
| $E_m = \frac{LI^2}{2}$ | $E_{kin} = \frac{mv^2}{2}$ |
| Elektrische Energie | Elektrische Energie |
| $E_e = \frac{CU^2}{2}$ | $E_{pot} = \frac{kx^2}{2}$ |
| Kreisfrequenz | Kreisfrequenz |
| $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ | $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ |

## 8.10.2 Eigenschaften elektromagnetischer Wellen

*(properties of electromagnetic waves)*

Die verschiedenen elektromagnetischen Wellen haben einige gemeinsame Eigenschaften. Sie lassen sich

- reflektieren
- brechen
- fokussieren
- beugen und
- polarisieren.

**Merk & Würdig**

**Elektromagnetische Wellen**

Die durch die Beschleunigung von Ladungen erzeugten Wellen weisen eine elektrische und eine magnetische Natur auf. Sie heißen elektromagnetische Wellen. Sie sind Transversalwellen und breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.

## 8.10.3 Elektromagnetisches Spektrum *(electromagntic spectrum)*

**Frequenz $f$ (in Hertz) elektromagnetischer Wellen und Arbeitsbereiche der Physik**

| typische Arbeitsbereiche | $f$(Hz) | Beispiele | $\lambda$(m) | $E$(J) | $E$(eV) | $T$(K) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Hochenergiephysik, Kernphysik | $10^{25}$ | | $3\cdot10^{-17}$ | $7\cdot10^{-9}$ | $4\cdot10^{-10}$ | |
| | | Kosmische Strahlung | | | | |
| In der Astronomie werden die verschiedenen Frequenzbereiche genutzt - hier die vier Bilder des Orionnebels: | $10^{20}$ | Gammastrahlung (Atomkern) | $3\cdot10^{-12}$ | $7\cdot10^{-14}$ | $4\cdot10^{-5}$ | $10^{9}$ |
| Astrophysik | | | | | | |
| Festkörperphysik | | harte | | | | |
| | | Röngenstrahlung (Bremsstrahlung) | | | | |
| | | weiche | | | | |
| Röntgen | $10^{15}$ | Ultraviolett (Synchrotron, Atomhülle) | $3\cdot10^{-7}$ | $7\cdot10^{-19}$ | 4 | $10^{4}$ |
| Optik, Atomphysik | | sichtbares Licht(Atomhülle) | | | | |
| Thermodynamik | | Infrarot (Temperaturstrahlung) Terahertzwellen | | | | |
| | | Mikrowelle (Klystron) Radar (Klystron) | | | | |
| sichtbar | $10^{10}$ | Richtfunk (Schwingkreis) | 0,03 | $7\cdot10^{-24}$ | $4\cdot10^{-5}$ | 0,1 |
| Nachrichtentechnik | | Radiowellen: UHF, VHF – Fernsehen (Schwingkreis) | | | | |
| | | Radiowellen: UKW, KW, MW, LW – Rundfunk (Schwingkreis) | | | | |
| Infrarot | $10^{5}$ | | 3000 | | | |
| | | Navigation | | | | |
| | | Telefon (Sprache, Musik) | | | | |
| Energietechnik | | technischer Wechelstrom (Generator) | | | | |
| | | Alltagserfahrung, Naturbeobachtung | $c=f\cdot\lambda$ | $E=h\cdot f$ | | $\lambda\cdot T=3\cdot10^{-3}$ |

Abb. 173.1

Abb. 174.1 Der UV - Strahlungsanteil im Solarium ist besonders hoch. Daher muss auf kurze Bestrahlungszeit und Augenschutz geachtet werden.

Der Umfang des Spektrums elektromagnetischer Wellen umfasst ungefähr 25 Zehnerpotenzen. Dabei gibt es Bereiche, die aufgrund ihrer ähnlichen physikalischen Eigenschaften zusammengefasst werden können.

- **Radiowellen (Frequenzbereich: etwa $10^2$ bis $10^9$ Hz):**

  Diese dienen der Informationsübertragung; wegen der Durchlässigkeit der Atmosphäre in diesem Frequenzbereich gibt es auch die Radioastronomie.

- **Mikrowellen, Radar (Frequenzbereich: etwa $10^9$ bis $10^{11}$ Hz):**

  Wärmen von Speisen, Entfernungsmessung, UMTS-Netz für mobiles Internet

- **Terahertzwellen (Frequenzbereich: etwa $10^{12}$ Hz = 1 THz):**

  Diese entstehen durch Wärmebewegung der Moleküle; werden als mögliche Kontrolle an Flughäfen diskutiert.

- **IR-Strahlung, sichtbares Licht, UV-Strahlung (Frequenzbereich: etwa $10^{13}$ bis $10^{16}$ Hz)**

  **IR-Strahlung:** Temperaturstrahlung

  **UV-Strahlung:** Dieses energiereiche Licht ist Teil der Strahlung, die die Sonne aussendet, kann zu Hautschäden führen. Ein großer Teil davon wird in der Ozonschicht (in 20 bis 35 km Höhe) absorbiert.

- **Röntgenstrahlung (Frequenzbereich: etwa $10^{17}$ bis $10^{19}$ Hz):**

  Einsatz in Medizin (Diagnose, Therapie), Technik (Materialuntersuchung) und Astronomie (zur Beobachtung bestimmter Objekte)

- **Gammastrahlung (Frequenzbereich größer als $10^{20}$ Hz):**

  gesundheitsgefährdend!

## Schwingungen

**Ü 1.1** $T = 0{,}44$ s

**Ü 1.2** $k = 3{,}16$ N/m

**Ü 1.3** $k = 4{,}52$ N/cm

**Ü 1.4** Durch Division der beiden Gleichungen

$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$ und

$2T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m + 0{,}03\ \text{kg}}{k}}$ erhält man

$2 = \sqrt{\frac{m + 0{,}03\ \text{kg}}{\sqrt{m}}}$ und damit m = 10 dag.

**Ü 1.5** Dehnt man eine Spiralfeder zu stark, erhält man einen „gewellten“ Draht ohne elastischen Eigenschaften.

**Ü 1.6** Entweder man berechnet (etwas umständlich) zuerst k und dann f – oder kürzer: Laut Beispiel 1.3 gilt bei halber Masse: $f_{neu} = 1/T_{neu} = 1/T\sqrt{2} = f\sqrt{2}$; $f_{neu} = 3{,}54$ Hz

**Ü 1.7** Einfluss auf die Periodendauer: **b)** Masse m

**Ü 1.8** $l = 0{,}994$ m

**Ü 1.9** $T_p = 1{,}167{,}s$, $T_ä = 1{,}27$ s $\rightarrow \Delta T = 0{,}32$ s

**Ü 1.10** $g = 9{,}821\ m/^2$

**Ü 1.11** **a)** Das Pendel im Physiksaal schwingt mit $T = 2{,}837$ s
**b)**, **c)** $T = \infty$, Das Pendel schwingt nicht, da die Fallbeschleunigung (fast) null ist.

**Ü 1.12** **a)** $T = 1{,}25$ s; **b)** $f = 0{,}8$ Hz; **c)** $l = 0{,}39$ m

**Ü 1.13** $T = 1{,}55$ s

**Ü 1.14** Einfluss auf die Periodendauer: **a) Pendellänge l** und **d) Fallbeschleunigung g**

**Ü 1.15** Amplitude $y_0 = 0{,}3$ m
$y = -0{,}16$ m (Der Pendelkörper befindet sich unterhalb der Gleichgewichtslage.)
$v_y = -1{,}26$ m/s (Der Körper befindet sich in einer Abwärtsbewegung.)
$a_y = 4{,}1\ m/s^2$

**Ü 1.16** **a)** $y = 5{,}88$ cm, **b)** $y = -5{,}88$ cm, **c)** $y = -9{,}51$ cm

**Ü 1.17** $t = 0{,}004$ s

**Ü 1.18** $t = 0{,}25$ s

**Ü 1.19** **a)** richtig, **b)** falsch, **c)** richtig, **d)** richtig, **e)** falsch, **f)** falsch, **g)** richtig

**Ü 1.20** **a)** $f = 2{,}5$ MHz, **b)** $\Delta t = 0{,}3$ ms

**Ü 1.21** $T = 1{,}866$ s; mit $\omega = \varphi t = 2\pi t$ erhält man $\omega = 3{,}36\ s^{-1}$

**Ü 1.22** Zuerst $k = 1{,}4 \cdot 10^5$ N/m berechnen $\rightarrow T = 0{,}53$ s $\rightarrow v = 18{,}8$ m/s = 68 km/h

**Ü 1.23** Alle Aussagen sind richtig.

**Ü 1.24** Ein/e Astronaut/in hat für solche Fälle immer eine Schnur mit.
Bemerkung: Mit einem mathematischen Pendel könnte man sogar die Drehgeschwindigkeit des Planeten bestimmen, Stichwort: Foucault-Pendel

**Ü 1.25** Du stellst dich mit einer entsprechend langen Schnur auf das Dach und misst die Periodendauer.

## Wellenphänomene der Mechanik

**Ü 2.1** $\lambda = L$; wenn Bug und Heck auf einem Wellenberg sind; das Schiff kann auseinander brechen. Für den Fall, dass das Schiff am Kamm der Welle (=Wellenberg) ist, sind die Schiffe meist gewappnet

**Ü 2.2** $f_{blau} = 7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz; $f_{rot} = 3{,}75 \cdot 10^{14}$ Hz

**Ü 2.3** $\lambda = 6\,000$ km

**Ü 2.4** 20 m; 1,26 m; 0,63 m; 0,32 m; 0,16 m; 0,08 m

**Ü 2.5** Zutreffend: **b)**, **d)**, **g)**, **h)**

**Ü 2.6** Zutreffend für Schwingungen: **a)**, **b)**, **c)** zutreffend für Wellen: **a)**, **d)**, **e)**

**Ü 2.7** $\omega = 12{,}57\ s^{-1}$; $T = 0{,}5$ s; $\lambda = 6$ m; $k = 1{,}05\ m^{-1}$

**Ü 2.8** $\lambda = 27$ cm; $f = 25$ Hz; $c = 6{,}75$ m/s

**Ü 2.9** Zutreffend: **c)**

**Ü 2.10** Bekannt sein muss: **a)**, **c)**, **d)**

**Ü 2.11** **a)** $y = 3{,}46 \cdot \sin(2x)$ **b)** $y = 4{,}8 \cdot \sin(4x + 87{,}68°)$

**Ü 2.12** $a_0$ gibt die Verschiebung entlang der y-Achse an, so dass die Flächen oberhalb und unterhalb der x-Achse in einer Periode gleich groß ist.

**Ü 2.13** **a)** $a_0 = 0$, $a_0 = \pi$ **b)** individuellte Antwort; z. B. Fläche unter einem Graphen

**Ü 2.14** nicht durch Überlagerung von Sinusschwingungen erzeugbar: Graph in **Abb. 34.4**

**Ü 2.15** Die Wörter sind in folgender Reihenfolge einzusetzen:
- interferieren
- algebraische
- Phasenverschiebung
- Verstärkung
- Abschwächung
- gleicher
- Auslöschung

**Ü 2.16** Zutreffend: **c)**, **d)**

## Reflexion – Brechung – Beugung

**Ü 3.1** **a)** A **b)** $s = c \cdot t = 4\,000\ m/s \cdot 1{,}35\ s = 5\,400$ m
$h = \sqrt{s^2 - l^2} = 4\,350$ m

**Ü 3.2** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** Der Einfallswinkel wird zwischen Lot und einfallendem Strahl gemessen. Für jede Oberfläche gilt: Lot und Tangente stehen aufeinander senkrecht! Elementarwellen überlagern sich und bilden Wellenfronten; diese verlaufen tangential zu den Elementarwellen.

**b)** π, 180°

**c)** 360°, 0

**d)** das Wellenmodell, Photonen, das Teilchenmodell. Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 10 Punkte.

**Ü 3.3** $\lambda = 2\,l = 1{,}8\text{ m} \qquad f = \frac{c}{\lambda} = 667\text{ Hz}$

**Ü 3.4** $\lambda = \frac{c}{f} = 0{,}021\text{ m} \qquad l = 0{,}0105\text{ m}$

**Ü 3.5** **a)** $l_0 = \frac{\lambda}{2} = \frac{\frac{c}{f}}{2} = \frac{\frac{340\text{ m/s}}{440\text{ Hz}}}{2} = 0{,}366\text{ m}$

**b)** $l_1 = \lambda = 0{,}773\text{ m}\; l_2 = \frac{3\lambda}{2} = 1{,}10\text{ m}$

**Ü 3.6** **a)** Amplitude: 10 cm, **b)** λ = 1 m, **c)** 6 nodes

**Ü 3.7** $n = \frac{c_0}{c_1} = 2{,}417 \rightarrow c_1 = 1{,}24 \cdot 10^8\text{ m/s}$

**Ü 3.8** $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} \rightarrow \sin\beta = \frac{c_1}{c_2}\sin\alpha = 0{,}44 \quad \alpha = 26{,}4°$

**Ü 3.9** $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin\alpha = \frac{n_2}{n_1}\sin\beta = 0{,}667 \quad \alpha = 41{,}8°$

**Ü 3.10** $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow \sin\beta = \frac{1}{1{,}4}\sin\alpha \qquad \beta = 20{,}9°$

x … Weg in Glas

$\frac{d}{x} = \cos\beta \rightarrow x = \frac{d}{\cos\beta} = 5{,}35\text{ cm}$

$\frac{a}{x} = \cos(\alpha + \beta) \rightarrow a = x \cdot \cos(50{,}9°) = 3{,}37\text{ cm}$

**Ü 3.11** **a)** $\alpha_T = \arcsin\frac{1}{1{,}46} = 43{,}2°$

**b)** $\sin\alpha_T = \frac{1}{n} \rightarrow n = \frac{1}{\sin\alpha_T} = 1{,}62$

**Ü 3.12** $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \rightarrow n_2 = n_1\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 1{,}8$

**Ü 3.13** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** Der absolute Brechungsindex des zweiten Mediums ist größer.Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfronten ändert sich an der Mediengrenze. Die (relative) Brechzahl ist kleiner als 1.

**b)** Die Wellen wandern ungebrochen weiter.

**c)** Glas – Luft; Einfallswinkel: 55° Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 5 Punkte.

**Ü 3.14** $\sin\varphi_{Rot} = \frac{\frac{1}{2}\lambda}{d} \rightarrow \varphi_{Rot} = 1{,}9° \quad \varphi_{Blau} = 1{,}4°$

**Ü 3.15** $\tan\varphi = \frac{x}{1} \rightarrow \varphi = 18{,}4° \qquad g = \frac{1\text{ mm}}{900} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}\text{ m};$

$\sin\varphi = \frac{\lambda}{g} \rightarrow \lambda = 347\text{ nm}$

**Ü 3.16** $\sin\varphi = \frac{2\lambda}{g} \rightarrow g = \frac{2\lambda}{\sin\varphi} = 4{,}31 \cdot 10^{-6}\text{ m}$

$g = \frac{1\text{ cm}}{x} \rightarrow x = \frac{1\text{ cm}}{4{,}31 \cdot 10^{-6}\text{ m}} = 2\,320\text{ Striche}$

**Ü 3.17** $g_1 = \frac{\lambda}{\sin\varphi_1} = \frac{670\text{ nm}}{\sin 20°} = 2{,}0\text{ µm};\ \varphi_2 = 1{,}3\text{ µm}$

Die Spurweite liegt zwischen 2,0 µm und 1,3 µm.

**Ü 3.18** $g = \frac{10^{-2}\text{ m}}{0{,}9 \cdot 10^4} = 1{,}1 \cdot 10^{-6}\text{ m};$

$\varphi_{blue} = \arcsin\frac{\lambda_{blue}}{g} = 21{,}9° \qquad \varphi_{red} = 37{,}5°$

**Ü 3.19** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** bei Wellen., auch bei Röntgenstrahlung.

**b)** die Wellentheorie, die Quantenmechanik

**c)** aufgrund von Überlagerungen Huygens´scher Elementarwellen.
wegen konstruktiven Interferenzen von Elementarwellen.

**d)** eines Transmissionsgitters, eines dünnen Spalts., eines Glasprismas, einer engen Schlitzblende, eines Reflexionsgitters.

**e)** zu kleinerem Winkel, wenn die Gitterkonstante vergrößert wird.

**f)** Transmissionsgitters beugen rotes Licht stärker als blaues Licht.
Je mehr Striche bei einem Gitter für die Beugung zur Verfügung stehen, umso ausgeprägter sind die Beugungsmaxima.

Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 14 Punkte.

**Ü 3.20** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** mithilfe von Kunststofffolien aus länglichen geordneten Molekülen.
durch Reflexion an transparenten Materialien.

**b)** Auch bei der Lichtausbreitung schwingt ein Magnetfeld.
Optisch aktive Materialien sind links- oder rechtsdrehend.
Unpolarisiertes Licht ist inkohärent.

**c)** Alle drei Antworten sind richtig

**Ü 3.21** **a)** $d = \frac{\lambda}{4}\frac{l}{n} = \frac{450 \cdot 10^{-9}\text{ m}}{4 \cdot 1{,}34} = 0{,}084\text{ µm}$

**b)** Dies entspricht ca. 840 Atomlagen.

**Ü 3.22** Zwei Hinweise, die in der Diskussion wichtig sind: Die Kohärenzlänge von Sonnenlicht liegt bei 1 m. Der Reflexionsfaktor von Fensterglas liegt bei 10 %.

## Akustik

**Ü 4.1** $\Delta L = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} \Rightarrow 10^{\frac{L}{10}} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = I_0\, 10^{\frac{L}{10}} =$

$= 10^{-12}\text{ W/m}^2 \cdot 10^{\frac{108}{10}} = 0{,}063\text{ W/m}^2$

**Ü 4.2** $\Delta L = 10 \cdot \log\frac{64\,I}{I_0} - 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log 64 = 18{,}1\text{ dB}$

**Ü 4.3** $\Delta L = 10 \cdot \log\frac{4\,I}{I_0} - 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log 4 = 6\text{ dB}$

L = 98 dB

**Ü 4.4** $8\text{dB} = 10 \cdot \log x \Rightarrow x = 10^{\frac{8}{10}} = 6{,}31$

Die Schallintensität ändert sich um den Faktor 6,31.

**Ü 4.5** $\Delta L = 10 \cdot \log\frac{0{,}05\,I}{I_0} - 10 \cdot \log\frac{I}{I_0} = 10 \cdot \log 0{,}05 = -13\text{ dB}$

**Ü 4.6** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** Der Schallpegel ist ein logarithmisches Verhältnis. Eine Dämpfung äußert sich durch eine negative Schallintensität.

**b)** Alle Antworten sind richtig

**c)** –3 dB

Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 6 Punkte.

**Ü 4.7** $\frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow I_1 = I_2 \frac{r_2^2}{r_1^2} = 0{,}08\,W/m^2 \left(\frac{2\,m}{3\,m}\right)^2 = 0{,}036\,W/m^2$

**Ü 4.8** $\frac{I_1}{I_2} \Rightarrow \frac{r_2^2}{(2r_1)^2} \Rightarrow I_1 = I_2 \frac{1}{4}$

$\Delta L = 10 \cdot \log \frac{0{,}25\,I}{I_0} - 10 \cdot \log \frac{1}{4} = -6\,dB$

**Ü 4.9** **a)** $I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} = e^{-50\,m^{-1}\,0{,}05\,m} = 0{,}082$

**b)** 8,2% werden durchgelassen und 91,8 % absorbiert.
$\Delta L = 10\log 0{,}082 = -10{,}86\,dB$
$L = 84{,}1\,dB$

**Ü 4.10** $I = I_0 \cdot e^{-\mu x} \Rightarrow x = \frac{\ln 0{,}95}{-10^{-7}\,m^{-1}} = 513\,km$

**Ü 4.11** Grüne Kurve: etwa 85dB oder $0{,}5 \cdot 10^{-3}\,W/m^2$

**Ü 4.12** Lautstärke ist abhängig von der Frequenz. Am empfindlichsten ist das Ohr im Bereich von 16Hz bis 16kHz. Objektiv wird Lärm durch den „bewerteten Schallpegel in dB(A)" erfasst. Schallpegel-Messgeräte benötigen für eine frequenzabhängige Anzeige des Pegels einen Filter. Verkehrslärm kann aktiv und passiv reduziert werden. Lärmschutzwände absorbieren und reflektieren den Verkehrslärm. **Schwerhörigkeit** ist die häufigste Berufskrankheit in Österreich. Durch Lärm können akustische Warnhinweise überhört werden. Dadurch erhöht sich die **Unfallgefahr**. Lärm bewirkt im menschlichen Körper **Stress**.

**Ü 4.13** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** Schallpegel

**b)** Es kommt auf die Frequenz an; Gehörnervenschaden; Gehörschäden. Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 4 Punkte.

**Ü 4.14** $f_B = f_Q \left(1 + \frac{v_B}{c}\right) = 440\,kHz \left(1 + \frac{30\,m/s}{340\,m/s}\right) = 479\,kHz$

**Ü 4.15** $f_B = f_Q \left(\frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}\right) = 320\,kHz \left(\frac{1}{1 - \frac{36{,}1\,m/s}{340\,m/s}}\right) = 289\,kHz$

**Ü 4.16** $f_B = f_Q \left(\frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}\right) \Rightarrow v_Q = c \cdot \left(1 - \frac{f_Q}{f_B}\right) = 29{,}1\,m/s = 105\,km/h$

**Ü 4.17** $f_R = 10{,}1\,MHz$

$f_R = f_E \left(\frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}\right) \Rightarrow v_Q = c \cdot \left(1 - \frac{f_E}{f_R}\right) = 14{,}4\,m/s$

**Ü 4.18** $\Delta s = c \cdot \Delta t = 340\,m/s \cdot 30\,\mu s = 0{,}010\,m$

Ohrenabstand $d = 0{,}18\,m$

$\frac{\Delta s}{d} = \sin\alpha \Rightarrow \alpha \arcsin \frac{0{,}010\,m}{0{,}18\,m} = 3{,}3°$

Die Winkelauflösung beträgt 3,3 °.

**Strahlenoptik**

**Ü 5.1** Der obere Spiegelrand sollte etwas höher als die Augenhöhe sein
(Exakt: Augenhöhe plus halber Abstand Augen-Scheitel).
Der untere Spiegelrand sollte etwa in der Hälfte deiner Körpergröße liegen
(Exakt: Halber Abstand Augenhöhe-Fußboden).

**Ü 5.2** $s = 2\,m$

**Ü 5.3** **a)** $V = \frac{b}{g} \Rightarrow b = V \cdot g = 1{,}2\,m$ $\quad f = 0{,}3m$

**b)** Individuelle Antwort

**Ü 5.4** $f = 40\,cm$

$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{72}\,m^{-1} \Rightarrow b = 72\,cm$

$V = \frac{b}{g} = -0{,}14$

Verkleinerung; Bild ist reell.

**Ü 5.5** $f = -5\,cm$

$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{4{,}29}\,cm^{-1} \Rightarrow b = -4{,}29\,cm$

$V = \frac{b}{g} = -0{,}14$

Verkleinerung; Bild ist virtuell.

**Ü 5.6** $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = -\frac{3}{4}\,m^{-1} \Rightarrow b = -1{,}33\,m$

**Ü 5.7** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:

**a)** immer virtuell

**b)** möglichst diffus reflektieren

**c)** entsteht ein virtuelles Bild.

**d)** kann unendlich groß sein.

**e)** Alle Strahlen die im Parabolspiegel durch den Brennpunkt einfallen treten parallel zur Achse wieder aus.

Für falsche Antworten ziehst du einen Punkt ab, richtige zählen einen Punkt, das ergibt maximal 5 Punkte.

**Ü 5.8** $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ da $r_2 = \infty \Rightarrow r_2 = (n-1) \cdot f = -2{,}7\,cm$

Dies ist realisierbar, da der Durchmesser des Krümmungskreises mit 5,4 cm etwas größer als der Linsendurchmesser (5 cm) ist.

**Ü 5.9** **a)** $D = 8{,}33\,dpt$

**b)** $D = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} \cdot 2\right) \Rightarrow r_1 = \frac{(n-1) \cdot 2}{D} = 12\,cm$

**c)** $V = \frac{b}{g} = -5 \Rightarrow b = -5\,g$ Einsetzen in

$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{-5\,g} + \frac{1}{g} = \frac{-4}{-5\,g} \Rightarrow g = \frac{4\,f}{5} = 9{,}6\,cm$

**Ü 5.10** individuelle Lösung

**Ü 5.11** individuelle Lösung

**Ü 5.12** **a)** $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} = \frac{1}{-12\,cm} - \frac{1}{14\,cm} = -\frac{1}{6{,}46}\,cm^{-1} \Rightarrow b = -6{,}46\,cm$

$V = \frac{b}{g} = -0{,}46$

**b)** $\frac{1}{b} = \frac{1}{-12\,cm} - \frac{1}{10\,cm} = -\frac{1}{5{,}46}\,cm^{-1} \Rightarrow b = -5{,}46\,cm$

$V = \frac{b}{g} = -0{,}545$

Beide Fälle ergeben virtuelle Bilder.

**Ü 5.13** $D_1 = \frac{1}{f_1} = -15{,}4$ dpt  $D_2 = 52{,}6$ dpt

$D = D_1 + D_2 = 37{,}2$ dpt

$f = 26{,}9$ mm

**Ü 5.14** Lichtstrahlen interferieren laut Definition nicht. Virginias Idee wird in Fernrohren (siehe Kapitel 5.6) umgesetzt.

**Ü 5.15** Mit Hilfe des Strahlensatzes ermittelt man:

$\frac{0{,}07\text{ mm}}{20\text{ cm}} = \frac{x}{100\text{ m}} \Rightarrow x = 3{,}5$ cm

**Ü 5.16** $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{100\text{ m}} + \frac{1}{0{,}017\text{ m}} = \frac{1}{0{,}017\text{ m}} \Rightarrow D = 58{,}8$ dpt

$f = 17$ mm

**Ü 5.17** **a)** $\Theta \approx \frac{\lambda}{d} = \frac{550\text{ nm}}{5\text{ m}} = 0{,}110\ \mu$rad

**b)** $\Theta \approx \frac{\lambda}{d} = \frac{0{,}18\text{ m}}{3 \cdot 10^8\text{ m}} = 0{,}6$ nrad

**Ü 5.18** Folgende Auswahl-Antworten sind anzukreuzen:
**a)** mit einem Fluoreszensmikroskop
**b)** längere Belichtungszeit kleine Winkelauflösung
**c)** das Licht der Himmelskörper verstärken
**d)** man den Durchmessern von Sternen messen kann., man besser Einzelheiten erkennt.

**Ü 5.19** Den Bereich der guten Durchlässigkeit unserer Atmosphäre für sichtbar elektromagnetische Wellen nennt man **optisches Fenster**. Eine aktive Optik verformt und optimiert den **Hauptspiegel**. Atmosphärische Störungen können mit einer **adaptiven** Optik ausgeglichen werden.

Teleskope, bei denen mehrere Spiegel zusammengeschaltet werden, haben eine bessere Winkel**auflösung**. Die Signale der Einzelspiegel werden dabei **interferiert (überlagert)**.

Die Winkelauflösung ist bei Radioteleskopen schlechter, da die Wellenlänge **länger** ist als bei optischen Teleskopen. Durch Zusammenschalten von Radioteleskopen kann die **Winkelauflösung**. verbessert werden, vor allem, wenn der **Abstand** zwischen den Teleskopen groß gewählt wird.

**Ü 5.20** individuelle Antworten

**Ü 5.21** Folgende Zuordnungen sind richtig: A-1, B-4, C-2, D-5, E-3

### Vom Licht

**Ü 6.1** Zutreffend sind: **a)**, **c)**

**Ü 6.2** Zutreffend sind: **e)**, **f)**

**Ü 6.3** Korrekt sind: **a)**, **b)**

**Ü 6.4** Alle Aussagen sind korrekt.

**Ü 6.5** **a)** [P] = kgm/s; P … Impuls

**b)** $E_{rot} = 2{,}6 \cdot 10^{-22}$ J, $E_{blau} = 5{,}1 \cdot 10^{-22}$ J

**Ü 6.6** Korrekt ist: **a)**, **c)**

**Ü 6.7** Korrekt sind: **a)**, **c)**, **d)**, **e)**

### Temperaturstrahlung

**Ü 7.1** T = 1152 K = 879°C

**Ü 7.2** P = 99 W; $\lambda = 1{,}4\ \mu$m

**Ü 7.3** $A = 17\text{ cm}^2$

**Ü 7.4** a) $\lambda = 10\ \mu$m
b) Körper nicht im thermischen Gleichgewicht; daher: $P = \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 + T_2^4)$

i) $T_1 = 308$ K; $T_2 = 263$ K $\rightarrow$ P = 478 W

Diese Leistung muss immer aufgebracht werden, auch bei ständiger Faulheit.

ii) $T_1 = T_2 = 310$ K $\rightarrow$ P = 0 W

**Ü 7.5** $\lambda = 10^{-3}$ m

**Ü 7.6** $\left(\frac{T_2}{323\text{ K}}\right)^4$

$\rightarrow$ **a)** $P_2 = 1{,}78 \cdot P_1$; **b)** $P_2 = 2{,}94 \cdot P_1$

**Ü 7.7** Nein, die Sonne hat aufgrund von Streuung in der Atmosphäre die größte Intensität.

**Ü 7.8** Barbara hat Recht. Übrigens sind auch Glühwürmchen keine Temperaturstrahler.

**Ü 7.9** Nun ist es so, dass jeder Körper nur Temperaturstrahlung solcher **Frequenz**. emittieren kann, die er bei **gleicher** Temperatur auch **absorbiert**. D.h., dass dunkle **und raue** Flächen bei **gleicher Temperatur** ein größere **Strahlungsleistung** als **helle** und **glatte** Flächen haben. Einen Körper, der alle **auftreffenden** Strahlen **absorbiert**, nennt man **Schwarzen Körper**. Wenn du dich noch an die Kurve erinnerst, von der die Lehrerin meinte, sie **sei wichtig**, so kannst du dir noch merken:

Erstens: Mit **zunehmender** Temperatur wird auch die **Fläche** unter der **Kurve größer**.

Zweitens: Bei **steigender** Temperatur verschiebt sich das **Maximum** der Kurve zu **kürzeren Wellenlängen**."

**Ü 7.10** **a)** angenommener Schulweg (hin und zurück): 20 km $\rightarrow$
(1) 1,2 kg; (2) 3,24 kg

**b)** 15 500 km

**c)** 1 500 PJ /Jahr $\rightarrow 1{,}9 \cdot 10^{11}$ J = 52 000 kWh pro Person und Jahr $\rightarrow$ 31 t/Jahr

Um auf die von der EU geforderten 2,5 t/Person und Jahr zu kommen, haben große Einschränkungen zu erfolgen oder ein innovativer und gezielterer Einsatz von regenerierbaren Energieformen.

### Elektrizität und Magnetismus

**Ü 8.1** $F = 8{,}9 \cdot 10^9$ N

**Ü 8.2** $F_G = F_E = 2 \cdot 10^{20}$ N; $\sqrt{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot F \cdot r^2} = 5{,}7 \cdot 10^{13}$ C

Da Abstoßung, muss die Ladung jeweils gleiches Vorzeichen haben.

**Ü 8.3** **a)** $F = 9 \cdot 10^{-3}$ N

**b)** $N = Q/e = 3{,}12 \cdot 10^{11}$; eine ungeheure Anzahl, experimentell wäre eine Quantisierung der Ladung nicht erkennbar.

**Ü 8.4** $r=\sqrt{\frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot F}}$

$r = 8{,}99 \cdot 10^9$ m
F muss negativ eingesetzt werden

**Ü 8.5** $F = 2{,}3 \cdot 10^{-22}$ N

**Ü 8.6** zwei Arten – Kräfte – negative – Abstand – Elektron – Proton – Reibung

**Ü 8.7** Richtige Antwort: **b)**

**Ü 8.8** $F = 1{,}28 \cdot 1^{-14}$ N; $a = 1{,}9 \cdot 10^{12}$ m/s²
(Dieses Ergebnis erscheint zu groß! Man muss allerdings bedenken, dass α-Teilchen sehr schnell unterwegs sind, und daher in kurzer Zeit im Detektor eine Ablenkung erfolgen sollte.)

**Ü 8.9** **a)** $E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

$E = 27{,}6 \cdot 10^3$ N/C

**b)** $q = 3{,}6 \cdot 1^{-8}$ C
(Das Ergebnis ist klein genug, so dass die Ladung durch ihre Anwesenheit das Feld nicht zu sehr beeinflusst.)

**Ü 8.10** $E = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

$\rightarrow Q = 5 \cdot 10^{-10}$ C

**Ü 8.11** Richtig sind: **a)**, **c)**, **d)**, **f)**

**Ü 8.12** $Q = 1{,}8 \cdot 10^{-6}$ C

**Ü 8.13** $C_1 = 8{,}8$ pF
Die Kapazität vergrößert sich um den Faktor 10; die Ladung bleibt aber dabei konstant.

**Ü 8.14** Beide Sätze sind richtig.

**Ü 8.15** **a)** Parallelschaltung
**b)** (3)

**Ü 8.16** $E = U/d = 2{,}2 \cdot 10^6$ V/m; $C = 0{,}264$ nF; $Q = 2{,}9 \cdot 10^{-6}$ C; $F = (E/2) \cdot Q = 3{,}2$ N

**Ü 8.17** A = 110 m²

**Ü 8.18** **a)** 50 nF;
**b)** 12 nF

**Ü 8.19** **a)** 1 µF;
**b)** 9 µF;
**c)** 3 µF;
**d)** 4,5 µF

**Ü 8.20** C = 1,33 pF; Q = 240 pC; $U_1 = 120$ V; $U_2 = 60$ V (Probe: $U_1 + U_2 = U$)

**Ü 8.21** C = 1,3 nF

**Ü 8.22** $I = 5 \cdot 10^4$ A

**Ü 8.23** $6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen

**Ü 8.24** t = 9 min = 5540 s; E = W = 1,3 MJ

**Ü 8.25** I = 2 mA

**Ü 8.26** $Q = \int I dt$ entspricht in der Mathematik der Flächenformel $A = \int y dx$.
Die Ladung(smenge) entspricht der Fläche unter der I-t-Kurve (siehe auch Abb. 144.2)

**Ü 8.27** Grundsätzlich greift man in kein (elektrisches) Gerät, das unter Spannung steht.

**Ü 8.28** U = 2,73 V

**Ü 8.29** R = 300 Ω

**Ü 8.30** I = 0,92 A

**Ü 8.31** U = 20 V

**Ü 8.32** $I_{Finger} = 0{,}15$ mA; $I_{Zunge} = 1{,}5$ mA

**Ü 8.33** $R_2 = 1\ \Omega$, $R_3 = 0{,}667\ \Omega$, …, $R_n = R/n$

**Ü 8.34** **a)** I = 0,92 A
**b)** $R_{20} = 13\ \Omega$

**Ü 8.35** **a)** R = 12,95
**b)** $U_1 = 4{,}2$ V
$U_2 = 5{,}8$ V
**c)** $I_1 = 0{,}42$ A
$I_2 = 0{,}35$ A
$I_3 = 0{,}38$ A
$I_4 = 0{,}38$ A

**Ü 8.36** $U_p = 2{,}38$ V; $U_{12} = 7{,}62$ V; $I_{10} = 0{,}238$ A, $I_{12} = 0{,}198$ A

**Ü 8.37** Richtig sind: **a)**, **b)**

**Ü 8.38** Der Widerstand des Glühdrahtes ist sehr groß, der Widerstand der Zuleitung klein. Zur vollständigen Lösung benötig man die Leistung am Widerstand.

**Ü 8.39** **a)** 150.1 und 150.2
**b)** Es sind zwei Messungen durchzuführen.

**Abb.179.1**
Mit dieser Schaltung wird der Innenwiderstand des Amperemeters bestimmt …

**Abb.179.2**
… und damit der Wert des Widerstands.

**Ü 8.40** I = 3,48 A; E = P · t = 576 kJ = 0,16 kWh

**Ü 8.41** Schon bei einer Leistung von 4500 W (I = 19,6 A) fällt die Sicherung; bei 4650 W beträgt der Strom I = 20,2 A

**Ü 8.42** **a)** H = 1,9 A/m;
**b)** H = 0,9 A/m

**Ü 8.43** I = Q/t bzw. umformen der Lorentzkraft in
$B = \frac{F}{Q \cdot v}$
Einsetzen der entsprechenden Einheiten

**Ü 8.44** Mit $\frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{R}$ erhält man für

| 3 m | 6 m | 9 m | 12 m | 15 m | 20 m | 25 m |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 µT | 30 µT | 20 µT | 16 µT | 13 µT | 10 µT | 8 µT |

**Ü 8.45** Jeder Magnet besitzt zwei Stellen, an denen das stärkste Anziehungsvermögen gegenüber nichtmagnetischen Körpern besteht. Diese Stellen nennt man Süd- bzw. Nordpol. Gleichnamige Pole stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.

Den Raum um einen Magneten stellt man als Magnetfeld mit Feldlinien dar. Die von einem Magneten ausgehenden Feldlinien sind geschlossene Kurven. Sie treten am Nordpol aus und am Südpol wieder ein. Jeder Magnet versucht, sich in Richtung eines bereits vorhandenen Magnetfeldes auszurichten. Das wird durch die Elementarmagnete erklärt. Verschiedenartige Substanzen, die in ein Magnetfeld gebracht werden, ändern jeweils die auf Luft bezogene Feldstärke H zur magnetischen Flussdichte B. Sie hängen über die Permeabilität μ ([μ] = 1) zusammen:

$\mu = \frac{B}{H}$

**Ü 8.46** Richtige Antwort: **c)**

**Ü 8.47**

**Abb.180.1**

**Ü 8.48** **a)** $\omega = 104{,}7\ s^{-1}$; $T = 0{,}06\ s$

**b)** $\omega = 448{,}8\ s^{-1}$; $T = 0{,}02\ s$

**c)** $\omega = 17\,952\ s^{-1}$; $T = 5 \cdot 10^{-4}\ s$

**Ü 8.49** $U_0 = Ueff \cdot \sqrt{2}$; $u = U_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$; $\omega = 2\pi f \rightarrow u = 10{,}2\ V$

**Ü 8.50** 50 Hz ergibt eine Periodendauer von T = 20ms. In der Hälfte dieser Zeit „fließen" die Elektronen in die eine Richtung und dann in die andere. Bei einer Elektronengeschwindigkeit von größenordnungsmäßig 1cm/s bewegen sich die Elektronen +/– 0,1mm um ihre „Ruhelage". Wirklich durch den Haushalt fließt also eigentlich nichts.

**Ü 8.51** **a)**

| | Frequenz in Hz | Kreisfrequenz in $s^{-1}$ | Schwingungsdauer in s |
|---|---|---|---|
| Wechselstrom | 50 | 310 | 0,02 |
| | 25 | 160 | 0,04 |
| | 16 2/3 | 105 | 0,06 |
| Gleichstrom | 0 | 0 | ∞ |

**b)** Auf Grund verschiedener Frequenzen müssen an den Grenzen die Lokomotiven gewechselt werden. Heute werden allerdings bereits Lokomotiven gebaut, die mit verschiedenen Frequenzen arbeiten können. Die Lokomotive Taurus der ÖBB (Baureihe 1116) ist eine Lok, die unter zwei Stromsystemen fahren kann: 25 kV bei 50 Hz und 15 kV bei 16 2/3 Hz. Ihre Nennleistung beträgt 6 400 kW; ihr Dienstgewicht 86 t, ihre Anfahrzugkraft 300 kN, ihre Höchstgeschwindigkeit 230 km/h.

**Ü 8.52** **a)** Glühbirnen verbrauchen keine Leistung. Sie wandeln elektrische in thermische Energie bzw. elektromagnetische Strahlungsenergie um. Glühbirnen verbrauchen auch keinen Strom im Zähler. Mit ihm wird die verbrauchte Energie gemessen. Genau so heiß wie wer? Vermutlich ist gemeint, dass es gleichgültig ist, ob ein Kraftwerk Strom für eine Energiesparlampe oder für eine herkömmliche Glühbirne liefert.

**b)** Wenn cosφ = 1, so gibt es nur reine Wirkleistung; die Blindleistung ist dann null.

**c)** Natürlich kann er gemessen werden. Allerdings wird im Zähler kein Strom gemessen, sondern nur die verbrauchte Energie. Wenn vom Strom die Rede ist, dann ist der Wirkstrom gemeint.

**d)** Der Blindstrom ist für einen Haushalt gratis. Großbetriebe, die viele (und große) Maschinen betreiben, haben einen Blindleistungszähler. Der Blindstrom wird sozusagen hin- und hergeschickt. Da das nicht verlustfrei geht (Wärmeverluste), wird von Großbetrieben eben auch dafür Geld verlangt.

**Ü 8.53** U = 169,7 V

**Ü 8.54** **a)** $R = U^2/P \rightarrow R = 35{,}27\ \Omega$
**b)** $I_{rms} = I_{eff} = P/U \rightarrow I = 6{,}52$
**c)** $P_{max} = U_{max} \cdot I_{max} = \sqrt{2} \cdot U_{eff} \cdot \sqrt{2} \cdot I_{eff} \rightarrow P = 3\,000\ W$

**Ü 8.55** **a)** Wegen $U_1 : U_2 = N_1 : N_2 \rightarrow U_2 = 200\ V$
**b)** $I = U/R \rightarrow I = 4\ A$
**c)** $P = U \cdot I \rightarrow P_2 = 800\ W$
**d)** Wegen des Energieerhaltungssatzes $P_1 = 800\ W$

**Ü 8.56** Der Widerstand ist der springende Punkt. Der Gleichstromwiderstand R ist im Vergleich zum Wechselstromwiderstand viel kleiner. Beim Gleichstrom können die Wicklungen durchschmoren.

**Ü 8.57** **a)** Für die Windungszahlen gilt $U_1 : U_2 = N_1 : N_2$. Also $N_1 : N_2 = 230\ V : 12\ V$; das Windungsverhältnis ist daher ungefähr 19 : 1.

**b)** Für die Leistung auf der Primärseite gilt $P_1 = I_1 \cdot U_1 = 130\ W$.
Der Strom auf der Primärseite ist daher $I_1 = P_1/U_1 = 130\ W/230\ V = 0{,}57\ A$.
Um den Strom auf der Sekundärseite zu berechnen, benützen wir die Gleichung
$I_1 : I_2 = U_2 : U_1 \rightarrow 0{,}57\ A : I_2 = 12\ V : 230\ V \rightarrow I_2 = 10{,}8\ A$

**Ü 8.58** **b)** U = 1 V; **c)** Beide Voltmeter zeigen 1 V. **d)** U = 2 V

**Ü 8.59** **a)** Sie benötigt einen Transformator, dessen Sekundärwicklung nur 110/230 so viele Wicklungen hat wie die Primärspule.
**b)** $I_1 = P/U_1 \rightarrow I_1 = 4{,}3\ A$
**c)** $I_2 = P/U_2 \rightarrow I_2 = 9\ A$
**d)** $R = 12{,}2\ \Omega$

| Griechisches Alphabet (Druckbuchstaben) | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Α α | Alpha | a | Η η | Eta | e | Ν ν | Ny | n | Τ τ | Tau | t |
| Β β | Beta | b | Θ ϑ | Theta | th | Ξ ξ | Xi | x | Υ υ | Ypsilon | y |
| Γ γ | Gamma | g | Ι ι | Jota | i | Ο ο | Omikron | o | Φ ϕ | Phi | ph |
| Δ δ | Delta | d | Κ κ | Kappa | k | Π π | Pi | p | Χ χ | Chi | ch |
| Ε ε | Epsilon | e | Λ λ | Lambda | l | Ρ ρ | Rho | r | Ψ ψ | Psi | ps |
| Ζ ζ | Zeta | z | Μ μ | My | m | Σ σ | Sigma | s | Ω ω | Omega | o |

| Vorsätze und Potenzen | | | |
|---|---|---|---|
| E | Exa | 1 000 000 000 000 000 000 | $10^{18}$ |
| P | Peta | 1 000 000 000 000 000 | $10^{15}$ |
| T | Tera | 1 000 000 000 000 | $10^{12}$ |
| G | Giga | 1 000 000 000 | $10^{9}$ |
| M | Mega | 1 000 000 | $10^{6}$ |
| k | kilo | 1 000 | $10^{3}$ |
| h | Hekto | 100 | $10^{2}$ |
| da | deka | 10 | $10^{1}$ |
| d | deci | 0,1 | $10^{-1}$ |
| c | centi | 0,01 | $10^{-2}$ |
| m | milli | 0,001 | $10^{-3}$ |
| µ | mikro | 0,000 001 | $10^{-6}$ |
| n | nano | 0,000 000 001 | $10^{-9}$ |
| p | piko | 0,000 000 000 001 | $10^{-12}$ |
| f | femto | 0,000 000 000 000 001 | $10^{-15}$ |
| a | atto | 0,000 000 000 000 000 001 | $10^{-18}$ |

| Abgeleitete Einheiten | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Ebener Winkel** | $\alpha$ | Radiant | *rad* | 1 rad = 1m/m |
| **Frequenz** | $f$ | Hertz | *Hz* | 1 Hz = 1 /s |
| **Kraft** | $F$ | Newton | *N* | 1 N = 1 kgm/s$^2$ |
| **Druck** | $p$ | Pascal | *Pa* | 1 Pa = 1 N/m$^2$ |
| **Arbeit** | $W$ | Joule | *J* | 1 J = 1 Nm |
| **Leistung** | $P$ | Watt | *W* | 1 W = 1 J/s |
| **elektr. Ladung** | $Q$ | Coulomb | *C* | 1 C = 1As |
| **elektr. Spannung** | $U$ | Volt | *V* | 1 V = 1 W/A |
| **elektr. Kapazität** | $C$ | Farad | *F* | 1 F = 1 As/V |
| **elektr. Widerstand** | $R$ | Ohm | *Ω* | 1 Ω = 1 V/A |
| **Induktivität** | $L$ | Henry | *H* | 1 H = 1 Vs/A |
| **Lichtstrom** | $\Phi$ | Lumen | *lm* | 1 lm = 1cd.sr |
| **Beleuchtungsstärke** | $E$ | Lux | *lx* | 1 lx = 1 lm/m$^2$ |
| **Aktivität** | $A$ | Becquerel | *Bq* | 1 Bq = 1/s |
| **Energiedosis** | $D$ | Gray | *Gy* | 1 Gy = 1 J/kg |
| **Raumwinkel** | $\omega$ | Steradiant | *sr* | 1 sr = 1m$^2$/m$^2$ |

| Wichtige physikalische Konstanten und Werte | |
|---|---|
| **Lichtgeschwindigkeit** | $c_o = 299\,792\,458$ m/s |
| **Elementarladung** | $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C |
| **Planck´sches Wirkungsquantum** | $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js |
| **Solarkonstante** | $S = 1368$ W/m$^2$ |
| **Masse des Protons** | $m_p = 1{,}673 \cdot 10^{-27}$ kg |
| **Masse des Neutrons** | $m_n = 1{,}675 \cdot 10^{-27}$ kg |
| **Masse des Elektrons** | $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg |
| **Schallgeschwindigkeit in Luft (20°C)** | $c = 344$ m/s |
| **Schallgeschwindigkeit in Wasser** | $c = 1464$ m/s |
| **Bezugsschallintensität** | $I_0 = 10^{-12}$ W/m$^2$ |
| **Boltzmann-Konstante** | $k = 1{,}38 \,.\, 10^{-23}$ J/K |
| **Wien'sche Konstante** | $b = 2{,}9 \,.\, 10^{-3}$ mK |
| **elektrische Feldkonstante** | $\varepsilon_0 = 8{,}85 \,.\, 10^{-1} \frac{C^2}{Nm^2}$ |
| **magnetische Feldkonstante** | $\mu_0 = 4\pi \,.\, 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ |

| Mechanik | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Größe** | | **Einheit** | | **Formel** |
| **Zentripetalkraft** | $F$ | Newton | N | $F = \frac{m \cdot v^2}{r}$ |
| **Drehimpuls** | $L$ | – | J · s | $L = m \cdot v \cdot r$ |
| **Trägheitsmoment** | $J$ | – | kg · m$^2$ | $J \sim m \cdot r^2$ |
| **Drehmoment** | $M$ | – | N · m | $M = F \cdot r$ |

## Mathematische Symbole

a ≈ b: a angenähert gleich b

a ~ b: a ist proportional b

a>>b: a sehr groß gegen b

| Strahlungsgesetze | |
|---|---|
| **Größe** | **Formel** |
| **Wien'sches Verschiebungsgesetz** | $\lambda_{max} \cdot T = b$ |
| **Stefan-Boltzmann-Gesetz** | $P = \sigma \cdot A \cdot T^4$ |

| Schwingungen und Wellen, Optik, Akustik | | |
|---|---|---|
| **Größe** | **Einheit** | **Formel** |
| **Periodendauer** $T$ | s | $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ <br> $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ |
| **Frequenz** $f$ | Hz | $f = \frac{1}{T}$ |
| **Schwingungsgleichung** | m; cm | $y(t) = r \cdot \sin(\omega \cdot t)$ |
| **Kreisfrequenz** $\omega$ | $s^{-1}$ | $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ |
| **Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle** $c$ | m/s | $c = \lambda \cdot f$ |
| **Wellengleichung** | m; cm | $y(x,t) = y_0 \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$ |
| **Grundschwingung einer schwingenden Saite** | | $f_0 = \frac{c}{2l}$ |
| **Brechungsgesetz** | | $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_1}{c_0} = \frac{n_2}{n_1} = n_{12}$ |
| **Beugung am Spalt** <br> **a) Minimum** | | $\sin\varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d}$ |
| **b) Maximum** | | $\sin\varphi = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{d}$ |
| **Beugung am Gitter** <br> **a) Maximum** | | $\sin\varphi = \frac{n \cdot \lambda}{g}$ |
| **b) Minimum** | dB | $\sin\varphi = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) \cdot \lambda}{g}$ |
| **Schalldruckpegel** $L$ | | $L = 10 \cdot lg \frac{p^2}{p_0^2}$ |
| **Dopplereffekt** <br> **a) Bewegter Beobachter** | | $f_B = f_a \cdot \left(1 + \frac{v_a}{c}\right)$ |
| **b) Bewegte Quelle** | | $f_B = f_a \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{c}}$ |
| **Spiegel-, Linsengleichung** | | $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ |
| **Abbildungsmaßstab** | | $V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ |
| **Brennweite einer Linse** | | $\frac{1}{f} = (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$ |
| **Brechkraft** | D | $D = \frac{1}{f}$ |

| Elektromagnetismus | | |
|---|---|---|
| **Größe** | **Einheit** | **Formel** |
| **Stromstärke** $I$ | A | $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$ |
| **Coulomb´sches Gesetz** | | $F = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$ |
| **Elektrische Feldstärke** | N / C | $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ |
| **Kapazität** $C$ | | $Q = C \cdot U$ |
| **Kapazität eines Kondensators** | | $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$ |
| **Parallelschaltung von Kondensatoren** | | $C_g = \Sigma \cdot C_i$ |
| **Serienschaltung von Kondensatoren** | | $\frac{1}{C} = \Sigma \cdot \frac{1}{C_i}$ |
| **Ohmsches Gesetz** | | $U = R \cdot I$ |
| **Knotenregel** | | $I = \Sigma \cdot I_i$ |
| **Maschenregel** | | $\Sigma \cdot U_i = 0$ |
| **Magnetische Flussdichte** | | $B = \frac{\mu_0}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{I}{r}$ |
| **Magnetische Flussdichte einer Spule** | | $B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{l}$ |
| **Lorentzkraft** | | $F = Q \cdot v \cdot B$ |
| **Induktivität** | | $L = \frac{\mu \cdot N^2 \cdot A}{l}$ |
| **Effektivwerte** | | $U_{eff} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$ ; $I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$ |
| **Transformator** <br> **a) unbelastet** | | $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$ |
| **b) belastet** | | $\frac{I_1}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$ |

## Sachwortverzeichnis

hpt

**Der neue Naturwissenschafts-Lehrgang für HTL**
Von Technikern für Techniker!
Entspricht den aktuellen kompetenzorientierten Lehrplänen!

Durchgerechnete Beispiele, attraktive Übungen und ein ansprechendes Layout helfen, das Erlernte anzuwenden und zu festigen.

- Anwendungsorientiert: Vorgerechnete Musterbeispiele und zahlreiche Übungen ermöglichen einen gezielten Erwerb und eine Überprüfung der Grundkompetenzen.
- Ansprechend: Zielgruppengerechte grafische Gestaltung und eine verständliche Sprache erleichtern das Lesen und Lernen.
- Aktuell: Kulturelle, wirtschaftliche und gesellschaftliche Themen geben Anregungen zum verantwortlichen Handeln.

**www.hpt.at**

**Naturwissenschaften HTL: 3 Jg.**
Schulbuchnummer: 165014
ISBN 978-3-230-03538-7
Wien, 1. Auflage

Alle Drucke der 1. Auflage können im Unterricht nebeneinander verwendet werden.

9 783230 035387